

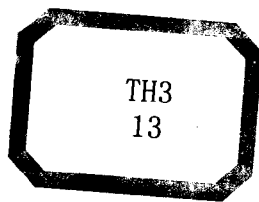
高等学校教材

流体机械内部流动 测量技术

江苏大学 杨敏官 王军锋 罗惕乾 康灿 编著



 机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS



高等学校教材

流体机械内部流动测量技术

江苏大学 杨敏官 王军锋 罗惕乾 康 灿 编著
袁寿其 主审



机械工业出版社

本书介绍了流体机械内部流动测量常用的测量技术和测量原理,对相应的测量仪器及其特性、误差分析、数据处理等进行了系统的介绍,对流体机械内部流动测量中的一些特殊问题和实际应用中一些技术问题的处理方法进行了较详细的介绍。全书共分十章,通过对本书的阅读和学习,读者不但会对测量技术有全面的了解,同时能解决实际测量中遇到的一些问题。本书可作为流体机械及工程学科专业的研究生和本科生的教材,也可作为其他相关专业研究生和本科生的选修教材,并可供从事相关领域工作的科技人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

流体机械内部流动测量技术/杨敏官等编著. —北京:
机械工业出版社, 2006. 1
高等学校教材
ISBN 7-111-18214-6

I. 流... II. 杨... III. 流体机械—流体流动—测
量—高等学校—教材 IV. ①TH3②TH814

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 155727 号

机械工业出版社(北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

策划编辑: 邓海平 蔡开颖 责任编辑: 蔡开颖 版式设计: 张世琴
责任校对: 申春香 封面设计: 鞠 杨 责任印制: 李 妍

北京铭成印刷有限公司印刷

2006 年 2 月第 1 版第 1 次印刷

787mm × 1092mm 1/16 · 12.5 印张 · 306 千字

定价: 25.00 元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

本社购书热线电话(010)68326294

封面无防伪标均为盗版

前 言

测量是人们认识事物本质，研究事物内在规律的必要手段。雅可比说：“没有测量就没有任何精密科学，就没有任何应用科学，就没有任何实验。新的测量方法标志着真正的进步。”这就指出了测量技术对科学技术发展的重要意义和作用。科学技术的发展又推动了测量技术的发展和进步，两者相互促进，使科学技术不断发展和进步，使人们对客观世界的认识不断深化。

流体机械是应用广泛的通用机械。流体机械性能的提高、设计方法的改进，有赖于对流体机械内部流动的深入了解。而流体机械内部流动极其复杂，观察和研究十分困难，所以流体机械内部流动测量技术对流体机械的发展有着特别重要的意义，是从事该领域工作的科技人员必须掌握的基本知识和技能。

本书介绍了流体机械内部流动测量常用的测量技术和测量原理，对相应的测量仪器及其特性、误差分析、数据处理等进行了系统的介绍，对流体机械内部流动测量中的一些特殊问题和实际应用中一些技术问题的处理方法进行了较详细的介绍，力图使读者不但对测量技术有全面的了解，同时能解决实际测量中遇到的一些问题。

本书共分十章，第一、三、五章由罗惕乾教授编写，第二、四、九章由杨敏官教授编写，第六、七、八章由王军锋副教授编写，第十章由康灿博士编写。本书由袁寿其教授主审，贾卫东博士和康灿博士参加了全书的整理和校订。

