



学习与应考百页丛书

数学重点和难点剖析

《百页丛书》编委会 编

工人出版社

数学重点和难点剖析

《百页丛书》编委会编

执笔人： 姚效伊 李宗汉
许 为 张金东

工人出版社

数学重点和难点剖析

《百页丛书》编委会 编

执笔人： 姚效伊 李宗汉
许 为 张金东

工人出版社出版（北京安外六铺炕）

新华书店北京发行所发行

北京通县曙光印刷厂印刷

开本787×1092毫米 1/23 印张5.25 字数：116000

1989年2月第1版 1989年2月北京第1次印刷

印数： 1—12,748册

ISBN 7-5008-0251-x/G·19 定价：...0元

内 容 简 介

本书结合成人高考的重点内容，函数、三角函数式的变换、数列、直线与平面、曲线与方程等，进行深入分析指导，在讲清基本概念的同时，着重阐明解题的思路与技巧，特别是提高计算能力的问题。为协助考生取得事半功倍之效，精心设计了模拟试题并给予必要的提示，启发考生举一反三、触类旁通。它将是中学高年级学生及参加成人高考的青年的良师益友。

出版者的话

当前，社会上各种学习应试的参考书籍、辅导资料数不胜数，令人眼花缭乱。此类书籍大都洋洋洒洒三四十万言，五六百页。不管读者知与不知，知之多少，一概全面辅导、详加分析，以致篇幅冗长，针对性差，重点模糊。读者往往费时费力，却收效甚微。

《学习与应考百页丛书》摒除了上述出版物的弊病，根据读者的实际需要，着重研究他们学习中感到困难，应试中经常出现错误，广大教师教学中也感到棘手，而其它书籍未涉及或论述得欠透彻的若干问题，使读者掌握科学的学习方法，摆脱茫茫题海，开拓思路，迅速提高解题的技能与技巧，考取优异的成绩。

《百页丛书》每册虽只有六七万字，但正如百页之窗：启之，大千世界，尽收眼底；闭之，发人深思，启迪匪浅。各册内容均包括知识要点、测试题型、解题的思路与技巧、练习与思考。每册书又各具特色，重点突出，启发读者举一反三、触类旁通，收到事半功倍之效。它是广大自学青年、各类高考应试者的良师益友，也是中学教师、师范院校教师的重要参考书。

《学习与应考百页丛书》编委

师尼罗 张 厚
周 铜 李松晨 陈 光
郝世林 张国模

本书执笔人：姚效伊 李宗汉
许 为 张金东

责任编辑：文 吟

封面设计：刘 真

版式设计：蔡卫东

引 言

纵观近年来的成人高考试题，就其难度而言，历年有所提高，1987及1938年的试题就充分说明了这一点。从对这些试题的分析中可以看出，试题知识覆盖面大，比例恰当，难易适度，题型多样。既考查考生的基础知识和基本技能，又考查考生的记忆、理解、空间想象、逻辑推理、分析与综合、数式的计算诸方面的能力。基于以上所言，在本书编写中，特别注意以下几个方面。

紧扣成人高考大纲，保证重点，突破难点，兼顾全面。全书共五章，紧紧抓住函数、三角函数式的变换、数列、直线与平面、曲线与方程等重点内容进行论述。函数是初等数学的重要内容，是高等数学的基础，高中数学的各个科目都要用到函数的有关知识。三角函数式的变换是三角的主要部分，它反映了三角函数的内在联系及有关规律。也是学生感到生疏的内容。数列一方面从属于函数，但另外又有它独特的内容，是高等数学中级数部分的基础，其中有些题目，涉及到多方面的数学知识，必须有较好的基础，较强的思维能力，才能解决。直线与平面是立体几何的最主要内容和基础，可以说这些知识学习的如何，就意味着立体几何的学习水平。因为这部分内容完整而深刻地揭示了空间中的各种线面关系。它对于形成和提高空间想象能力起着极为关键的作用。曲线与方程是平面解析几何的中心研究课题，可以说平面解析几何中的许多重要题目，无不与曲线和方程有关。曲

线与方程集中地体现了用代数方法研究几何的基本思想，是由初等数学向高等数学过渡的很好体现。从以上的简单分析中可以看出，高中数学的主要内容集中于以上所编章节，而历年各类高考试题也都以这些内容为主。所以这些内容既是考生应知应会的重点，又是似偏而全的精华。学习本书免去考生浩海寻题之苦，以期事半功倍。

重视基本概念和基本技能。应考中不能圆满解题，是考生的困难之一。究其原因，主要还是基本概念和基本技能不够扎实。为此，本书编有内容提要，使基础知识一目了然。还精选了较新的例题，进行分析指导，指出思维推理方法和常用数学方法，有利考生把握基础，提高能力。

在加强代数、三角、几何知识的联系和综合运用的同时，注重提高能力，尤其是计算能力。运算能力欠缺，往往导致解题的失败。对这一重要能力，本书注意着力解决，引起考生注意，免去考后因运算之误造成的长久遗憾。

