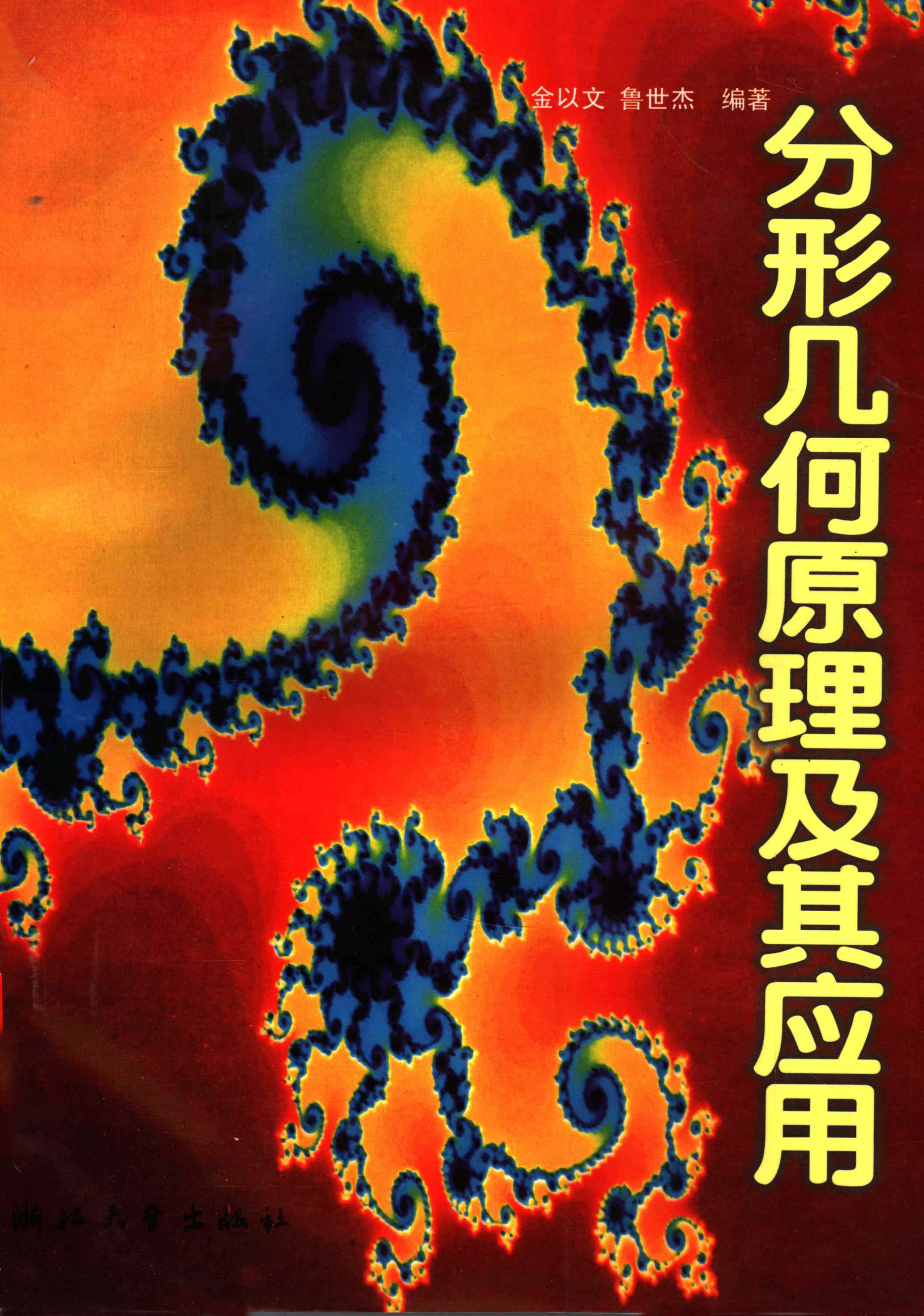


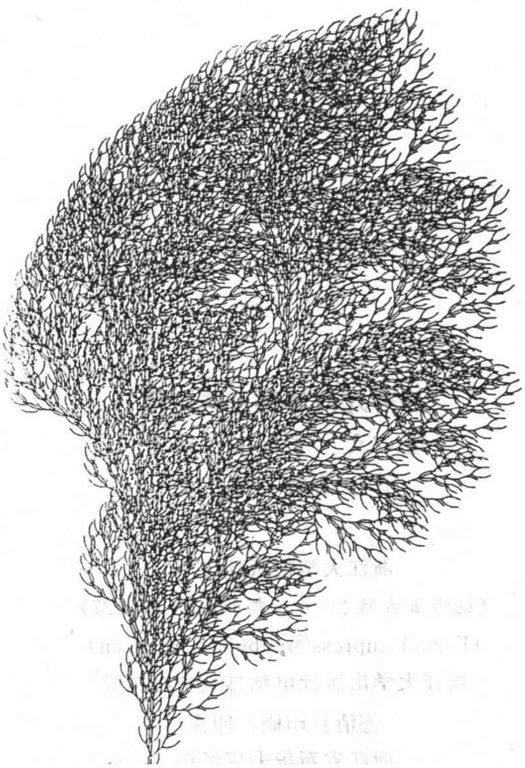
金以文 鲁世杰 编著

分形几何原理及其应用

浙江大学出版社

分形几何原理及其应用

金以文　鲁世杰　编著



内容简介

本书是一本理论结合实际的分形几何学教材，它系统地介绍了分形几何学原理以及生成分形的各种方法。内容包括：分形基本概念；生成分形集的各种方法；分形维数计算；分形插值；分形动力系统；混沌吸引子；Julia 集和 Mandelbrot 集图像生成以及分形图像压缩技术等。书中附有大量实例，内容丰富、通俗易懂，是一本专门介绍分形原理及其应用的入门著作。

本书可供高等院校数学、物理、化学、生物、医学、地震、冶金、材料、计算机、信号处理、图像编码以及经济等学科作为专业教材，也可作为对分形感兴趣的科学工作者和大专院校师生的参考书。

分形几何原理及其应用

金以文　鲁世杰　编著

责任编辑　陈子饶

*　*　*

浙江大学出版社出版

（杭州玉古路 20 号　邮政编码 310027）

（E-mail：zupress@pubulic1. hz. zj. cn）