本书可作为流体机械及工程学科专业的研究生和本科生的教材，也可作为其他专业研究生和本科生的选修教材，并可供从事相关领域工作的科技人员参考。

书中引用了若干单位和学者的资料，在此一并致谢。

由于水平有限，书中难免存在不妥之处，恳请读者批评指正。

编 者

常用符号表

一、英文字母符号

符号	名称	单位	符号	名称	单位
<i>A</i>	面积	m^2	<i>Q</i>	热量	J
<i>a</i>	加速度	m/s^2	<i>Q</i>	流量	m^3/s
<i>b</i>	极板宽度	m	<i>q</i>	电荷量	C
<i>c</i>	声速	m/s	<i>q_m</i>	质量流量	kg/s
	阻尼系数		<i>q_v</i>	体积流量	m^3/s
<i>c_p</i>	比定压热容	$J/(kg \cdot K)$	<i>R</i>	水力半径	m
<i>c_v</i>	比定容热容	$J/(kg \cdot K)$		电阻	Ω
<i>D, d</i>	直径	m	<i>R, r</i>	半径	m
<i>E</i>	能	J	<i>Re</i>	雷诺数	
	弹性模量	Pa	<i>S</i>	熵	J/K
<i>e</i>	偏心矩	$N \cdot m$		弧长	m
<i>Eu</i>	欧拉数			位移	m
<i>e</i>	比能	J/kg	<i>Sr</i>	斯特劳哈尔数	
<i>F</i>	力	N	<i>s</i>	比熵	$J/(kg \cdot K)$
<i>Fr</i>	弗劳德数		<i>T</i>	周期	s
<i>f</i>	单位质量力	N/kg		热力学温度	K
	频率	Hz	<i>t</i>	摄氏温度	$^{\circ}C$
	透镜焦距	m		时间	s
<i>G</i>	重力	N	<i>U</i>	力势函数	m^2/s^2
<i>g</i>	重力加速度	m/s^2		电压	V
<i>H</i>	焓	J		电位差	V
<i>H, h</i>	水头(能头), 水深	m	<i>u</i>	比内能	J/kg
<i>h</i>	比焓	J/kg	<i>u(v, w)</i>	速度	m/s
	厚度	m	<i>V</i>	体积	$m^3, L(1)$
<i>I</i>	惯性矩	m^4	<i>v</i>	平均速度	m/s
	电流	A	<i>W</i>	复势	m^2/s
<i>J</i>	转动惯量	$kg \cdot m^2$		功	J
<i>K</i>	体积模量	Pa	<i>z</i>	位置水头	m
	比例系数				
<i>k</i>	刚性系数				
<i>k_s</i>	肖维勒系数				
<i>L, l</i>	长度	m			
<i>M</i>	力矩, 转矩, 力偶矩	$N \cdot m$			
<i>Ma</i>	马赫数				
<i>m</i>	质量	kg			
<i>Nu</i>	努塞尔数				
<i>n</i>	旋转速度	$s^{-1}, r/min$			
<i>P</i>	功率	W			
<i>Pr</i>	普朗特数				
<i>p</i>	压力	Pa			
	动量	$kg \cdot m/s$			

二、希腊文字母符号

符号	名称	单位	符号	名称	单位
α	动能修正系数		π_e	压阻效应系数	
	冲角	(°)	κ	等熵指数	
	射流扩散角	(°)		射流特性系数	
	(气流的)转折角	(°)		(体积)压缩率	Pa^{-1}
α_e	电阻温度系数		λ	沿程阻力系数	
α_l	线胀系数	K^{-1}		展弦比	
α_v	体胀系数	K^{-1}		热导率	$\text{W}/(\text{m} \cdot \text{K})$
β	动量修正系数			正态分布时的置信系数	
	激波角	(°)		波长	m
	(叶片)安放角	(°)	μ	马赫角	(°)
	射流核心收缩角	(°)		动力粘度	$\text{Pa} \cdot \text{s}$
Γ	环量	m^2/s	ν	运动粘度	m^2/s
	切应变			泊松比	
Δ	绝对粗糙度	m	ρ	密度	kg/m^3
δ	边界层(名义)厚度	m		电阻率	Ω
	极板间距离	m	τ	切应力	Pa
	误差系数		Φ	(速度)势函数	m^2/s
ε	线应变		φ	相位角差	(°)
	介电常数	F/m		角	(°)
[ε]	允许应变		ω	角速度	s^{-1} , rad/s
ξ	阻尼比		ω_n	固有频率	Hz
η	效率		Ω	(速度)旋度	s^{-1}
θ	体应变				
	中心角	rad			
σ	精度参数				
	标准误差				

