

· 全国百所重点中学
初中数学同步辅导精编
综合训练



宁夏人民出版社

全国百所重点中学

初中数学同步辅导精编

(综合训练)

宁夏人民出版社

(宁)新登字01号

责任编辑 龚俊

特约编辑 包桂林

**全国百所重点中学
初中数学同步辅导精编**

(综合训练)

出版发行：宁夏人民出版社

经 销：新华书店北京发行所

印 刷：通县觅子店印刷厂印刷

地 址：北京通县觅子店乡大柳树村村北

开本787×1092毫米 1/32 印张 7.375 字数 165.7千字

1993年1月第1版 1993年1月第1次印刷

印数 1—10000册

ISBN 7—227—00818—5

J·188

定价：2.80元

全国百所重点中学

初中语文、数学同步辅导精编

丛 书 编 委 会

丛书主编：聿 明

语文主编：孙宏杰 李文扬

数学主编：杨浩清

编	委：	聿 明	孙宏杰	李文扬	杨浩清
		海 华	吴 界	玉 琴	晓 白
		许 闵	钱志仁	周寿同	李德恩
		朱国振	姜恩铭	王正林	程 志
		陆月明	周敏泽	嵇国平	郭长风
		王刻铭	杨裕前		

前 言

为了帮助广大初中学生学好数学，也为广大教师提供有益的参考资料，我们编写了这套丛书。

本丛书根据初中数学教学大纲，紧扣教材，按现行课本章节顺序编写而成。以配合教学进程，注重平时学习打好基础，发展智力，提高数学素质为宗旨。

本丛书在编排上进行了新的探索，结构新颖。各册均以课本自然节为编写单位，每节都精心设计了实用、齐全、合理的栏目，设“知识要点”、“准备练习”、“例题分析”、“典型题解”、“数学病院”、“习题精编”等，通过栏目进行辅导，使读者犹如面对着循循善诱的老师的指点，格外有效。

“习题精编”分成三个层次。（A）组是基本练习题，（B）组是简单综合题，（C）组是较难的思考题。

相连的若干小节构成知识单元，每单元设“单元小结”和45分钟训练的“单元测试题”两个栏目。

在每一章结束前，再设“归纳题炼”栏目对全章的复习和供120分钟训练的“综合测试题”，力求题型多样，有梯度，有层次。

在全书的最后给出了习题的答案与提示。

本丛书把课程辅导与习题精编融为一体，构成它的特色。

本丛书由杨浩清老师任主编。参加编写工作的老师有王正林、程志、陆月明、郭长风、王刻铭、嵇国平、周敏泽、杨裕前等。本册由杨裕前执笔编写。

欢迎读者对书中的不足之处提出批评、建议，以便再版时修订。

1992年9月

目 录

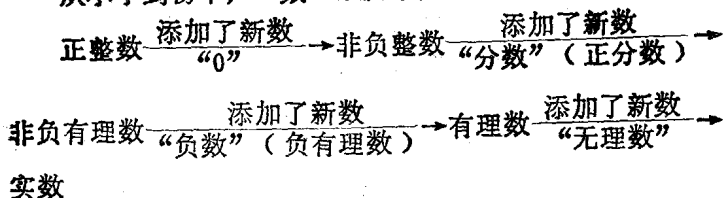
第一章	实数	(1)
第二章	代数式	(13)
第三章	指数与对数	(26)
第四章	方程	(34)
第五章	不等式	(61)
第六章	函数	(71)
第七章	解三角形	(92)
第八章	统计初步	(108)
第九章	基本概念 相交线 平行线	(117)
第十章	三角形	(131)
第十一章	四边形	(155)
第十二章	相似形	(169)
第十三章	圆	(190)
答案或提示		(214)