浙江大学出版社电脑排版中心排版

德清县印刷厂印刷

浙江省新华书店经销

*　*　*

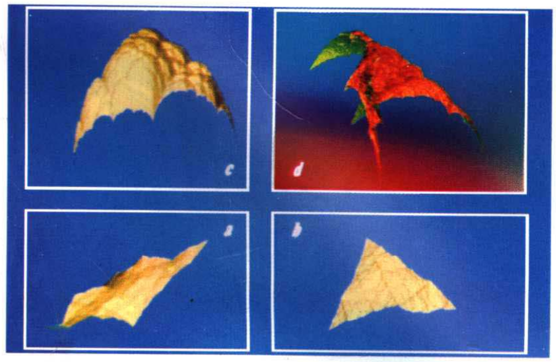
787mm×1092mm　16 开　17.25 印张　彩插 1　442 千字

1998 年 11 月第 1 版　1998 年 11 月第 1 次印刷

印数：0001—1000

ISBN 7-308-02068-1/O·229　定价：18.00 元

彩图[一] 分形曲面（赵乃良博士 1995年）



彩图[二] 分形曲面（赵乃良博士 1995年）

彩图[三]分形山、云（赵乃良博士 1991年）

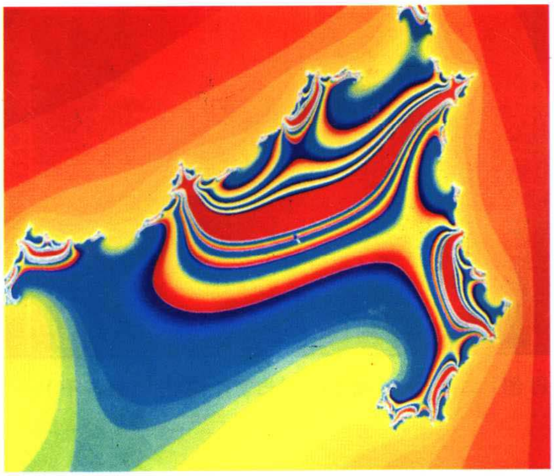
彩图[四]分形水波（赵乃良博士 1995年）

彩图[五]分形场景（郑文庭博士 1996年）

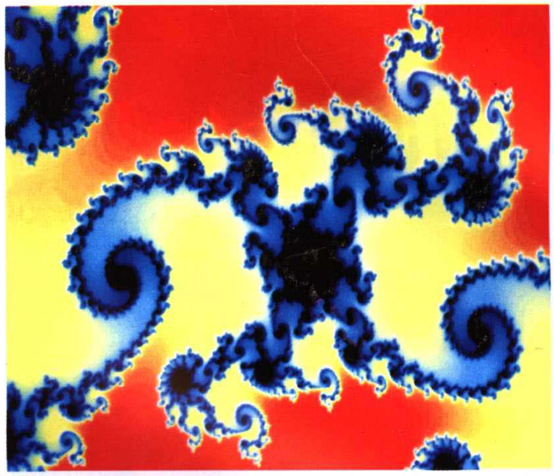
彩图[六]分形街景（俞益洲博士 1994年）

彩图[七]fBm树皮（童红卫硕士 1994年）

彩图[八]L系统生成花、叶、树皮(王毅刚博士 1992年)



