

浙江科学技术出版社

初中数学复习教和学

初中数学复习教和学

《初中数学复习教和学》编写组

浙江科学技术出版社

责任编辑 周伟元

封面设计 翁祖团

初中数学复习教和学

《初中数学复习教和学》编写组

*

浙江科学技术出版社出版

浙江新华印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

开本 787×1092 1/32 印张9.5 字数214,000

1985年1月第一版

1985年1月第一次印刷

印数: 1-400,000

统一书号: 7221·62

定 价: 1.00 元

内 容 提 要

这是一本内容比较完整的初中数学复习资料，该书围绕现行初中数学课本内容，密切联系教学实际。

全书共分四个部分：初中代数、几何复习教和学，这两个部分以教案形式编写，对课本内容逐章逐节辅导；初中数学基础总复习，以填空、列表、问答、改错等形式，帮助学生自我复习；初中数学试题选编，供学生作多种练习，以上各部分都配有大量例题和习题，并附有答案或提示。

前 言

为了搞好初中数学复习的教和学，做到全面复习，巩固基础，培养学生自学、独立思考和解决问题的能力，我们编写了《初中数学复习教和学》一书，试图为读者在进行复习课教学时做到不增加复习时数，不搞题海战术，不增加学生负担，提供一套较为完整的资料。这无论是对教师还是对学生都是适宜的。我们希望本书的出版，将对提高初中数学教学质量起到积极的作用。

本书的内容分四个部分：

初中代数、几何复习的教和学：这两个部分围绕现行初中数学教材的内容，以中等程度的学生为主要对象，将初中代数、平面几何逐章逐节进行复习。两文基本上以教案形式编写，内容由浅入深。同时注意各部分知识的联系及系统性，加强综合题的训练和提高解题能力；例题及习题均注重思路的分析和方法的点拨。

初中数学基础知识总复习：帮助学生进行自我复习，把基础知识作系统的整理，全文通过填空、问答、列表、改错等多种形式，检查对基础知识掌握的程度。

初中数学试题选编：其中初三代数、几何等试题，着重检查基础知识和基本技能掌握情况，每套试题均附有评分标准，答案及提示，便于读者对照。

本书由浙江师范学院数学系《教学与研究》（中学数学）编辑部组织上海市华东师范大学一附中、二附中，上海市复旦

中学的部分教师编写，其中一部分材料已在《教学与研究》（中学数学）“83—6、“84—1、2”上发表。

本书全文经浙江师范学院数学系审定。书中如有不当之处，恳请读者批评指正。

《初中数学复习教和学》编写组

1984年5月

目 录

初中代数复习教和学

§ 1	实数的概念	(1)
§ 2	实数的运算	(4)
§ 3	整式	(7)
§ 4	因式分解 (一)	(8)
§ 5	因式分解 (二)	(11)
§ 6	分式 (一)	(13)
§ 7	分式 (二)	(15)
§ 8	根式 (一)	(17)
§ 9	根式 (二)	(20)
§ 10	指数	(24)
§ 11	对数 (一)	(26)
§ 12	对数 (二)	(28)
§ 13	一元一次、二次方程及简单高次方程	(31)
§ 14	一次不等式 (组)、一元二次不等式	(33)
§ 15	分式方程、无理方程	(36)
§ 16	关于字母系数方程的解法	(38)
§ 17	二元二次方程组	(40)
§ 18	综合方程组	(43)
§ 19	一元二次方程判别式与韦达定理	(46)
§ 20	韦达定理的应用	(48)
§ 21	列方程解应用题 (一)	(51)
§ 22	列方程解应用题 (二)	(53)
§ 23	列方程或不等式解应用题 (三)	(55)

§ 24	直角坐标系	(57)
§ 25	函数的概念	(59)
§ 26	一次函数、二次函数	(62)
§ 27	求函数的解析式	(65)
§ 28	二次函数的最大值和最小值	(69)
答案或提示		(72)

