



中学基础知识补习丛书

数学

复习与题解 上册

北京市海淀区教师进修学校主编

中学基础知识补习丛书

数学复习与题解

上册

修订版

北京市海淀区教师进修学校主编

水利电力出版社

中学基础知识补习丛书

数学复习与题解(上)

(修订版)

北京市海淀区教师进修学校主编

*

水利电力出版社出版

(北京三里河路6号)

新华书店北京发行所发行·各地新华书店经售

一二〇一工厂印刷

*

787×1092毫米 32开本 23.125印张 514千字

1981年1月北京第一版

1985年10月第二版 1985年10月北京第五次印刷

印数1476401—1725830册 定价3.75元

书号7143·5854

原版编者

北京第三师范学校：张君达

北京立新学校：任光辉

北京工业学院附属中学：关民乐

清华大学附属中学：孔令颐

北京四十七中学：王健民

北京市海淀区教师进修学校：张士充 赵大悌 陈宝民

尹秀盈 李纪良 王增民 毕德权

原版审阅者

北京师范大学第二附属中学：金文清 李文英 古永喜

于广兴 金宝铮

北京铁路二中：刘崇俊

华北电力学院：刘国隆 宋文松 李洪敏

北京电力学校：张齐金 王维锦

修订版编者

北京第三师范学校：张君达

北京清华大学附属中学：孔令颐

北京立新学校：任光辉

北京工业学院附属中学：关民乐

北京四十七中学：王健民

北京市海淀区教师进修学校：张士充 赵大悌 汪惟葆

修订版审阅者

北京师范学院数学系：李建才 周春荔 方运加 华德康

北京四十四中学：张振江

北京师范学院附属中学：王振江 宗 婉

北京市第一五六中学：倪楚堂

北京工业学院附属中学：方仲伦

《中学基础知识补习丛书》 (修订版) 介绍

本丛书包括以下内容:

《数学复习与题解》(上、下册), 内容包括代数、三角、立体几何、解析几何四篇, 每篇又分若干章。各章均由复习指导、A组习题及详解、B组习题及详解和自我检查题及详解所组成。每篇之后还配有综合练习题及详解, 以提高读者解综合题能力。本书共精选了数学习题1400题并给出了详细、规范的解答, 对部分习题还指出了解题要点、重点和突破点, 以便循序渐进地指导读者复习和巩固数学基础知识与基本技能、技巧, 提高解题能力。

《物理复习与题解》, 内容包括力学、热学、电磁学、光学和原子物理学各篇, 每篇分若干章。各章均列出复习重点, 说明本单元的基本知识要点, 并通过解题方法指导和例题, 阐明解题的关键和基本方法; 随后是习题和解答。每个单元后附有测验题和答案, 供读者检查学习效果用。全书共精选各种类型习题约600题, 并给出了详细、规范的解答, 以帮助读者复习、巩固物理基础知识和掌握解题技巧。

《化学复习与题解》, 内容包括中学化学的基本概念、基本理论、元素及其重要的化合物、有机化合物、化学基本计算、基本实验技能等六个部分。本书各章均由基础知识的复习指导、习题与题解所组成。全书共精选了各种习题600题并给出了详细解答, 以帮助读者全面复习和掌握中学化学基本知识和基本技能, 提高分析和解决各类问题的能力。

《语文复习与题解》, 内容包括语音、纠正错别字、词汇、语法、修辞、篇章结构、记叙文写作、说明文写作、议论文写作、作文训练的各种方式、阅读指导和古汉语等十二个部分。每一个单元是由基础知识、练习题和参考答案所组成。

本丛书针对性强、循序渐进, 文字通俗, 适合读者自学。主要供青年学生、工人和广大知识青年复习中学数学、物理、化学和语文知识用, 可供职工文化补习学校师生参考, 亦可适应各种岗位考核中学文化知识的需要。

修 订 说 明

本书从第一版问世到现在已将近五年。虽然几年中多次重印，但仍有不少同志来信说急需此书。鉴于这种情况，我们重新审查了一下本书的内容，觉得它虽有不足，但对系统而深入地复习中学数学来说，仍会有较大帮助。于是，出版社和我们共同商定，将本书改正不足，修订再版。