彩图[九](a) Julia集（杨晓松 1993年）



(b) Mandelbrot集局部细节（杨晓松 1993年）

Orignal Picture

SNR=31.56 Cr=33.78

Orignal Picture

SNR=25.85 Cr=11.55

彩图[十]分形图象编码 （王毅刚博士 1995）

前　言

分形几何学是近十多年发展起来的一门新的数学分支，开创者是美国数学家 Benoit B. Mandelbrot。由于他对分形几何学的重大贡献，荣获了 1985 年 Barnard 奖章，由此可见分形理论在科学上的地位和影响。

分形几何学的惊人发展，源于它是一门能深刻描绘大自然本身的几何学，它不仅对自然科学的各个领域，而且对社会科学也有很大影响。它既有深刻的理论意义，又有巨大的实用价值。由于分形几何学的出现，它正在改变人们观察自然界复杂现象的方式，因此我们认为，分形的基本理论不仅是科学工作者要了解和掌握的，而且也是当代大学生和研究生应该学习和掌握的。

本书共分九章：第一章介绍分形的基本概念；第二章介绍本书所用到的数学基础；第三章介绍生成分形集的各种方法，包括：迭代函数系统，多级缩小复制机制，图形迭代系统，代数映射系统，L 系统，随机分形等，且附有大量的实例和用 C 语言编写的计算机程序；第四章介绍分形维数的定义和维数的计算；第五章介绍分形插值函数的定义和分形插值曲线的生成方法；第六章介绍分形图像压缩原理以及编码算法框图；第七章简单介绍分形动力系统；第八章介绍混沌动力系统的奇异吸引子，例如洛伦兹吸引子、罗斯勒吸引子、埃侬吸引子等，并且附有生成吸引子程序；第九章介绍复动力系统的分形集合，Julin 集和 Mandelbrot 集，以及 Julia 集理论对牛顿方法的应用。本书首页还附有若干张用分形技术绘制的图形和分形编码重构的图像。

作者自 1988 年以来一直为研究生讲授“分形几何学及其应用”，本书就是在对这门课程的教材进行多次修改和补充的基础上形成的。这门课程曾吸引了许多不同专业的研究生的兴趣，因此作者力图使这本书能成为非数学专业人员了解分形的入门书。因作者水平有限，书中错误和疏漏在所难免，敬请读者批评指正。

编者

1997 年 12 月

目　录

第一章　分形——一个新的概念

近年来，现代数学的一个新的分支——分形几何学(Fractal Geometry)可以说是本世纪有重大影响的成果之一. 自从美藉法国数学家 Benoit B. Mandelbrot 于本世纪 70 年代引入"Fractal"以来，这一新的概念是全球科学家们议论最为热烈最为兴奋的热门话题之一. 卷入分形热潮的有物理学家、数学家、化学家、生物学家、医学家、地震学家、地貌学家、冶金学家和材料学家，除此之外，不少哲学家、经济学家、社会学家、音乐家和画家乃至电影制作者都亦跻身于这个行列中. 分形论的拥护者们正以十倍的热情和百倍的努力，从多方面进行研究使分形臻于完善. 十几年来，分形理论及其应用都有了惊人的发展.

当今，研究动向分为三个方面：

1. 分形数学理论的研究和完善；
2. 分形的物理机制的探索；
3. 开拓分形理论的应用领域，这个方面的工作相当活跃.

目前有关分形的论文报告，数量不断翻番. 据美国科学情报研究所的计算机统计，世界上 1257 种权威学术刊物，在 80 年代后期发表的论文中与分形有关的文献占 37.5%，充分说明了分形渗透的领域之广，发展之快. 因此，美国著名物理学家 J. A. Wheeler 说："可以相信，明天谁不熟悉分形，谁就不能被认为是科学上的文化人". 总之，分形理论的建立，正在改变科学家观察自然界的传统方式，目前已对当今数学家乃至整个科学界产生了巨大影响，人们认为分形理论、混沌理论以及孤粒子理论是非线性科学的三大前沿.

1.1　什么是分形

目前分形还没有最终的科学定义. Mandelbrot 曾先后给出两个定义：

1. *A fractal is by definition a set for which the* Hausdorff-Besicovitch *dimension strictly exceeds the topological dimension*(1982 年).

这个定义说明分形是 Hausdorff-Besicovitch 维数严格大于拓扑维数的集合. 这个定义不够完全，因为它把许多 Hausdorff 维数是整数的分形集合排除在外，例如，经典分形集合 Peano 曲线分形维数 $D_H = 2$(整数).

2. *A fractal is shape made of parts similar to the whole in some way*(1986).

这个定义说明分形集合具有一个很重要的特性，即局部和整体以某种方式自相似. 但自相似性并不能概括分形的全部属性，例如 Minkowski 分形集等.

我们可以按 K. Falconer 的见解列出分形集合的特征：

1. *F has a fine structure, i.e., detail on arbitrarilly small scales.*

分形集合具有精细的结构，也就是说，在任意小的尺度下，它总有复杂的细节.