初中平面几何复习教和学

§ 1	相交线和平行线	(85)
§ 2	一般三角形的性质	(89)
§ 3	特殊三角形的性质	(93)
§ 4	全等三角形	(97)
§ 5	成比例线段	(101)
§ 6	相似三角形的判定和性质	(104)
§ 7	相似形与比例线段知识的综合	(107)
§ 8	平行四边形	(111)
§ 9	梯形	(115)
§ 10	圆的基本性质	(118)
§ 11	直线和圆、圆和圆的位置关系	(120)
§ 12	与圆有关的角	(124)
§ 13	与圆有关的比例线段	(127)
§ 14	圆和多边形的关系	(130)
§ 15	圆的度量	(133)
§ 16	四种命题及间接证法	(137)
§ 17	基本作图	(140)
§ 18	基本轨迹	(142)

答案或提示		(145)
--------------------	--	----------------

初中数学基础知识总复习

§ 1	实数	(161)
-----	----------	---------

§ 2	代数式	(163)
§ 3	方程和不等式	(175)
§ 4	函数及其图象	(185)
§ 5	直线形	(196)
§ 6	圆	(225)
§ 7	基本轨迹和基本作图	(240)

答案或提示	(245)
--------------------	---------

初中数学试题选编

§ 1	初三代数试题	(271)
§ 2	初三平面几何试题	(275)
§ 3	初三数学试题	(283)

答案或提示	(287)
--------------------	---------

初中代数学习辅导

§ 1 实数的概念

复习要求 及例题

使学生进一步认识数的扩展,明确数的分类;指出在各个数集中,都可以进行四则运算和比较大小关系,并且对已经建立起来的运算律仍能适用.

例1 指出下列各数中,哪些是自然数,整数,有理数,无理数:

$-1, 0, \sqrt{169}, \pi, 0.1010010001\cdots$ (两个1之间依次多一个0), $0.6\bar{6}3, \sqrt{2}-1, \lg 2$.

目的: 复习实数的分类,无理数的定义.

答案: 自然数: $\sqrt{169}$; 整数: $-1, 0, \sqrt{169}$; 有理数: $-1, 0, \sqrt{169}, 0.6\bar{6}3$; 无理数: $\pi, 0.1010010001\cdots, \sqrt{2}-1, \lg 2$.

例2 比较下列各组数的大小

(1) $\sqrt[3]{5}$ 与 $\sqrt[3]{4}$;

(2) $2-\sqrt{3}$ 与 $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$;

(3) $\lg 120^\circ$ 与 $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2}$;

(4) 当 $0 < a < 1$ 时, a 与 $\frac{1}{a}$.

目的: 复习同次根式; 互为有理化根式, 分母有理化; 特殊角三角函数值和求对数的运算; 用字母表示数; 在数轴上介于 0, 1 之间的数与它的倒数的大小比较.

答案: (1) $\sqrt[6]{5} < \sqrt[4]{4}$; (2) $2 - \sqrt{3} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}}$

(3) $\lg 120^\circ > \log_{\sqrt{2}} \frac{1}{2}$; (4) 证得在 $0 < a < 1$ 条件下,

$$a - \frac{1}{a} = \frac{a^2 - 1}{a} < 0, \text{ 所以 } a < \frac{1}{a}.$$

例3 化简下列各式:

(1) $|\lg 3 - 1|$;

(2) $|\sin \alpha - \cos \alpha| \quad (0^\circ \leq \alpha < 90^\circ)$;

(3) 若 $x^2 - 3x + 2 < 0$, 化简

$$|x - 2| + |1 - x|.$$

(4) $||a + 1| - 1|$.

目的: 复习有关绝对值的概念.

答案: (1) $1 - \lg 3$;

(2) 当 $0^\circ \leq \alpha < 45^\circ$ 时, 原式 $= \cos \alpha - \sin \alpha$;

当 $\alpha = 45^\circ$ 时, 原式 $= 0$;

当 $45^\circ < \alpha < 90^\circ$ 时, 原式 $= \sin \alpha - \cos \alpha$;

(3) 因为 $1 < x < 2$, 故原式 $= 1$;

(4) 当 $a < -2$ 时, 原式 $= -a - 2$;

当 $-2 \leq a < -1$ 时, 原式 $= a + 2$;

当 $-1 \leq a < 0$ 时, 原式 $= -a$;

当 $a \geq 0$ 时, 原式 $= a$.