这次修订，我们是根据几年来教学形势的发展和变化进行的；为了突出复习的重点是高中内容，删去了“平面几何”部分；为体现教育部颁布的教学基本要求的精神，“线性方程组”、“微积分”、“概率”几部分也未编入；在保留原书基础知识和能力并重特点的同时，努力减少了过分偏重技巧的难怪题目；对于初版时由于当时教材中份量很少，而使得本书中显得单薄的有关章节（如“不等式”部分），这次重新进行了编写。此外，不少读者出于对本书的关心和爱护，曾来信指出书中出现的编写和排印中的错误，在此我们向他们表示衷心的感谢。这次修订时，我们吸取了这些宝贵意见，把发现的错误，进行了改正。

这本书虽然是我们编写的，但其中也包含了编辑、审校者、提出过意见和建议的读者以及出版、印刷、发行的同志们的大量汗水，因此这本书是千百人共同劳动的结晶。我们诚恳地希望读者及所有接触到本书的同志们，对本书多提出宝贵意见，以便在我们大家共同的努力下，使之不断完善，让它更好地为更多有志好学的读者服务。

北京市海淀区教师进修学校

一九八四年十二月

原 版 前 言

为了帮助广大青年工人和知识青年系统地、全面地复习和掌握中学数学的基础知识及训练基本技能，以更好地适应生产的需要，我们根据《中学数学教学大纲》及现行新编中学数学教材编写了这本《数学复习与题解》。

为便于读者自学，本书在编写时除将解题所用的知识系统地列出外，还将书中习题全部解出，对某些较难的习题给出了思路指导，对一些有代表性的习题在解题后做了分析说明，以使读者能够循序渐进地巩固学习成果，掌握解题技巧和方法，并逐步培养出一定的解题能力。

为使读者获得较为满意的学习效果，建议按以下步骤学习本书：

一、先复习所列基础知识，达到能默记的程度再用以解题。

二、解题时，先自己想。如果作不出，再看解答，并尽量找出不会做的原因。做完后，要进一步想想从本题能学到什么。

三、循序渐进，先做A组题，总结一下收获，再做B组题；经过对一篇的复习和总结以后，再做综合题。甚至可以在复习完全书以后，再做各篇的综合题（因综合题所用到的知识、方法，不限于本篇）。

如上所述，本书编者虽力图为青年学习作出贡献，但限于水平和时间，缺点和不足之处，一定不少。希望读者提出

意见或建议，以便逐渐修改完善。

本书原稿，承北京师范大学第二附属中学、北京铁路二中、华北电力学院、北京电力学校的领导和数学教研组有关同志大力支持，进行了认真审阅，提出不少宝贵意见，特此致谢。

北京市海淀区教师进修学校等

一九八〇年七月



修订说明
原版前言

第一篇 代 数

第一章 数的概念、性质和运算	1
一、结构和内容	1
二、题型分析	6
练习 (A 组)	15
练习 (B 组)	24
自我检查题 (120 分钟, 100 分)	29
自我检查题解答	30
第二章 式	35
一、结构和内容	35
二、题型分析	39
练习 (A 组)	47
练习 (B 组)	60
自我检查题 (100 分钟, 100 分)	80
自我检查题解答	81
第三章 方程和方程组	85
一、结构和内容	85
二、题型分析	88

练习 (A 组)	102
练习 (B 组)	130
自我检查题 (150 分钟, 100 分)	151
自我检查题解答	153
第四章 不等式	158
一、结构和内容	158
二、题型分析	161
练习 (A 组)	176
练习 (B 组)	185
自我检查题 (120 分钟, 120 分)	194
自我检查题解答	196
第五章 集合与映射	201
一、结构和内容	201
二、题型分析	205
练习 (A 组)	212
练习 (B 组)	223
自我检查题 (100 分钟, 100 分)	233
自我检查题解答	235
第六章 函数	240
一、结构和内容	240
二、题型分析	250
练习 (A 组)	258
练习 (B 组)	287
自我检查题 (120 分钟, 100 分)	306
自我检查题解答	307
第七章 数列和极限	313
一、结构和内容	313
二、题型分析	322
练习 (A 组)	331

练习 (B组)	357
自我检查题 (150分钟, 100分)	378
自我检查题解答	379
第八章 排列、组合、二项式定理和数学归纳法	385
一、结构和内容	385
二、题型分析	387
练习 (A组)	400
练习 (B组)	416
自我检查题 (150分钟, 100分)	434
自我检查题解答	436
第九章 综合练习	441