2. *F is too irregular to the described in traditional geometrical language, both locally and globally.*

分形集合是非常不规则的，用传统几何语言都无法描述它的局部和整体.

3. *Often F has some form of self-similarity, perhaps approximate or statistical.*

分形集合通常具有某种自相似形式,多半是近似的或统计意义下的.

4. *Usually the fractal dimension of F (defined in some way) is greater than its topological dimension.*

以某种方式定义的分形集合的分形维数通常是大于它的拓扑维数.

5. *In most cases of interest F is defined in a very simple way, perhaps recursively.*

在大多数令人感兴趣的情况下,分形集合是以非常简单的递归的方法产生的.

总之,要精确地给分形下定义为时尚早.

表 1-1　欧氏几何与分形几何学的比较

欧氏几何	分形几何
·经典的(> 2000 年历史)	·现代怪物(～ 10 年历史)
·基于特征长度或比例	·无特征长度或比例
·适合于人工制品	·适用于自然界各种对象的形状
·用公式描述	·用(递归)算法描述

表 1-1 概述了欧氏几何与分形几何的差别.

欧氏几何学已有两千多年的历史,分形几何学只有十几年历史;欧氏几何学描述的几何形状具有特征长度,例如球体半径、立方体的边长等,分形几何学描述的几何形状不具有特征长度,分形是通过自相似来刻划,与特征长度无关;欧氏几何学适用精确地描述人工制品,而分形几何学适合于描述自然界中各种不规则形状;欧氏几何学通过简单的代数公式来描述几何形状(例如半径为 r 的圆:$r^2 = x^2 + y^2$),一般分形几何学描述的几何形状是通过一个(递归)过程或算法生成的.

1.2　分形研究的对象

几何学的研究对象是物体的形状.在自然界中,许多物体的形状是极不规则的,例如:弯弯曲曲的海岸线,起伏不平的山脉,变化无常的浮云,以及令人眼花缭乱的满天繁星,等等.这些物体的形状有着共同的特点,就是极不规则,极不光滑.但是,所有的经典几何学都是以规则而光滑的几何形状为其研究对象的,例如:初等平面几何的主要研究对象是直线与圆;平面解析几何的主要研究对象是一次曲线与二次曲线;微分几何的研究对象是光滑的曲线与曲面;代数几何的研究对象则是复空间中的代数曲线,等等.

我们把凹凸不平的地球表面看成是绝对光滑的球面或椭球面.虽然在许多情况下,这样做并不妨碍我们得到非常符合实际的结论,但是,随着人类对客观世界的认识的逐步深入以及科学技术的不断进步,这种把不规则的物体形状加以规则化,然后进行处理的做法已经不令人满意了.在 70 年代中期,一门新型的几何学脱颖而出,就是用来深刻地描述大自然本身的几何学,它能深刻地刻划大千世界充满奇异而神秘的各种极不规则极不光滑的对象,这是数学发展史上的一个新世界.事实上,我们可以把分形看作是自然形态的几何抽象.

1.3　分形几何学的应用

分形几何学在许多领域里都有应用,它不仅引出了许许多多的新问题,还为解决古老的难

题带来了新的希望.为什么分形那么快被人们所接受，并且引起人们的极大关注，其主要原因有四条：

1.传统的数学研究方法与计算机图形学相结合，使分形成为看得见、摸得着、道得出来的东西.没有计算机图形学，这些美丽而极其复杂的Julia集和Mandedbrot集根本不可能呈现在屏幕上.通过图形学的某些特殊处理，可以在屏幕上看到多姿荆棘的圆盘，弯曲缠绕的螺线和细丝，挂着微细颗粒的鳞茎，充分显示了分形之美，使成千上万的科学家和艺术家们留连忘返.

2.物理学家和其他许多领域的科学家起了推波助澜的作用.他们越来越惊奇地发现，自然界里到处是分形.例如湍流、相变、银河系中的星团、流体在孔隙介质中的渗透以及人体脉管系统的分叉模式等等.分形给复杂的现象以新的解释.

3.分形成为各种不同领域科学家交流的共同语言，使他们能走到一起讨论共同的问题.

4.分形既有深刻的理论、又有巨大的实用价值，这是最主要的原因.

简单列举一下分形在几个方面的应用.

一、模拟自然景象

用分形几何学原理由计算机描绘出来的自然景象，例如山、云、水、植物等，简直可以与艺术大师们的杰作媲美，确实令人赞叹不已，甚至可以达到以假乱真的程度.许多作品都被好莱坞的特技行业成批地采用了.

二、图像数据压缩

分形图像压缩技术是由M.F.Barnsley在1987年提出的.这种方法完全不同于传统的各种编码方法，它充分利用了一幅图像中各区域之间的相似性或仿射性，通过一组仿射变换系数就可以描述一幅图像.这个方法由于能取得极高的压缩比，受到了美国军方的重视，并引起了世界各国研究人员的兴趣，是一个很有发展前途的研究领域.