为使考生在考前节省时间，适应考试，目标准确，本书有针对性地给出文、理科模拟试题各两份，并附有答案及解法，供考前自检之用。此外，还附有今年（1988年）成人高考数学试题（文、理均有）及其答案，以供参考。

本书编者多年从事普通高考和成人高考的复习工作，通力合作编著此书。对书中疏漏之处，恳请读者指正。

本书对各类高考师生都有一定的参考价值。

编 者

一九八八年五月

目 录

引 言

第一章	函 数	1
第二章	三角函数式的变换	23
第三章	数 列	48
第四章	直线与平面	59
第五章	曲线与方程	101
附 录	综合练习及答案	128

1988年全国成人高等学校招生统

一考试题目(数学)及答案

图 象 顶 点		$\left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$
图 象 对 称 轴		$x = -\frac{b}{2a}$
图 象 与 x 轴 交 点	$\Delta > 0$	$(x_1, 0), (x_2, 0)$
	$\Delta = 0$	$\left(-\frac{b}{2a}, 0\right)$
	$\Delta < 0$	无 交 点
图 象 与 y 轴 交 点		$(0, c)$

(2) 二次函数的性质

		$a > 0$	$a < 0$
定 义 域		R	R
值 域		$\left(\frac{4ac-b^2}{4a}, +\infty\right)$	$\left(-\infty, \frac{4ac-b^2}{4a}\right)$
最 值		$x = -\frac{b}{2a}$ 时 $y_{\text{最小}} = \frac{4ac-b^2}{4a}$	$x = -\frac{b}{2a}$ 时 $y_{\text{最大}} = \frac{4ac-b^2}{4a}$
函 数 值 的 正 负	$\Delta > 0$	$x < x_1$ 或 $x > x_2$ 时, $y > 0$	$x < x_1$ 或 $x > x_2$ 时, $y < 0$
		$x_1 < x < x_2$ 时, $y < 0$	$x_1 < x < x_2$ 时, $y > 0$
	$\Delta = 0$	$x \in R$ 且 $x \neq -\frac{b}{2a}$ 时, $y > 0$	$x \in R$ 且 $x \neq -\frac{b}{2a}$ 时, $y < 0$
	$\Delta < 0$	$x \in R$ 时, $y > 0$	$x \in R$ 时, $y < 0$

续表

	$a > 0$	$a < 0$
单 调 性	在 $[-\infty, -\frac{b}{2a}]$ 上 是减函数 在 $[-\frac{b}{2a}, +\infty]$ 上 是增函数	在 $(-\infty, -\frac{b}{2a}]$ 上 是增函数 在 $[-\frac{b}{2a}, +\infty)$ 上 是减函数
奇 偶 性	$b=0$ 时, 偶函数 $b \neq 0$ 时, 非奇非偶函数	

※ 表中 x_1, x_2 为 $ax^2+bx+c=0$ 的两个根, 且 $x_1 < x_2, \Delta=b^2-4ac$.

2. 指数函数与对数函数

函 数	指 数 函 数
解 析 式	$y=c^x (a>0, \text{且} a \neq 1)$
图 象	

续表

函 数	对 数 函 数	
解 析 式	$y = \log_a x \ (a > 0, \text{且} a \neq 1)$	
图 象		
定 义 域	R	$(0, +\infty)$
值 域	$(0, +\infty)$	R
单 调 性	$a > 1$ 时, 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是增函数 $0 < a < 1$ 时, 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数	$a > 1$ 时, 在 $(0, +\infty)$ 上是增函数 $0 < a < 1$ 时, 在 $(0, +\infty)$ 上是减函数
基 本 性 质	$a^0 = 1$	$\log_a 1 = 0$
	$a^1 = a$	$\log_a a = 1$
	当 $a > 1$ 时, $x > 0$ 时, $y > 1$; $x < 0$ 时, $y < 1$.	当 $a > 1$ 时, $x > 1$ 时, $y > 0$; $x < 1$ 时, $y < 0$.
	当 $0 < a < 1$ 时, $x > 0$ 时, $y < 1$; $x < 0$ 时, $y > 1$.	当 $0 < a < 1$ 时, $x > 1$ 时, $y < 0$; $x < 1$ 时, $y > 0$.