三、下角标符号

下角标符号	含义	下角标符号	含义
n	法向的	x, y, z	直角坐标
τ	切向的	r, θ, z	柱坐标
s	沿弧长的	R, θ, β	球坐标

目 录

前言		第一节 概述	99
常用符号表		第二节 激光多普勒测速原理	100
第一章 绪论	1	第三节 激光多普勒测速仪的光机结构	103
第一节 测量的基本概念	1	第四节 测量体和空间分辨率	105
第二节 测量系统及其特性	2	第五节 散射粒子	109
第二章 测量误差分析	15	第六节 信号的分析与处理	115
第一节 概述	15	第七章 相位多普勒粒子分析仪	120
第二节 随机误差	16	第一节 相位多普勒粒子分析仪的基本原理	120
第三节 可疑测量值的取舍准则	23	第二节 PDPA 在实际测量中的几个光学问题	123
第四节 系统误差	25	第三节 双模 PDA 技术	125
第五节 误差的合成	29	第四节 粒子数密度测量及体积流量测量	127
第六节 间接测量误差的基本问题	33	第五节 PDPA 系统基本光学结构	128
第七节 压力测量和流动方向测量的误差分析	37	第八章 粒子图像测速技术	131
第三章 压力测量	40	第一节 PIV 的工作原理	131
第一节 压力传感器	40	第二节 PIV 系统的基本构成	132
第二节 压力转换系统的动态特性	52	第三节 PIV 测量的参数选择	136
第三节 压力传感器的校正	54	第四节 PIV 在流动测量的应用实例	138
第四章 动压管测速技术	58	第九章 流体机械内部流动的测量	142
第一节 皮托管	58	第一节 转轮进出口流场	142
第二节 三孔动力探针	59	第二节 尾水管速度分布及压力脉动	149
第三节 五孔动力探针	73	第三节 翼型流体动力特性的测定	153
第四节 三孔电子探针	79	第四节 叶轮叶片表面压力分布的测量	156
第五章 热线(膜)流速计	87	第五节 叶轮叶片间流道内流动的测定	160
第一节 工作原理及基本方程	87	第六节 测压密封器和探针坐	
第二节 热线(膜)探头的结构	90		
第三节 热线(膜)的热惯性和动态特性	92		
第四节 热线(膜)的基本电路和特性	93		
第五节 热线风速仪的方向特性	95		
第六节 热线探针的校正	96		
第六章 激光多普勒测速技术	99		

标架·····	162	第四节 流动显示新技术简介·····	178
第十章 流动可视化技术 ·····	164	第五节 闪频仪和图像消转仪·····	182
第一节 概述·····	164	第六节 高速摄影技术的应用·····	184
第二节 示踪流动显示技术·····	164	参考文献 ·····	191
第三节 计算流动显示技术·····	174		

第一章 绪 论

科学研究就是了解自然现象的内在规律，确定各主要因素之间质和量的关系，用仪表确定各物理量的工作称为测量，所以科学研究工作离不开测量。门捷列夫说“科学始于测量”，雅可比说“没有测量就没有任何精密科学，就没有任何应用科学，就没有任何实验。新的测量方法标志着真正的进步”。流体机械的性能与内部流动密切相关，而流体机械内部流动极其复杂，观察和测量难度很大，测量技术对流体机械的研究具有特别重要的作用，随着科学的进步，测量仪器和技术有了一系列的发展。

第一节 测量的基本概念

一、测量

用仪表将一个物理量与标准量进行比较，以确定该物理量的大小称为测量。如用尺子测量物体移动的距离，用天平称量物体的质量，用激光测速仪测量流体流动的速度等。

二、测量方法及分类

1. 直接测量和间接测量

通常将测量方法分为两大类：直接测量和间接测量。

(1) 直接测量 把被测量与标准量直接进行比较得到被测量大小的方法称为直接测量，例如用尺子测量距离，用温度计测量温度等。

(2) 间接测量 通过测量与被测量有确定关系的其他一个或几个物理量的大小，再通过其确定的关系计算间接得到被测物理量的大小，称为间接测量。例如测量一物体在某一时段内位移的平均速度，分别用计时器测量时间段 Δt 和用尺子测量这一时段内物体的位移 s ，根据其确定的关系

$$v = s / \Delta t$$

计算出物体移动的平均速度 v 。

2. 偏移法和平衡法

按照物理量与标准量进行比较以获取被测量的方法又分为偏移法和平衡法。

(1) 偏移法 被测量的变化按某一物理效应引起仪器上相应量偏移，由偏移值测得测量的值，如用水银温度计测量温度时，水银柱上升的高度读出温度值，其测量精度取决于温度计的标定精度和标尺的精度。

(2) 平衡法 被测量的变化按物理效应引起仪器上相应量的偏移，用某一方法与之平衡，使仪器偏移值恢复到零点，由施加的平衡量的大小测得被测量的值。如用天平称量物质的质量时，用砝码使之平衡，由添加的砝码的值得到物质的质量。此时测量的精度取决于砝码的精度。