说明：例3(4)式的化简中，对字母 a 的取值范围的讨论，要做到既不遗漏又不重复。

例4 已知 a, b 满足

$$a \geq \frac{(2a-b^{-1})^2 + |2-a^2|}{a+\sqrt{2}} = 0,$$

求 $\frac{a-b}{a+b}$ 的值。

目的：复习任何实数的平方是非负数，任何实数的绝对值也是非负数。

$$\text{提示：} \begin{cases} 2a - \frac{1}{b} = 0, \\ a^2 = 2, \\ a \neq -\sqrt{2}, \end{cases} \quad \frac{a-b}{a+b} \text{ 的值是 } \frac{3}{5}.$$

说明：若两个非负实数之和等于零，那么这两个数只能同时取零值。因为分母不能等于零，故 a 的值不能等于 $-\sqrt{2}$ 。

习题一

1. 下列结论是否正确：

- (1) 无限小数都是无理数；
- (2) 零除以任何数都得零；
- (3) 任何实数的绝对值都是正数；
- (4) 一个数的绝对值大于1，那么这个数一定大于它的倒数；
- (5) 两个不等于零的数的和一定不等于零；
- (6) 两数和的绝对值一定小于或等于绝对值之和；
- (7) 任何实数都有倒数；
- (8) 任何数的平方永远不是负数；
- (9) $\sqrt{x^2} - x$ 一定是非负数；

(10) 对于任意实数 a, b , 一定有 $a+b$ 大于 $a-b$.

2. 化简下列各式:

(1) $|-a|$ ($a < 0$); (2) $|\sqrt{6} - 3|$

(3) $|1-a|+a-1$; (4) $|\sin\alpha-1|$ ($0^\circ \leq \alpha < 90^\circ$);

(5) $|(2a+1)^2+|2a+1||$;

(6) 已知: $c > 0, a < 0, b < 0, |c| > |a|, |b| > |c|$,

化简: $|a+c|+|b+c|-|a+b|$.

3. 计算下列各式:

(1) $|5-2x|$; (2) $\frac{x-1}{|x-1|}$;

(3) $\left|1-a+\frac{a^2}{4}\right|$;

(4) $|x-1|+|3+x|$ ($-3 < x < 1$).

§ 2 实数运算

复习要求 及例题

使学生能灵活地运用实数运算法则, 寻找简便的解题方法.

例1 计算

$$\frac{23\frac{11}{12}+10.125 \div \left(-\frac{3}{4}\right)^2}{(-1)^{1991}-\frac{1}{\frac{1}{6}+\frac{1}{4}}}.$$

答案: $\frac{5}{204}$,

说明: 在计算中, 小数与分数的互化要看具体题目而定.

关于繁分数的运算，有时用除法来计算，有时可用分数基本性质来计算。

例2 计算

$$1\frac{3}{5} \div \left(-\frac{4}{5}\right)^2 - \left[\left(5\sqrt{12} - 12\sqrt{3}\right) \div \sqrt{6} + \left| \frac{2}{3} - \sqrt{2} \right| \right].$$

目的：在计算 $(5\sqrt{12} - 12\sqrt{3}) \div \sqrt{6}$ 时复习分母有理化。

答案： $\frac{19}{6}$ 。

例3 计算

$$\operatorname{tg} 135^\circ - \left| \cos 120^\circ - 1 \right| + \sqrt{(-1)^2} - 3\sqrt[3]{-\frac{1}{8}}.$$

目的：复习诱导公式和特殊角三角函数值，以及求一个数的平方的算术根和负数的奇次方根。

答案： 0。

例4 计算

$$\left(\frac{8}{125}\right)^{-\frac{2}{3}} - 5\left(\sqrt{3} - 1\right)^0 + \left| 1 - \sqrt{3} \right| - \left[(1 - \sqrt{3})^2 \right]^{\frac{1}{2}}.$$

目的：复习分数指数幂，零指数幂。

答案： $1\frac{1}{4}$ 。

说明：在计算 $\left[(1 - \sqrt{3})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$ 时，往往容易得出 $1 - \sqrt{3}$ 的错误结果。

例5 如果 $x = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$, 求 $x^2 - 3x + 1$ 的值.

目的: 复习求代数式的值

答案: $2 - \sqrt{3}$.

说明: 先把 $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$ 分母有理化, 再把代数式化为

$$(x-1)^2 - x.$$

例6 若 $|a+3| + |b-1| = 0$, 求 $\frac{4}{a-b}$ 的值.

目的: 复习解特殊的含绝对值符号的方程.

答案: -1 .