三、分形生长及其应用

分形生长研究的目的在于试图给出分形生长的物理过程，以便揭示分形结构从形核到长大过程的物理规律.在物理学、化学、生物学、材料科学及医学中，存在着大量分形生长的实例，研究它们的生长规律，目的是为了达到控制或应用它的目的.目前采用的研究方法主要是实验研究和计算机模拟.以下列举一些代表性的模型：

1.艾登(*Edon*)模型

这是一个癌细胞增殖模型.在从原点开始生长的图形的边界外围所有相邻点(方格)中，等概率地任意选一点，使之成为原图形的一点，这样不可逆地进行下去，使图形不断生长.

2.有限扩散凝聚模型(*Diffusion-Limited Aggregation*)

有限扩散凝聚模型的缩写为DLA模型.是以布朗运动粒子不可逆地附到一个核上，使图形不断生长.这就相当于作了扩散场.这种图形具有向周围伸展的大大小小的分枝组成的构造.除了粒子大小和图形本身大小外，不存在其它特征长度.它具有自相似和分维的特征.

3.渗流模型

这是研究在含有某种液体(如石油)的多孔物质内注人另一种不相溶液体(如水)而产生的渗流情况的模型.

4.加成聚合模型

这是一种高分子支化聚合反应或溶胶凝胶转变过程的模型,用来生成聚合物.

5. 逐组凝集模型(*kinetie cluster aggregation*)

简称 KCA 模型,这是一种分散胶体的不可逆凝聚模型. 自然界中有许多凝聚现象都属于 KCA 模型.

用以上这些模型进行计算机仿真,所得到的图形都是自相似的,它们的分形结构的维数只依赖于空间维数 d,在这里不详细介绍.

四、混沌动力系统的研究

混沌动力系统的奇异吸引子往往是典型的分形. 奇异吸引子的研究是近年来分形理论中最活跃和最有吸引力的一个领域. 分形与分维为动力系统提供了简洁的几何语言. 动力系统中最早和最有名的分形吸引子是洛伦兹(Lorenz)吸引子,依依(M. Hénon)吸引子,等等. 在物理学家的不懈努力之下,混沌和奇异吸引子的研究,已取得了大批较严格的数学结果,其中包括很多计算机实验.

总之,分形有着广泛的应用领域.

1.4 分形几何学的创始

要了解分形,常常要回顾早年数学家的一些工作. 具有分形特征的几何对象早在 19 世纪初已被 数学家发现. 在 1861 年德国数学家 Weierstrass, Kavl 在一次演讲中首先提出"连续性不能推出可微性",1872 年他给出了著名的"处处连续处处不可微函数"(称为 Weirstrass 函数),显然这样的函数曲线是极不光滑的;1890 年意大利数学家 G. Peano 构造了这样的平面曲线,这条曲线通过平面上所有的点,称为Peano 曲线;1891 年德国数学家 D. Hilbert 构造了比较简单的 Peano 曲线,称为 FASS 曲线(Space Filling, Self-Avoiding, Simple and Self-Similar 曲线的缩写);1904 年瑞典数学家 H. Von. Koch 提出了所谓"Koch snowflow curve"(Koch 雪花曲线). 这一类曲线都具有"处处连续处处不可微"的特性,恰恰是描绘大自然中极不规则、极不光滑对象的最理想的函数. 因此这些曲线都成为今天分形的曲型的例子.

由于这类曲线在当时看不见,摸不着,都视之为"妖魔曲线"或"病态曲线",摒弃于研究大门之外,整整沉睡了 50 年,随着计算机的发展才又引起对这类曲线的关注. 当然,对历史的回顾,并不意味着分形早在一百多年前就已发现,分形创始人 B. B. Mandelbrot 在他的文章中写到:"… 我赞扬这些早年优秀数学家,因为他们早就发现了如此的结构,使我能把它们串联在一起进行思考,从而找到其宝贵的价值;同时我也责备他们,因为他们虽然构造出了许多精彩的反例,却没有发现它们之间的内在联系,反而像对待不受欢迎的畸形怪胎那样排斥在外,这就从根本上忽视和疏漏了真正深刻的内涵". 事实上,Mandelbrot 的贡献就在于发现了这类曲线具有的共同特性 —— 自相似性. 具体地说,取一小部分放大到原来的大小,看起来仍然与原来的图像没有什么区别. 这也就是在计算机上构造这类曲线的基本原理.