三、测量值与真值测量误差

任何一个物理量，在某一时刻和条件下，都具有一定的客观存在的量值，这一量值称为

该物理量的真值，用 A_0 表示。通过测量获得的该物理量的值称为测量值，用 A 表示。

真值是未知的，测量的任务就是要确定被测量的真值。实际上，这是做不到的。实践中，人们采取一系列方法使测量值尽可能接近真值。在实际应用中，一般将相对高一级仪表测得的测量值近似的当作真值，也称为相对真值或约定真值。

被测参数的测量值 A 与真值 A_0 之差称为测量误差 ΔA 。

四、静态参数和动态参数

被测量参数按照其随时间变化的关系分为静态参数和动态参数。

被测参数在整个测量过程中其值不随时间变化，或者变化很小时称为静态参数。例如环境大气压力，稳定工况下管道中的平均流速等。严格来说绝对静态参数是不存在的，只不过随时间变化很小而已；而随时间不断改变其值的参数，称为动态参数，例如流体机械调节过程中的流速和压力等。

被测参数的特性决定了测量采用的方法、传感器及测量系统。

第二节 测量系统及其特性

一、测量系统

为了测量某一物理量的值，必须使用能感知和提取这一物理量的传感器，以及将传感器得到的信号进行变换和放大、传输、处理、显示和记录等的各种装置和仪器，将它们按一定方式组成一个完整的系统称为测量系统，典型的测量系统如图 1-1 所示。

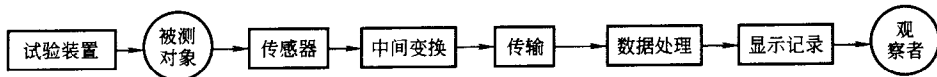


图 1-1 测量系统框图

通常将被测量称为输入，变换后的量称为输出。只有正确地选择测量系统，才能使输出正确地反映输入。为保证测量结果的正确性，必须掌握测量仪器和系统输出和输入间的关系，即测量仪器和系统的有关特性。

二、测试系统的静态特性

若输入为不随时间变化的信号，则测量系统输出与输入间的关系称为测量系统的静态特性。实际测量系统的静态特性有灵敏度、非线性度和滞后差等。

1. 灵敏度

灵敏度是测量系统静态特性的一个重要参数。当装置的输入 x 有一个改变量 Δx ，引起输出 y 发生相应的变化量 Δy 时，则称 S 为该装置的绝对灵敏度。

$$S = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

对于特性呈线性关系的装置，灵敏度 S 为常数。而非线性装置的灵敏度用该装置特性曲线的斜率表示。例如某差动变压器，当输入信号的改变量为 1mm 的位移，产生输出信号的改变量为 2mV 输出电压，则其灵敏度为 $S = 2\text{mV}/\text{mm}$ 。又如某一机械式位移传感器，当输入信号的改变量为 0.1mm 时，输出信号的改变量为 10mm，此时 $S = 100$ ，在这种情况下通常称 S 为扩大率或放大倍数。

有时,灵敏度也用测量系统能检测出的最小被测量或最小变化量来表示。在选择测量系统的灵敏度时,必须注意合理性,在一般情况下,装置的灵敏度越高,测试范围越窄,稳定性也往往越差。

2. 非线性度

非线性度(或称为线性)是线性测量系统的主要静态特性。它是指在规定的条件下,输出与输入的实际关系曲线与理想直线的不一致性。在静态测量中,一般用实验的方法求出输入输出的关系曲线,并将这曲线称为标定曲线。标定曲线偏离其拟合直线的程度就是非线性度,如图 1-2 所示。非线性度可用下式计算,即

$$\text{非线性度} = \frac{B}{A} \times 100\%$$

式中 A ——输出信号的变化范围;

B ——标定曲线与拟合直线的最大偏差。

拟合直线常采用最小二乘法得到。

3. 滞后差

滞后差也叫回程误差。当输入信号逐渐增加而后逐渐减小时,对应同一输入信号值,会出现不同的输出信号,如图 1-3 所示。在同样的测试条件下,定义全量程范围内对应同一输入信号的两个输出信号的最大差为滞后差。滞后差表示进回程之间输入与输出间的关系。产生滞后差的原因主要有:测量装置内的摩擦、间隙、机械材料和电气材料的滞后特性等。