第一章 实数

【复习导引】

1. 关于数的扩充

从小学到初中，“数”经历了如下扩充的过程：



(1) 数的每次扩充，新的数集都具有原来数集的基本性质，如各种运算律、运算性质、法则以及运算顺序的规定，从正整数集到实数集都是成立、适用的。

(2) 但是，数的扩充又常常引起一些“观念”的变化。比如，在小学数学里非负整数集扩充到非负有理数集后，象

$$3 + \frac{1}{2} = 6 \text{ 这类算式就不能解释为“3只苹果平均分给 } \frac{1}{2} \text{ 个}$$

人，每人分得6只”。也就是说，除法的意义（“等分”）发生了变化，“商比被除数小”的旧观念被打破，在非负有理数集里“商可能大于被除数”。

特别要指出的是，在初中代数里引进了负数，非负有理数集到有理数集的这次扩充，引起的这类观念的变化极大。

比如，由于有了负数， $5 - a$ 不一定比5小了，也就是说，“差比被减数小”的旧观念要打破，要确立新的认识：在有

理数集里，差可能大于被减数！

又如，有了负数后，“一个数的2倍比这个数的3倍小”这类结论不一定成立。事实上，当 a 是负数时， $2a$ 就比 $3a$ 大了！（不等式性质3可以证明这个结论）

再如，由于有了负数，“0”这个数就不再仅仅表示“没有”，它成了区分正数和负数的“中性数”，在数轴上“原点”成了“分界点”。

.....

由于这类旧观念符合人们在日常生活中形成的某种习惯，所以就难以打破，新的观念难以确立，从而导致错误，这是初中代数中一个十分严重的问题！

(3) 由于上述原因，给“负数”以一席之地，正确理解并掌握负数就显得十分重要。比如，研究 $|a|$ ， $\sqrt{-a}$ ……这类式子，以及不等式 $ax > 5$ ，函数 $y = ax^2 + bx + c$ ……时，都应该想到 a 可能是负数。

(4) 此外，如上面已经提到的，还要正确认识“0”这个数，比如 $\frac{1}{a}$ ， a^2 ……这类式子，求解方程 $ax^2 + bx + c = 0$ ，不等式 $(x - 2a)(x - 3a) > 0$ ……时，都应该考虑 $a = 0$

的情形；即当 $a = 0$ 时，分式 $\frac{1}{a}$ 没有意义； $a^2 > 0$ 是错误的，

因为当 $a = 0$ 时， $a^2 = 0$ ；当 $a = 0$ 时，不等式 $(x - 2a)(x - 3a) > 0$ 的解是 $x \neq 0$ ；对于方程 $(m - 1)x^2 + x - 3 = 0$ 的根的情形的讨论，则必须首先考虑 $m - 1 = 0$ ，即 $m = 1$ 时，方程有一个实数根 $x = 3$ ；然后在 $m \neq 1$ 的情形下，再应用一元二次方程根的判别式去讨论这个方程根的情况。

(5) “0”这个特殊的数，如果与正数结成“联盟”，

与负数相对立，它们就通称为“非负数”（类似地，0与负数“结盟”，就通称为“非正数”）。

“非负数”是初中代数中一个十分重要的概念。一个数“非负”就意味着这个数大于0或者等于0（即“ ≥ 0 ”）。因此，“非负”可以用符号语言表达，常见的有以下几种：

$$a^2 \geq 0 \quad (a \text{ 为实数}) ;$$

$$|a| \geq 0 \quad (a \text{ 为实数}) ;$$

$$\sqrt{a} \geq 0 \quad (a \text{ 为非负实数}) .$$

2. 实数的分类

对实数进行分类，就象人口统计时分类一样，可以选取不同的标准（如人口统计分类中，可以按人口的性别、民族、职业、年龄……等不同的标准），得到各种不同的分类方法。

3. 数与式的关系

把实数分为三大类，可以用不等式区分它们，即

$$a \text{ 为正数} \iff a > 0 ;$$

$$a \text{ 为零} \iff a = 0 ;$$

$$a \text{ 为负数} \iff a < 0 .$$

类似的数与式互相“翻译”还有：

$$a \text{ 为非负数} \iff a \geq 0 ;$$

$$a, b \text{ 两数同号} \iff ab > 0 ;$$

$$a, b \text{ 两数异号} \iff ab < 0 ;$$

$$a, b \text{ 两数中至少有一个为零} \iff ab = 0$$

.....