第二篇 平面三角

第一章 三角函数的定义和性质	474
一、结构和内容	474
二、题型分析	482
练习 (A组)	487
练习 (B组)	504
自我检查题 (90分钟, 100分)	522
自我检查题解答	524
第二章 三角函数式的恒等变换	529
一、结构和内容	529
二、题型分析	530
练习 (A组)	538
练习 (B组)	556
自我检查题 (100分钟, 100分)	576
自我检查题解答	577
第三章 反三角函数与三角方程	583
一、反三角函数	583

练习一 (A组)	590
练习一 (B组)	601
二、三角方程	611
练习二 (A组)	622
练习二 (B组)	635
自我检查题 (100分钟, 100分)	645
自我检查题解答	646
第四章 三角形的解法	651
一、结构和内容	651
二、题型分析	655
练习 (A组)	665
练习 (B组)	683
自我检查题 (120分钟, 100分)	695
自我检查题解答	697
第五章 综合练习	702

第一篇 代 数

第一章 数的概念、性质和运算

一、结 构 和 内 容

(一) 数 系 表

$$\text{复数} \begin{cases} \text{实数} & \begin{cases} \text{有理数: 一切形如 } \frac{p}{q} \text{ 的数.} \\ (p, q \in \mathbb{Z}, q \neq 0) \\ \text{无理数: 无限不循环小数.} \end{cases} \\ \text{虚数} & \begin{cases} \text{纯虚数 } (a=0, b \neq 0) \\ \text{非纯虚数 } (a \neq 0, b \neq 0) \end{cases} \end{cases}$$

$(a+bi, a, b \in \mathbb{R})$

(二) 实 数

1. 自然数

自然数, 即 $1, 2, 3, \dots$.

(1) 质数与合数: 在自然数中, 除 1 以外只能被 1 和本身整除的数叫质数 (或素数); 能被 1 和本身以外的数整除的数叫合数.

(2) 约数与倍数: 如果数 a 能被数 b 整除, 那么 b 叫 a 的约数 (或因数), a 叫 b 的倍数. 如果 p 是 a 的约数, 且 p 是质数, 那么 p 叫 a 的质约数.

几个数所公有的约数, 叫这几个数的公约数. 几个数的公约数中最大的一个, 叫最大公约数. 如果两个数的最大公

约数是1，称这两个数是互质的数。

几个数所公有的倍数，叫这几个数的公倍数。公倍数中最小的一个，叫最小公倍数。

2. 整数

正整数、零、负整数总称为整数。

(1) 有关整数的一些表示方法：能被2整除的整数叫偶数，可用 $2n(n \in \mathbb{Z})$ 表示。不能被2整除的整数叫奇数，可用 $2n+1(n \in \mathbb{Z})$ 表示。

按被3除所得的余数可以把整数分为三类，即形如 $3n$ 、 $3n+1$ 、 $3n+2(n \in \mathbb{Z})$ 的三类数。仿此，按被任一整数 p 除所得的余数可以把整数分为 p 类。