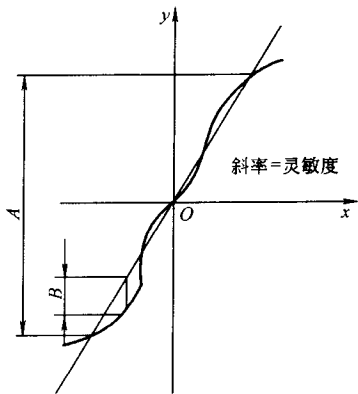


图 1-2 测量系统的非线性度

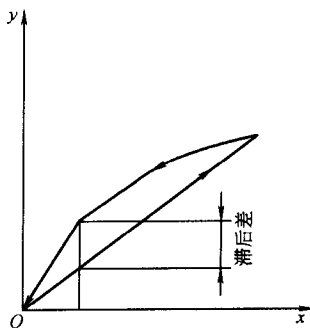


图 1-3 滞后差

实际上,对一个系统来说,还涉及到广义的阻抗、导纳及广义的刚度和柔度等概念。因为,当任何一个仪器引入一个被测装置中,往往会从被测装置中吸收一些能量,这样就使被测量改变其数值而不能完全达到理想的测量状态。以上概念就是用于研究这种作用的。这些术语既可用于静态也可用于动态,但在流场测试中应用极少,这里就不作深入讨论。

4. 静态特性的确定方法

为使测量结果正确,要求测量系统有足够的灵敏度、非线性度和尽可能小的滞后差,为达到这一要求,测量者必须预先测定所采用测量系统的上述特性。静态特性参数的测定可采用如下方法:对所采用的测量系统,加一系列已知的输入信号,分别得到对应的输出信号,

对所获得的这些数据,作出标定曲线和拟合直线,从而可求出非线性度和滞后差,并由输出和输入之比,求出平均灵敏度 S 。若测量系统的静态参数不符合测试要求,则应找出原因,设法排除和改善,或者更换测量环节或系统。

在实际应用中,测量仪器的静态校正特别重要。下面以一弹性式压力计的静态校正为例来说明某些静态特征的意义。

先用 $5.065 \times 10^5 \text{ Pa}$ (5 个标准大气压) 的标准压力(表压)对被校压力计测试 15 次,并将读数列表成表 1-1。

表 1-1 压力计读数记录表

测试次数	压力计读数/ 10^5 Pa	测试次数	压力计读数/ 10^5 Pa	测试次数	压力计读数/ 10^5 Pa
1	5.075	6	5.035	11	5.085
2	5.116	7	5.075	12	5.024
3	5.126	8	5.085	13	5.075
4	5.106	9	5.045	14	5.085
5	5.085	10	5.075	15	5.055

按下式求出读数的平均值

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

式中 N ——测试次数;

x_i ——各次读数值。

把表中数值代入后可得到 $\bar{x} \approx 5.011$ 。

假定各次读数的分布是符合正态分布的,其标准误差可按下式计算

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}$$

用各次读数值及平均值代入计算后,可得到 $\hat{\sigma} = 0.028$ 。

平均读数的标准误差可按下式计算

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}} = \frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{N}}$$

计算可得 $\hat{\sigma}_{\bar{x}} = 0.0072$ 。

当对被校压力计进行静态校正时,先对压力计从小到大输入各种标准压力,并读出指示值,再从大到小输入标准压力,读出指示值。将这些指示值记录并列表 1-2,并把这些数值标绘在坐标纸上,如图 1-4 所示。这种压力计的输入与输出之间的校正曲线应该是一条直线,其拟合直线可用下式表示。

$$y = mx + b$$

式中 x ——输入量;

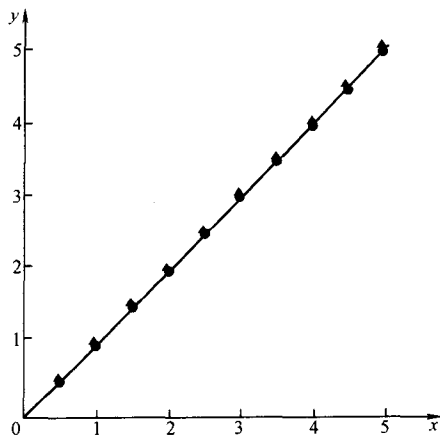


图 1-4 压力计的校正

y ——输出量；

m ——直线斜率；

b ——直线在纵坐标上的截距。

若通过指示值点绘出曲线，即可求得滞后差，并根据拟合直线可得到非线性度。

拟合直线用最小二乘法求得，其 m 和 b 的计算公式为

$$m = \frac{N \sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (1-1)$$

$$b = \frac{(\sum y_i)(\sum x_i^2) - (\sum x_i y_i)(\sum x_i)}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2} \quad (1-2)$$