Mandelbrot 的这一设想的第一次重大突破是在 IBM 公司获得的. 当时要他弄清电子发射线路中的噪声问题,这在当时是个无法解释的现象,公司里的专家们为之头痛,而且为此耗费颇大. 这类噪声并非完全随机,它们一般是成束状放出的. 经 Mandelbrot 观察研究后,发现这类噪声无论是以秒还是以小时来计,这种束状规模总是保持不变,这说明"状态与尺度"无关,这使 Mandelbrot 出乎意料地发现了这个现象,产生了一个想法,也就是认为这类噪声在不同

尺度下具有自相似性. 并提出一个问题:这个现象在大自然中是否普遍存在?令人惊异的是,这里呈现的波形以及它们的数学表示可以用来解释与电子线路中噪声毫不相干的其他问题,例如,尼罗河上河水的涨落,股票市场上行情的变化,每年世界上棉花价格的涨落等等. 由此,Mandelbrot 得出一个结论:“世上万事万物的不规则性都以出人意料的规则方式反映出来”,这就是“**自相似性**”. 这是一个揭露大千世界奥秘的伟大发现.

在 1967 年,当时国际权威杂志 —— 美国“科学”杂志提出了这样一个问题:“英国海岸线有多长?”初看这个问题极其简单,但要明确回答确实很不容易. 因为海岸线是陆地与海洋的交界线,由于海水的冲击和陆地自身的运动,海岸线变得弯弯曲曲,很不规则,形成了大大小小的海湾、海岬. Mandelbrot 对这个问题进行了深入思考和分析,作出了令人惊奇的回答,他讲“海岸线长度可以认为是不确定的”,他对海岸线的本质作出的独特的分析而震惊了学术界. 他的分析是:如从高空飞行的飞机往下测量,测得的海岸线长度为 x_1;当从低空飞行的飞机测得的海岸线长度为 x_2,…,越飞越低,测量的精度越来越高,测量值显然有以下关系:

$$x_1 < x_2 < x_3 < \cdots < x_n < \cdots$$

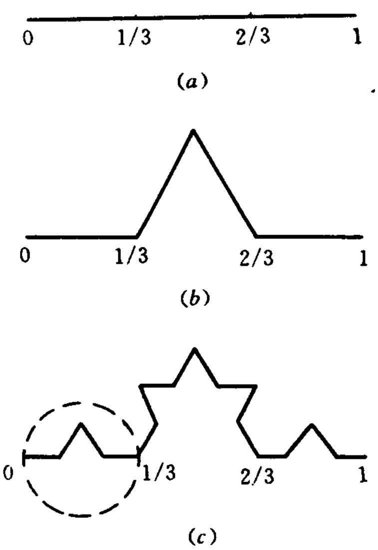


图 1-1　Koch 雪花曲线的分析

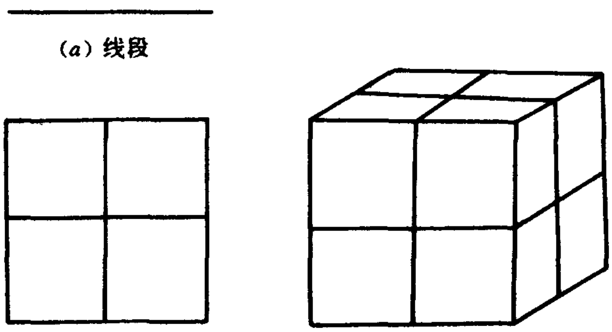
如果让一个小虫沿海岸爬行,那末它所经过的曲折更多,如果用分子、原子来测量,显然测得的 x_n 是天文数字. 这说明什么呢?这说明当对研究对象的观察越贴近,越仔细,那么发现的细节就越多. 但是在不同高度观察到的海岸线的曲折、复杂程度又十分相近,也就是说,海岸线有自相似性. Mandelbrot 用简单的 Koch 曲线来模拟英国海岸线比用折线段来逼近海岸线要精确得多. 现在让我们简单介绍一下 Koch 曲线的构造方法.

定义一个源多边形,称为**初始元**(*initiator*),例如一个直线段;再定义一个生成多边形,称为**生成元**(*generator*),见图 1-1(*a*) 和(*b*). 通过几何结构的迭代,见图 1-1(*c*),得到的极限曲线就是一条“处处连续处处不可微的曲线”. 分析一下这条极限曲线的长度,设直线长度 L 为 1,有以下结果:

尺度	段数	长度
$\frac{1}{3}$	4	$\frac{4}{3}$
$\frac{1}{9}$	4^2	$(\frac{4}{3})^2$
⋮	⋮	⋮
$\frac{1}{3^n}$	4^n	$(\frac{4}{3})^n$
⋮	⋮	⋮

当 $n \to \infty$ 时长度 $(\frac{4}{3})^n \to \infty$,是一个不确定值,这就是对“英国海岸线有多长?”的一个精辟的回答. 对这一问题的研究也成为 Mandelbrot 思想的转折点,他认为欧氏测度不能抓住不规则形状的本质,从而转向尺度对称性和尺度变换下的不变量 —— 维数的研究,分形概念就从这

里萌芽生长. 根据相似性，现在来看看如图 1-2 所示的线段，正方形和立方体的维数.