习 题 二

计算下列各式:

$$1. 5^{\log_5 2} \div (\sqrt{7} - 4)^0 + \left(\frac{1}{6}\right)^{-\frac{1}{2}} + \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}.$$

$$2. 27^{-\frac{1}{3}} - (0.09)^{\cos 60^\circ} + 2^{-\lg 0.601} + \left(3\frac{1}{3}\right)^{-1} \\ - (\sin 45^\circ)^{2\log_2 2} - (\lg 30^\circ)^{\lg 1}.$$

$$3. -3^2 + \left(-2\frac{1}{2}\right)^2 - (-2)^3 + \sqrt{(-2)^2}.$$

$$4. \left| -\left(\frac{1}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 \right| + \left| \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \frac{1}{2} \right| \div \frac{|-2|}{2} \\ - \left| \frac{5}{3} - \left(-\frac{1}{2}\right) \right|.$$

$$5. \left(-3\frac{5}{37}\right) - \left\{ \left[2\frac{11}{148} - \left(5.175 + 3\frac{5}{37}\right) \right] - 6.325 \right\}.$$

$$6. \left\{ -3 \div \left(-1\frac{1}{2} \right)^2 - 2^2 \times 0.125 \times \left[(-1)^3 \div \frac{4}{3} + \frac{11}{22} \right] \right\} \\ \div \left[2 \times \left(-\frac{1}{2} \right)^2 - 1 \right].$$

7. n 是正整数, 求 $(-2)^{2n+1} + 2(-2)^{2n}$ 的值.

§ 3 整 式

复 习 要 求 及 例 题

使学生掌握整式的有关概念、重要性质、运算法则, 能熟练地进行整式运算.

例1 求 $3a^{n+3} - 9a^{n+2} + 5a^{n+1} - 2a^n$ 与 $-a^n + 10a^{n+3} - 5a^{n+1} - 7a^{n+2}$ 的差.

目的: 复习整式加减.

答案: $-7a^{n+3} - 2a^{n+2} + 10a^{n+1} - a^n$.

例2 计算 $\left(x^2 - \frac{1}{4}\right)\left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right)\left(x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\right)$.

目的: 复习乘法公式中立方和(差)公式.

提示: 把 $x^2 - \frac{1}{4}$ 分解为 $\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right)$ 后, 对全式用交换律及结合律.

答案: $x^6 - \frac{1}{64}$.

例3 化简 $(a-b)(a+b)^3 - 2ab(a^2 - b^2)$.

目的: 复习乘法公式.

答案: $a^4 - b^4$.

说明: 乘法公式和因式分解同时运用, 能使化简过程简便.

例4 计算 $(5x^2 - 19x^3 + 17x + 6x^4 - 4) \div (1 - 5x + 3x^2)$, 并加以验证.

目的：复习竖式除法运算。

答案：商式为 $2x^2-3x-4$ ，余式为零。

例 5 已知 $x+y=10$, $xy=24$ ，求 $5x^2+5y^2$ 的值。

目的：使所求代数式变形为关于 $x+y$ 及 xy 的表达式。

提示： $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$ 。

答案： $5x^2+5y^2=260$ 。

习 题 三

1. $A=x^3-2x^2+x-4$, $B=2x^3-5x-4$ ，求：

(1) $A-B$; (2) $-A-B$ 。

2. 计算：

(1) $(x^2+2)^2-2(x+2)(x-2)(x^2+4)+(x^2-2)^2$;

(2) $m(m-n)^2-(m-n)(m^2-mn+n^2)$;

(3) $(x+y)^2-(x^3+y^3)\div(x+y)$;

(4) $(1+x^2)^3(1+x)^3(1-x)^3$ 。

3. 化简并求值

$[(x^2+6x+9)\div(x+3)][(x^2-6x+9)\div(x-3)]$ 其中

$$x=-3\frac{1}{3}.$$

4. 已知： $2x^3-x^2+ax+b$ 能被 $(x-2)(x-4)$ 整除，求：
 a, b 的值。

5. 已知： $(x^3+ax^2+x+1)\div(x+1)=x^2-bx+1$ ，求：
 a, b 的值。

§ 4 因式分解 (一)

复 习 要 求 及 例 题

复习多项式因式分解的一些常用方法：提取公因式法、公式法、分组分解法、十字相乘法等。