掌握这种“翻译”的技能，是学好代数的一种重要基础。

4. 数与形的关系

数轴既是图形，又能表示实数，借助数轴就建立了数与

形的联系——实数与数轴上的点成——对应。

利用数轴，就可以进行数与形之间的“翻译”。比如：

一个实数，

数轴上的一个点。

一个实数的绝对值，

数轴上的一个点与原点的距离。

$|x| < 2$ ，

数轴上与原点距离小于2的点；

$x > 0$ 、 $x < 0$ 、 $x = 0$ ，

数轴上原点右边、左边的点及原点；

两个互为相反数的数；

数轴上与原点距离相等的点；

两数同号、异号及两数中至少有一个数为零。

数轴上原点同旁、两旁的两个点，及两点中至少有一个点是原点。

.....

.....

掌握这种“翻译”的技能，也是学好数学的一种重要基础。

【解题示例】

例1 在3.14, $0.101\ 001\ 0001\cdots$, $\sqrt{3}$, $0.\dot{3}$, π , $\cos 45^\circ$, $\log_2 \frac{1}{4}$ 这些数中，哪些是有理数？

解 3.14, $0.\dot{3}$, $\log_2 \frac{1}{4}$ 是有理数。

【说明】 判断一个数是有理数，还是无理数，只要看它是否为无限不循环小数。上例中 $\log_2 \frac{1}{4} = -2$ ，它是有理

数， $0.101\ 001\ 0001\cdots$, $\sqrt{3}$, π , $\cos 45^\circ$ (即 $\frac{\sqrt{2}}{2}$) 都是无限不循环小数，不是有理数，是无理数。

例2 a, b 是两个实数, 在什么条件下

(1) ab 是正数、负数、零?

(2) $\frac{a}{b}$ 是正数、负数、零?

(3) a, b 两数的绝对值相等? a, b 两数互为相反数?
 a, b 两数互为倒数?

解 (1) 当 a, b 两数同号时, $ab > 0$;

当 a, b 两数异号时, $ab < 0$;

当 a, b 两数中至少有一个为零 (即 a, b 两数中有一个为零, 或 a, b 两数都为零) 时, $ab = 0$.

(2) 当 a, b 同号时, $\frac{a}{b} > 0$;

当 a, b 异号时, $\frac{a}{b} < 0$;

当 $a = 0$, 并且 $b \neq 0$ 时, $\frac{a}{b} = 0$

(3) 当 $a = b$ 或 $a = -b$ 时, $|a| = |b|$;

当 $a + b = 0$ 时, a, b 两数互为相反数;

当 $ab = 1$ 时, a, b 两数互为倒数.

【说明】 比较 (1)、(2) 两题, 可以发现它们的解答有相同之处——当 a, b 同号 (或异号) 时, a, b 两数的积、商都为正 (或负) 数. 这实际上是由有理数乘法、除法的符号法则相同所决定的; 但是, 这两题中研究在什么条件下

$ab = 0$ 与 $\frac{a}{b} = 0$ 的结果却大不相同. 如果把 a, b 换成 $(x -$

$1)$ 和 $(x - 2)$, 那么这种区别就是解一元二次方程与解分式方程的区别, 即方程 $(x - 1)(x - 2) = 0$ 的根是 $x = 1$ 或

$x=2$, 方程 $\frac{x-1}{x-2}=0$ 的根是 $x=1$ ($x=1$ 时, $x-2 \neq 0$).

例3 a, b 两个实数, 若已知 (1) $|a+b| = -a-b$,
(2) $|a-b| = a-b$, 那么图1-1中哪些图形是正确的?

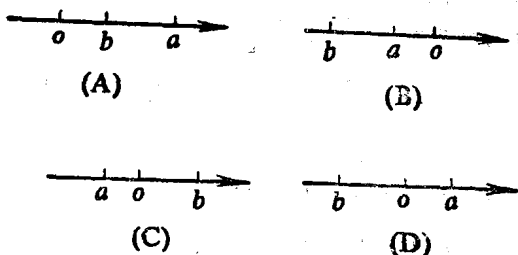


图1-1

解 根据图1-1的 (A), (B), (C), (D) 四个图形, 可知, $a+b$ 的值分别大于0, 小于0, 大于0, 小于0; $a-b$ 的值分别大于0, 大于0, 小于0, 大于0. 所以

(1) 使 $|a+b| = -a-b$ 成立的图形是 (B), (D);

(2) 使 $|a-b| = a-b$ 成立的图形是 (A), (B), (D).

【说明】 判断 $a+b$ 的值为正? 为负? 要根据图形, 应用有理数加法法则; 判断 $a-b$ 的值为正? 为负? 只要看图形中表示 a 的点在表示 b 的点右边还是左边.