(a) 线段　(b) 正方形　(c) 立方体

图 1-2　线段、正方形、立方体

1. 直线段

若直线段长度 L 等于 1，用长为 r 的尺来度量，直线段可划分为 N 个小段，每一小段仍是直线段，放大 N 倍后就是原来的直线段. 因此有下述关系：

尺度(r)	段数(N)	长度(L)
$\frac{1}{2}$	2	1
$\frac{1}{3}$	3	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{1}{n}$	n	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

显见，L 可以用下面式子表示：

$$L = N \cdot r^1.$$

2. 正方形

设正方形面积 S 等于 1，用边长为 r 的小正方形划分原正方形，得到 N 个小正方形，每一个小正方形放大 N 倍后就是原正方形. 具体关系可表示如下：

尺度(r)	个数(N)	面积(S)
$\frac{1}{2}$	4	1
$\frac{1}{3}$	9	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{1}{n}$	n^2	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

显见，面积 S 可表示为：

$$S = N \cdot r^2.$$

3. 立方体

设立方体体积 V 等于 1，用边长为 r 的小立方体划分原立方体，得到 N 个小立方体. 每个小立方体放大 N 倍后就是原立方体. 具体关系为：

尺度(r)	个数(N)	体积(V)
$\frac{1}{2}$	2^3	1
$\frac{1}{3}$	3^3	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$\frac{1}{n}$	n^3	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

显见，体积 V 可表示为：

$$V = N \cdot r^3.$$

从以上观察可知，r 的指数即为经典维数：直线是 1 维，正方形是 2 维，立方体是 3 维. 因此，如果某图形是由把原图缩小 $\frac{1}{r}$ 倍的 N 个相似图形组成，则以下关系式成立，

$$N \cdot r^D = 1,$$

由此导出

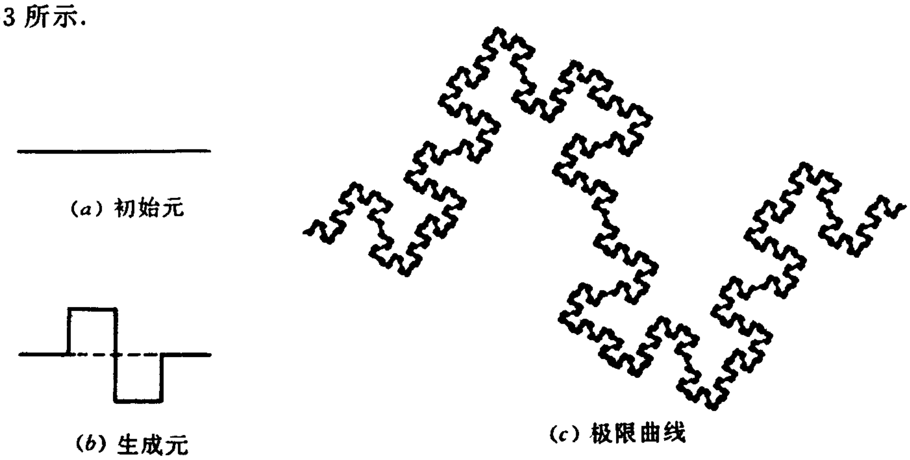
$$D = \log N / \log(\frac{1}{r})$$

这里 D 即为相似维数.

我们用这个公式来计算 Koch 雪花曲线的维数：

$$D = \log 4/\log 3 \doteq 1.261817\cdots > 1.$$

可见用维数为 1 的折线来度量维数大于 1 的对象，其长度肯定趋向于无穷大. 对于这一类不具有特征长度的对象，维数就成为描绘这类对象的定量参数，定量地表现了这类曲线的复杂程度. 若海岸线曲曲弯弯，复杂度更大，可以用另一个分形曲线来逼近，例如 Minkowski“香肠”，如图 1-3 所示.



(a) 初始元　(b) 生成元　(c) 极限曲线

图 1-3　Minkowski“香肠”

其维数为：

$$D = \log 8/\log 4 \approx 1.5,$$

大于 Koch 雪花曲线的维数. 这条曲线模拟了有更多的海湾和半岛的海岸线. 根据各国海岸线或国界线的复杂程度,可以用以下几种生成元来模拟,如图 1-4 所示.

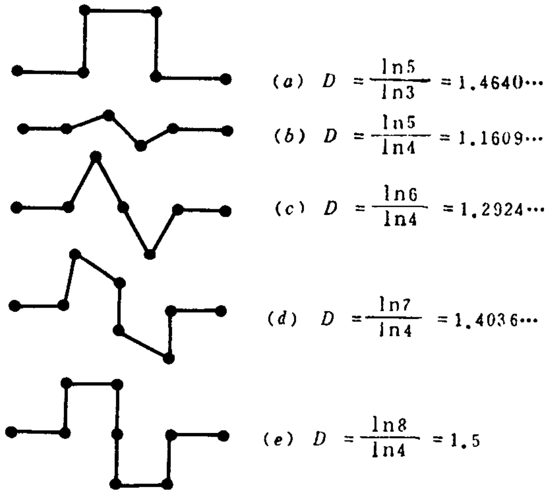


图 1-4　几种海岸线模型曲线的生成元

Mandelbrot 通过研究得出:英国西海岸线的维数 $D \doteq 1.25$;德国国境线(1899 年)$D \doteq 1.15$;西班牙和葡萄牙国界 $D \doteq 1.14$;澳大利亚海岸 $D \doteq 1.13$;南非洲海岸 $D \doteq 1.02$. 这类曲线的维数大多数不是整数,如图 1-5 所示。因此一度把 fractal 翻译成"分数维".