式中 x_i ——各次输入量；

y_i ——各次输出量。

表 1-2 压力计校正读数记录表

真值/ 10^5 Pa	指示值/ 10^5 Pa		真值/ 10^5 Pa	指示值/ 10^5 Pa	
	增大	减小		增大	减小
0.000	-0.101	-0.810	3.039	2.958	2.978
0.507	0.456	0.476	3.546	3.505	3.515
1.013	0.973	0.993	4.052	4.001	4.032
1.520	1.479	1.499	4.559	4.518	4.518
2.026	1.996	1.985	5.065	5.024	5.126
2.533	2.502	2.512			

将表中数据代入式(1-1)和式(1-2)，可以算得 $m = 1.00473$ ， $b = -0.0609$ 。由于 m 和 b 是由分布数据计算求得，所以其标准误差可由下面两式求得

$$\hat{\sigma}_m^2 = \frac{N \hat{\sigma}_y^2}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

$$\hat{\sigma}_b^2 = \frac{\hat{\sigma}_y^2 \sum x_i^2}{N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

式中

$$\hat{\sigma}_y^2 = \frac{1}{N} \sum (m x_i + b - y_i)^2$$

这里 $\hat{\sigma}_y$ 为 y 的标准误差。也就是说，如果对一个给定的 x_i 进行多次重复测量时，得出的 y 值也不见得完全相同。 $\hat{\sigma}_y$ 表示 y 的分散范围。对于本例，可以算出 $\hat{\sigma}_y = 0.01925$ ，从而可得 $\hat{\sigma}_m = 0.00367$ ， $\hat{\sigma}_b = 0.01086$ ，若按正态分布以 $\pm 3\sigma$ 为极限，则可得 $m = 1.00473 \pm 0.011$ ， $b = -0.0609 \pm 0.0326$ 。

因为

$$x = \frac{y - b}{m}$$

所以 x 的标准误差 $\hat{\sigma}_x$ 可从下式算出

$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{N} \sum \left(\frac{y_i - b}{m} - x_i \right)^2 = \frac{\hat{\sigma}_y^2}{m^2}$$

在本例中

$$x = \frac{y + 0.0609}{1.00473}$$

$$\hat{\sigma}_x = 0.01916$$

因此, 如果用此压力计测量一个未知压力, 当读数 y 为 3.26 atm (1 atm = 101325 Pa) 时, 可以算出未知压力 x 应为

$$x = \frac{3.26 + 0.0609}{1.00473} \text{ atm} = 3.305 \text{ atm}$$

如果要考虑该值的准确度, 即考虑指示值与真值的符合程度, 则

$$x \pm 3\hat{\sigma}_x = (3.305 \pm 0.05748) \text{ atm}$$

即被测未知压力的真值将落在 3.248 ~ 3.362 atm 范围之内。

三、传递函数

传递函数是研究测试装置动态特性的数学基础。在给定的输入下, 为了能用解析的方法求出测试系统的输出, 就必须将测试系统转化为数学模型, 由于一般测试系统均是线性系统, 其数学模型可用线性微分方程来表达。若线性系统的输入为 $x(t)$, 输出为 $y(t)$, 则表示输入和输出关系的微分方程为

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n y(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y(t)}{dt^{n-1}} + \cdots + a_1 \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) \\ = b_m \frac{d^m x(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x(t)}{dt^{m-1}} + \cdots + b_1 \frac{dx(t)}{dt} + b_0 s(t) \end{aligned} \quad (1-3)$$

若 $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ 和 $b_m, b_{m-1}, \dots, b_1, b_0$ 均为常数, 式(1-3)就是常系数微分方程, 所描述的是定常线性系统。

如果对式(1-3)进行拉普拉斯变换, 则得

$$\begin{aligned} (a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0) Y(s) \\ = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0) X(s) \end{aligned}$$

通常将输出量和输入量的拉普拉斯变换之比定义为传递函数 $H(S)$, 即

$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{Y(s)}{X(s)} \\ &= \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_1 s + a_0} \end{aligned} \quad (1-4)$$