3. 幂函数

$y = x^n$ (其中 n 是常数, 本书只讨论 n 是有理数的情况, 即 n 是整数或既约分数)。

(1) 几种常见的幂函数图象

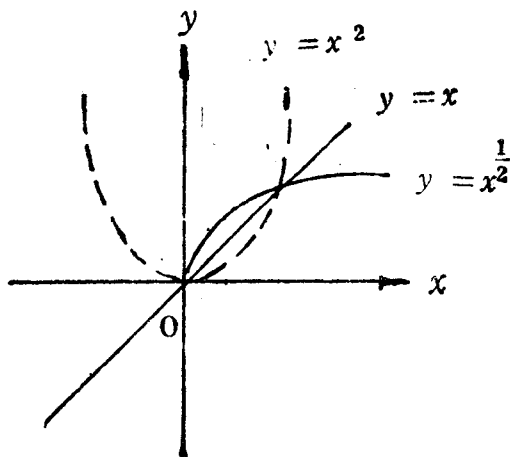


图 1-5

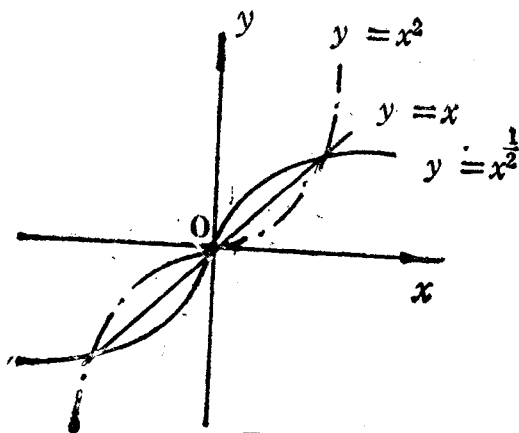


图 1-6

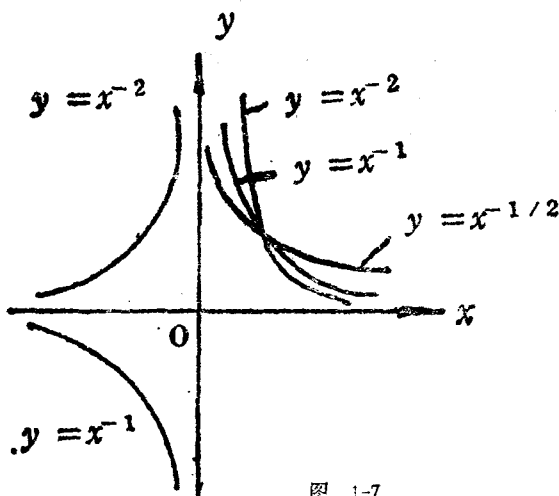


图 1-7

(2) n 函数的定义域与单调性

		$n > 0$	$n < 0$
定 义 域	n 是整数	R	$\{x \mid x \in R \text{ 且 } x \neq 0\}$
	n 是分母为奇数的分数	R	$\{x \mid x \in R \text{ 且 } x \neq 0\}$
	n 是分母为偶数的分数	$[0, +\infty)$	$(0, +\infty)$
单 调 性		在 $(0, +\infty)$ 上是增函数	在 $(0, +\infty)$ 上是减函数

二、例 题

例1 求下列函数的定义域:

$$(1) \quad y = \frac{1}{1 + \frac{x}{x+1}};$$

$$(2) \quad y = \frac{x^2 + x - 1}{\lg(\sqrt{x-1} - 3)};$$

$$(3) \quad y = \frac{\sqrt{x^2 - x - 2}}{\log_2(5 - |x|) - 1};$$

$$(4) \quad y = \frac{\sqrt[3]{9 - \left(\frac{1}{3}\right)^x}}{\sqrt{\log_{\frac{1}{2}} \frac{3x-2}{2x+1}}};$$

解: (1) $\therefore \begin{cases} 1 + \frac{x}{x+1} \neq 0, \\ x+1 \neq 0. \end{cases}$

即 $\begin{cases} x \neq -\frac{1}{2}, \\ x \neq -1. \end{cases}$

$\therefore$ 函数的定义域是 $\{x|x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x \neq -\frac{1}{2},$

$x \neq -1\}$

(2) $\therefore \begin{cases} x-1 \geq 0, \\ \sqrt{x-1} - 3 > 0, \\ \lg(\sqrt{x-1} - 3) \neq 0. \end{cases}$

即 $\begin{cases} x \geq 1, \\ \sqrt{x-1} > 3, \\ \sqrt{x-1} - 3 \neq 1. \end{cases}$

解之得 $x > 10$ 且 $x \neq 17$,

$\therefore$ 函数的定义域是 $\{x | x > 10, \text{ 且 } x \neq 17\}$ 。

$$(3) \because \begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0, \\ 5 - |x| > 0, \\ \log_2(5 - |x|) - 1 \neq 0. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x \leq -1 \text{ 或 } x \geq 2, \\ -5 < x < 5, \\ 5 - |x| \neq 2. \end{cases}$$

解得 $-5 < x \leq -1$

或 $2 \leq x < 5$, 且 $x \neq \pm 3$ 。

$\therefore$ 函数的定义域是:

$$(-5, -3) \cup (-3, -1] \cup [2, 3) \cup (3, 5)。$$

$$(4) \because \begin{cases} \sqrt[3]{9} - \left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 0, \\ \frac{3x-2}{2x+1} > 0, \\ \log_{\frac{1}{2}} \frac{3x-2}{2x+1} > 0, \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} \frac{2}{3^{\frac{2}{3}}} \geq 3^{-x} \\ x < -\frac{1}{2} \text{ 或 } x > \frac{2}{3}, \\ \frac{3x-2}{2x+1} < 1. \end{cases}$$

解得: $-\frac{2}{3} < x < 3。$