相继的整数可表示为 $n, n+1, n+2, \dots$ 。

(2) 有关整数整除问题的定理：若一个整数的个位数字是0, 2, 4, 6, 8，则这个数能被2整除。

若一个整数各个数位上数字的和能被3整除，则这个整数能被3整除。

若一个整数的末两位数是0或可被4整除，则这个整数能被4整除。

若一个整数的个位数字是0或5，则这个整数能被5整除。

若一个整数的奇位数字的和等于偶位数字的和或这两和数的差能被11整除，则这个数能被11整除。

m 个相继整数中必有一个能被 m 整除。

m 个相继整数的积能被 $m!$ 整除。

n 个整数都能被某一个数整除，则其和、差、积也能被这个数整除。

若一个整数能被几个互质的数整除，则它能被这几个数

的乘积整除。

3. 有理数

整数和分数总称为有理数。

任何有理数都可以表示为 $\frac{p}{q}$ ，其中 p 、 q 为互质的整数，且 $q \neq 0$ 。

有理数的和、差、积、商（除数不为0）仍是有理数。

如果 $\sqrt{a}$ 是有理数，那么 a 是一个完全平方数。

4. 无理数

无限不循环小数叫无理数。

无理数不能表示成 $\frac{p}{q}$ （ p 、 q 为整数， $q \neq 0$ ）。

$\{\text{无理数}\} \cap \{\text{有理数}\} = \phi$ 。

若 $a+bM=c+dM$ （ a 、 b 、 c 、 d 是有理数， M 是无理数），则 $a=c$ ，且 $b=d$ 。

5. 实数

有理数和无理数总称实数。

（1）数轴：规定了原点、方向和长度单位的直线叫数轴。

实数集和数轴上的点集是一一对应的。

任意两个实数都可以比较大小。

（2）实数的绝对值：若 a 是实数，则 $|a|$ 叫 a 的绝对值。

$$|a| = \begin{cases} a & (a \geq 0), \\ -a & (a < 0). \end{cases}$$

$|a|$ 的几何意义是数轴上表示 a 的点到原点的距离。

（3）算术根：在实数集中，正数的正的方根叫做算术

根，零的算术根是零。 a 的 n 次算术根记作 $\sqrt[n]{a}$ ($a \geq 0$)。

(4) 常用的有关实数的性质：

① 对于两个实数 a 、 b ， $a > b$ 、 $a = b$ 、 $a < b$ 的充要条件分别是 $a - b > 0$ 、 $a - b = 0$ 、 $a - b < 0$ 。

② 对于任意的实数 a ，都有 $a^2 \geq 0$ 、 $|a| \geq 0$ 、 $\sqrt{a^2} = |a| \geq 0$ 。

③ 实数具有连续性。

(5) 实数的运算：(略)。

(三) 复数

1. 复数的定义

形如 $a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$)的数叫做复数。其中， i 叫做虚数单位。 i 的性质是：

$$(1) i^2 = -1;$$

(2) i 可以与实数在一起按照实数的运算法则进行四则运算。这样， i 的幂具有周期性： $i^{4n} = 1, i^{4n+1} = i, i^{4n+2} = -1, i^{4n+3} = -i$ 。

($n \in \mathbb{N}$)

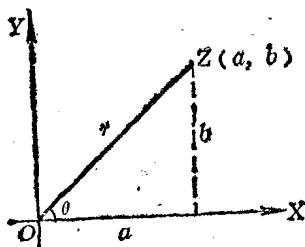


图 1-1

2. 复数的表示形式

复数 $z = a + bi$ 可以用

复平面上的点 $Z(a, b)$ 表示，也可以用向量 $\vec{OZ}$ 表示，见图 1-1。

向量 $\vec{OZ}$ 的长 $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ 叫复数的模或绝对值，记作 $|a + bi|$ 。X轴的正方向到向量 $\vec{OZ}$ 的角 θ 叫复数的幅角；

适合于 $0 \leq \theta < 2\pi$ 的幅角 θ 的值叫幅角的主值。

$$\because a = r \cos \theta, \quad b = r \sin \theta,$$

$$\therefore a + bi = r(\cos \theta + i \sin \theta).$$

$r(\cos \theta + i \sin \theta)$ 叫复数 $a + bi$ 的三角形形式。

3. 复数的性质

(1) 两个复数如果不全是实数, 它们就不能比较大小。

(2) $a + bi = c + di \iff a = c$, 且 $b = d$.

$$a + bi = 0 \iff a = 0, \text{ 且 } b = 0.$$

(3) 复数 $z = a + bi$ 的共轭复数是 $\bar{z} = a - bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$).

$$|z| = |\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2},$$

$$z + \bar{z} = 2a,$$

$$z \cdot \bar{z} = a^2 + b^2.$$

4. 复数的运算

(1) 加法: $(a + bi) \pm (c + di) = (a \pm c) + (b \pm d)i$.

(2) 乘法: $(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$,

$$\begin{aligned} & r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1) \cdot r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2) \\ &= r_1 r_2 [\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)]. \end{aligned}$$

(3) 除法: $\frac{a + bi}{c + di} = \frac{(ac + bd) + (bc - ad)i}{c^2 + d^2}$,

$$\frac{r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)}{r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)} = \frac{r_1}{r_2} [\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)].$$

(4) 乘方: $[r(\cos \theta + i \sin \theta)]^n = r^n (\cos n\theta + i \sin n\theta)$.

(棣美佛定理)

还可以用二项式定理把 $(a + bi)^n$ 展开计算。

(5) 开方: $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ 的 n 次方根为

$$\sqrt[n]{r} \left(\cos \frac{\theta + 2k\pi}{n} + i \sin \frac{\theta + 2k\pi}{n} \right). \text{ 其中, } k = 0,$$