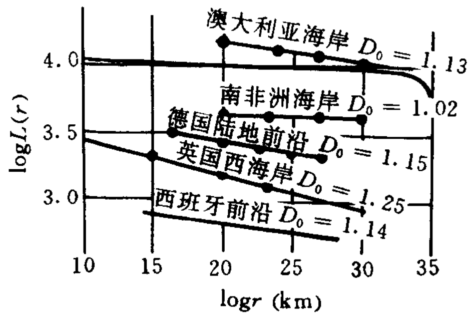


图 1-5　海岸线分维的测定

应该指出的是,标准的自相似性分形是数学家们精心构造出来的,纯粹而漂亮,而实际上大量存在的是"随机分形",是统计意义下的自相似性.

自 1982 年 Mandelbrot 出版了《The Fractal Geometry of Nature》著作之后,分形这个概念便在全世界不径而走,迅速深入到许多科学领域,把许多学者、专家、工程师,甚至艺术家带进了分形的科学殿堂.

1.5　Mandelbrot 简历

Benoit B. Mandelbrot 1924 年出生于波兰华沙一个立陶宛犹太人家庭,1936 年全家迁到法国巴黎;1944 年进入巴黎理工学院,在那里遇到了著名数学家 G. Julia 和 P. Levy,这对他的学习和兴趣产生了极大的影响;1947 年他到美国进入加州理工学院,1948 年获理科硕士学位;1952 年又进入巴黎大学,在那里获数学博士学位;1953 ～ 1954 年到美国普林斯顿高等研究院工作;1958 年到美国 IBM 公司工作,现在仍是 IBM 公司的高级研究员;1973 年在法兰西学院讲学期间,第一次提出了"分形几何学" 的思想;1975 年为了给这类曲线命名,翻遍了他儿子的拉丁文字典,终于杜撰出一个新的名词 ——*Fractal*,尚未列入词典的词汇. 此词来源于拉丁文的 *fractus*(碎片、支离破碎)和英文的 *fractured*(断裂)和 *fractional*(碎片,分数)双重意义,反映出他所创建的几何学描绘的对象是粗糙不堪而非完美圆润的,是凹凸不平而非光滑平坦的,

专用来处理那些极不规则的形状.他曾在哈佛大学教经济,目前仍是哈佛大学应用数学系兼职教授;在耶鲁大学教工程学;在爱因斯坦医学院教生理学.Mandelbrot 曾说:“每当听到对我以前工作的罗列,我总感到惊异于自己究竟是否存在.如果把这些工作看作集合,那末这些集合的交集肯定是空集”.Mandelbrot 投身科学事业 40 年,在许多领域做出了贡献,横跨数学、物理学、地学、经济学、生理学、计算机、天文学、情报学、信息与通讯、城市与人口、哲学与艺术等学科与专业,是一位名副其实的博学家.

Mandelbrot 是美国科学院院士,美国艺术与科学研究院成员,欧洲艺术科学和人文研究院院士,80 年代以来,获得了许多荣誉:

1985 年获巴纳德(Barnard) 奖,此奖是由美国哥伦比亚大学评定,美国科学院颁发的科学功勋服务奖,每五年颁发一次,专授于在“物理或天文学方面作出重大发现”或“使科学造福于人类取得新成就”的优秀人物.获此殊誉的伟大科学家有爱因斯坦.

1986 年获富兰克林奖.

1988 年获四项大奖,其中一项是“科学与艺术奖”,是奖励那些“促进艺术、科学和工业界之间互相渗透的重大科学创新”的优秀人物.

1989 年获以色列海法颁发的“科学与技术”的哈维(Harvey) 奖.

Mandelbrot 的经历是不平凡的,不是一帆风顺的,因此他获奖时已 60 多岁了.他长期生活在“不时髦的数学角落里”,用一种非正统的方法探索一些“不受欢迎”的原理.在纯粹数学家眼里他并非数学家,经常受到指责和批评,说他是在勉为其难,一心想名垂青史.在一些相当不同的领域里从未被接纳过,他始终是一个世外人,有时为发表文章不得不隐藏自己最重要的思想,但他以坚韧的毅力和大无畏的科学探索精神,为建立分形几何学立下了不朽的功勋.