传递函数以代数式的形式表示了系统的传输、转换特性。上式分母中 s 的幂次 n 代表了系统微分方程的阶数。例如, $n=1$, 就称为一阶系统的传递函数, $n=2$, 则称为二阶系统的传递函数, 并以此类推。在常用的测试系统中, 多数为一阶和二阶系统, 或是若干一阶、二阶组成的系统。而式(1-4)则为一般测试系统的传递函数。

1. 一阶系统的传递函数

对于图 1-5 所示的简化的机械系统, 系统的质量可以忽略。图中 c 为阻尼器的阻尼系数; k 为弹簧的刚性系数; $x(t)$ 为外力 (输入信号), $y(t)$ 为位移 (输出信号)。外力 $x(t)$ 与阻尼器产生的阻力和弹簧的反力相平衡, 即

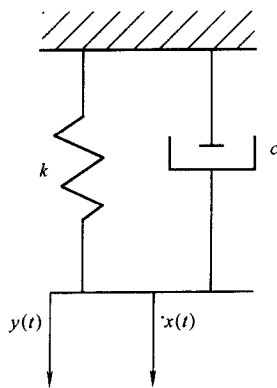


图 1-5 一阶系统实例

$$c \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = x(t) \quad (1-5)$$

设
则

$$\tau = \frac{c}{k}$$

$$\tau \frac{dy(t)}{dt} + y(t) = \frac{1}{k} x(t)$$

对上式作拉普拉斯变换可得

$$\tau s Y(s) + Y(s) = \frac{1}{k} X(s)$$

传递函数即为

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{1}{k} X \frac{1}{\tau s + 1}$$

或

$$\frac{kY(s)}{X(s)} = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (1-6)$$

其他一阶系统的实例推导证明, 其传递函数与式(1-6)有相同的形式。

2. 二阶系统的传递函数

图 1-6 为有质量的简化机械系统, 外力 $x(t)$ 为输入信号; 位移 $y(t)$ 为输出信号, 设质量为 m , c 为阻尼系数; k 为弹簧的刚性系数。该系统的力平衡方程为

$$m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + c \frac{dy(t)}{dt} + ky(t) = x(t) \quad (1-7)$$

对上式作拉普拉斯变换后, 可得该系统的传递函数为

$$H(s) = \frac{Y(s)}{X(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (1-8)$$

式中 ω_n ——系统的固有频率, $\omega_n = \frac{k}{m}$;

ξ ——系统的阻尼比, $\xi = \frac{c}{2mk}$;

K ——系统的灵敏度, $K = \frac{1}{k}$ 。

其他二阶系统的实例推导证明, 其传递函数与式(1-8)有相同的形式。其中灵敏度 K 从静态特性测定已知, 所以各系统间的差别仅取决于 ω_n 和 ξ 。

四、测试系统的动态特性

当输入为随时间变化的信号时, 测试系统输出与输入间的关系称为测试系统的动态特性。这时的输出量不仅受研究对象动态特性的影响, 也受到测试装置动态特性的影响。传递函数则是研究动态特性的数学基础, 在这一基础上, 进而研究系统的频率响应特性和阶跃响应等。

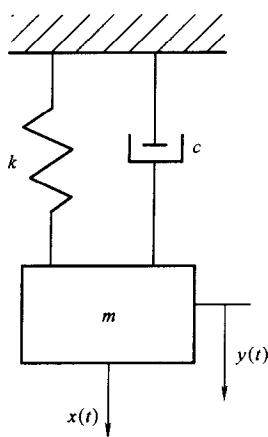


图 1-6 二阶系统实例

(一) 频率响应

频率响应是在稳态阶段反映输出、输入间的关系。在稳态时, 比较输出、输入的差异可知, 输出信号的振幅和相位角通常不等于输入信号的振幅和相位角。当输入信号的振幅一定时, 输出信号的振幅和相位角都随输入频率而变化。通常把输出输入信号的振幅比和相位角差 ϕ 随频率 ω 的变化规律称为频率响应。并且, 该两值的大小反映在频率响应函数的模和幅角上。因此, 只要求得频率响应函数, 就不难得到振幅比和相位角差。

现以 $j\omega = s$ 代入式(1-4), 可得

$$H(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \cdots + b_1(j\omega) + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \cdots + a_1(j\omega) + a_0} \quad (1-9)$$