例4 (1) 若 $|a| = -a$, 化简 $\sqrt{a^2} + |1-a|$;

(2) 若 $|x| < 2$, 化简 $\sqrt{x^2 - 4x + 4} - |3-x|$.

解 (1) 由 $|a| = -a$, 可知 a 为负数或零, 于是 $\sqrt{a^2} = -a$, $|1-a| = 1-a$, 所以 $\sqrt{a^2} + |1-a| = -a + 1 - a = 1 - 2a$.

(2) 由 $|x| < 2$, 可知 $-2 < x < 2$, 于是

$$\begin{aligned}\sqrt{x^2-4x+4}-|3-x| &= \sqrt{(x-2)^2}-|3-x| \\ &= |x-2|-|3-x| = -x+2-3+x = -1.\end{aligned}$$

例5 已知 α, β 是方程 $x^2-3x+1=0$ 的两个根, 不解方程求 $|\alpha|+|\beta|, |\alpha| \cdot |\beta|$ 的值.

解 根据题设条件, 可知 $\alpha+\beta=3, \alpha\beta=1$, 进而可知 α, β 都是正数, 于是

$$|\alpha|+|\beta|=\alpha+\beta=3,$$

$$|\alpha| \cdot |\beta|=\alpha \cdot \beta=1.$$

【说明】 从例4、例5可以看出, 化去绝对值符号, 必须设法判明绝对值符号内的数是正? 是零? 还是负? 当题设条件中直接给出, 或把条件转化后, 能判明上述结论时, 则可根据绝对值定义化简、求解; 若题设中没有给出这类条件时, 则常常要根据具体式子进行讨论.

比如, x 为实数, 化简 $|x-1|+\sqrt{(x+2)^2}$ 时, 应该分以下三种情形:

当 $x \leq -2$ 时, 原式 $= 1-x-x-2 = -2x-1$,

当 $-2 < x \leq 1$ 时, 原式 $= 1-x+x+2 = 3$,

当 $x > 1$ 时, 原式 $= x-1+x+2 = 2x+1$.

例6 证明不论 x 取什么实数, x^2-2x+3 的值总是正数.

$$\text{证明 } x^2-2x+3 = (x-1)^2+2$$

$$\because (x-1)^2 \geq 0,$$

$\therefore$ 不论 x 取什么实数, x^2-2x+3 的值总是大于或等于2, 是正数.

【说明】 判断一个代数式的值总是正(或负)数, 常常采用配方的方法, 再应用 $a^2 \geq 0$ 的结论.

从本例还可以知道, 方程 $x^2-2x+3=0$ 无解; 二次函数 $y=x^2-2x+3$ 的图象与 x 轴没有交点.

例6 计算

$$(1) \left(-3\frac{1}{3}\right)^2 - 3^{-2} - (-6.5) \times \frac{12}{13} + |-2|^4 + [(-2)^8 \div 2];$$

$$(2) (0.125)^{-\frac{1}{3}} - (2 - \sqrt{3})^{\lg 1} + \frac{1}{\sqrt{3+2}} - \log_3 \sqrt{3} + \operatorname{tg} 60^\circ;$$

$$(3) \sqrt{75^2 + 25^2 - 2 \times 75 \times 25 \cos 60^\circ}.$$

解 (1) 原式 $= \frac{100}{9} - \frac{1}{9} - \left(-\frac{13}{2}\right) \times \frac{12}{13} + 16$
 $+ [(-8) \div 2]$
 $= 11 + 6 + 16 - 4$
 $= 29.$

(2) 原式 $= \left(\frac{1}{8}\right)^{-\frac{1}{3}} - (2 - \sqrt{3})^0 +$
 $\frac{2 - \sqrt{3}}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})} - \log_3 3^{\frac{1}{2}} + \sqrt{3}$
 $= 2 - 1 + 2 - \sqrt{3} - \frac{1}{2} + \sqrt{3}$
 $= 2\frac{1}{2}.$

(3) 原式 $= \sqrt{(3^2 + 1^2 - 2 \times 3 \times 1 \times \frac{1}{2}) \times 25^2}$
 $= 25\sqrt{7}.$