式中 $j = \sqrt{-1}$ 。

式(1-9)就是一般测试系统的频率响应函数或频率响应特性。 $H(j\omega)$ 为复数, 若将 $H(j\omega)$ 的实部和虚部分开, 则可表示为

$$H(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) \quad (1-10)$$

根据复数的指数表示法, 上式也可以写成

$$H(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} \quad (1-11)$$

而

$$A(\omega) = |H(j\omega)| = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} \quad (1-12)$$

$$\varphi(\omega) = \angle H(j\omega) = \arctan \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} \quad (1-13)$$

$A(\omega)$ 和 $\varphi(\omega)$ 分别称为系统的幅频特性和相频特性, 而它们随 ω 的变化曲线则称为幅频特性曲线和相频特性曲线。前者就是振幅比, 后者即为相位角差。

1. 一阶系统的频率响应

已知一阶系统的传统函数为

$$H(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$$

将 $j\omega = s$ 代入上式, 即可得

$$H(j\omega) = \frac{1}{\tau j\omega + 1} = \frac{1}{1 + (\tau\omega)^2} - j \frac{\tau\omega}{1 + (\tau\omega)^2}$$

其幅频和相频特性分别为

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \tau^2\omega^2}} \quad (1-14)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan\omega\tau \quad (1-15)$$

式(1-15)中负号表示输出滞后于输入。为直观起见, 式(1-14)和式(1-15)可用曲线表示出, 如图 1-7 所示。由图可知一阶测试系统的频率响应有如下性质:

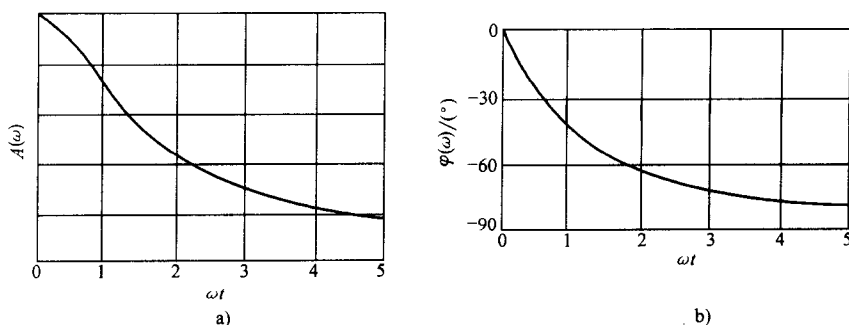


图 1-7 一阶系统的幅频和相频曲线

a) 幅频特性 b) 相频特性

1) 振幅比 $A(\omega)$ 随 ω 增大而减小, 相差角则反之。它们均表示输出与输入间的差异, 这种差异称为稳态响应的动误差。

2) 系统的频率响应特性取决于常数 τ , 且 τ 越小, 失真小的工作频率范围越宽。反之, τ 越大, 则此工作频率范围越窄。

因此, 对于一阶测试系统, 为减小动误差, 应尽可能采用 τ 小的测试系统。

2. 二阶系统的频率响应

将 $j\omega = s$ 代入式(1-8)中, 并令 $K=1$, 便可得到二阶系统的频率响应特性, 其幅频和相频特性分别表示为

$$A(\omega) = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\xi(\omega/\omega_n)]^2}} \quad (1-16)$$

$$\varphi(\omega) = -\arctan \frac{2\xi(\omega/\omega_n)}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \quad (1-17)$$

按以上两式所作的二阶系统的幅频和相频曲线如图 1-8 所示。二阶测试系统的频率响应有以下性质:

1) 系统的频率响应随阻尼比 ξ 而变化。在 $\xi=0.6 \sim 0.8$ 范围内, 振幅比 $A(\omega)=1$ 的频率范围最大, 且这时 φ 与频率近似线性关系。所以, 为获得较宽的频率范围和较小的稳态响应动误差, 二阶测试系统的阻尼比应设计为 $\xi=0.6 \sim 0.8$ 。

2) 系统的频率响应随固有频率 ω_n 而变化。固有角频率 ω_n 越高, 稳态响应动误差小的工作范围越宽, 反之亦然。

(二) 阶跃响应

对系统的突然加载或者突然卸载的情况均属于阶跃输入。因为这种输入方式简单易行, 又能充分揭示测试装置的动态特性, 所以常被采用。以下讨论在阶跃输入时, 一、二阶系统的动态响应。

若阶跃高度为 1, 则阶跃函数可表示为

$$x(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t \geq 0 \end{cases} \quad (1-18)$$

其拉普拉斯变换为