【说明】 (1) 计算应按照规定的运算顺序依次进行，做到正确无误。要使计算不发生错误，就必须：①正确理解知识，如绝对值、指数、对数等有关概念；②熟练掌握一些常见的算式及其换算，如 $0.125 = \frac{1}{8}$ ， $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$ ，

……等；③每步计算都有根有据，讲究“算理”；（4）要有认真负责的态度，要对自己的计算过程及结果负责。

（2）上例中第（3）题的解答利用了“巧法”，从而避免了繁复的计算。其实，这种方法来源于“整体”（或“换元”）思想。根据算式的具体特点，可以把“25”看成“1”，“75”就可以看成“3”，这与用换元法解方程异曲同工。

【概念辨析训练】

1. $a-b$ 的相反数是 ()

- (A) $a+b$; (B) $-a-b$;
(C) $-a+b$; (D) $-(a+b)$.

2. 一个数的绝对值等于这个数的相反数，这样的数是 ()

- (A) 负数; (B) 正数;
(C) 非负数; (D) 非正数.

3. 满足下列什么条件的两个数 x, y 互为相反数 ()

- (A) $x+y=0$; (B) $xy=0$;
(C) $x+y=1$; (D) $xy=1$.

4. $\frac{1}{2}a$ 与 a 比较大小，正确的结论是 ()

- (A) $\frac{1}{2}a$ 小于 a ; (B) $\frac{1}{2}a$ 不大于 a ;

(C) $\frac{1}{2}a$ 与 a 的大小关系不确定;

(D) $\frac{1}{2}a$ 不小于 a .

5. 下列说法中正确的是 ()

- (A) 任何实数的平方是正数;
 (B) 一个数的绝对值是它本身, 这个数是正数;
 (C) 甲数大于乙数, 那么甲数的平方大于乙数的平方;
 (D) 数轴上A, B两点表示数 a, b , 点A在点B的右边, 那么 $b-a$ 是负数.
6. 一个数的相反数是它本身, 那么这个数是 ()
 (A) 0; (B) +1;
 (C) -1; (D) 不存在的.
7. 取3.14159……精确到百分位的近似值, 那么这个近似值的有效数字有 ()
 (A) 2个; (B) 3个; (C) 4个; (D) 5个.
8. 绝对值大于2且不大于5的最小整数是 ()
 (A) 2; (B) ± 2 ; (C) -5; (D) ± 5 .

【基本技能训练】

9. 一个数的相反数是它本身, 这个数是____;
 一个数的绝对值是它本身, 这个数是____;
 一个数的倒数是它本身, 这个数是____.
10. $-\frac{2}{3}$ 的相反数的倒数是____, $-\frac{2}{3}$ 的倒数的相反数是____.
11. 若 $|a-2|=1$, 则 $a=$ ____; 若 a, b 互为相反数, 则 $a^2-b^2=$ ____; 若 a, b 互为倒数, 则 $\log_2 ab=$ ____.
12. 把下列各数用“<”连结起来:
 $-4, 0.125, \frac{1}{6}, -\pi, -3.14, 0, 1.4, \sqrt{2}$

13. 若 $|x-1|=1-x$, 则 x 的取值范围是_____.
14. $\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 的倒数是_____, 它的相反数是_____.
15. 平方后小于10的最小整数是_____.
16. 136 476 精确到百位的近似数是_____, 它有_____个有效数字.

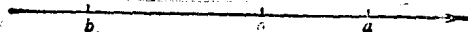
17. 把下列语言翻译成式子:

- (1) a 是正数, _____;
- (2) a 是负数, _____;
- (3) x 与 y 两数平方和是非负数, _____;
- (4) a, b 两数异号, _____;
- (5) m, n 的倒数和不大于5, _____;
- (6) 如果 a 是 b 的相反数, 那么 a, b 两数的和是0, _____.

18. 在数轴上表示下列各数:

- (1) $2\frac{1}{2}$ 的相反数;
- (2) 绝对值小于2且大于1的数;
- (3) 比-3大的最小正整数;
- (4) 与原点距离分别为3、2的异号两数.

19. 根据图形, 判断下列各数的符号(用“ >0 ”或“ <0 ”表示):



- (1) $a-b$; (2) $|a|-|b|$;
- (3) ab ; (4) $\frac{1}{a}-\frac{1}{b}$.