

# 高二数学同步训练

(新一版)

袁 桐 金立建 袁芝英

上海科学技术文献出版社

(沪)新登字301号

高二数学同步训练

(新一版)

\*

上海科学技术文献出版社出版发行

(上海市武康路2号)

全国新华书店经销 宜兴市第二印刷厂印刷

\*

开本787×1092 1/32 印张 7.25 字数 15.3万

1992年12月第2版 1992年12月第1次印刷

印数：1—10,000

ISBN 7-5439-0112-9/O·73

定价：2.50元

## 前　　言

本书是江苏省苏州中学与扬州市五中等学校近年来使用的练习册，经过不少兄弟学校使用，提出意见修改后再印的。

本书中的练习按章编写，每章又分成若干节，力求与教学顺序同步，每节的练习又分为三个部分，即选择题、填空题、计算或证明题。选择题的作用主要是为了加深对概念的理解。在教学中多使用选择题的形式练习，可省时间，较快地获得反馈。填空题，则是进一步的练习，学生往往会发生考虑不周的情况，如应该两解的，写成一解；应该舍去的，粗心未舍等等。计算及证明题，则是对教科书的补充，对学有余力的同学来说，是自我练习的小天地。

正如同行们熟悉的，数学的同步，往往要以一个单元为进程，这些练习应该在一单元后进行。同时，由于编排上的原因，选择题、填空题的最后几题也可能困难一些，计算及证明题中也有些难度较高的题，那是为学有余力的同学安排的，也可作为综合复习时用，为了读者的方便，每章末都附有答案，又附有部分问题的略解或提示。

由于编者水平所限，书中还会有不少缺点和错误，请同行指正。

编　　者

# 目 录

## 第一篇 代 数

### 第一章 不等式

§ 1 不等式的性质.....	( 1 )
§ 2 不等式的证明.....	( 6 )
§ 3 不等式的解.....	( 17 )
§ 4 自测试题.....	( 26 )
答案与提示.....	( 29 )

### 第二章 数列与数学归纳法

§ 1 数列的基本概念.....	( 38 )
§ 2 等差数列和等比数列.....	( 39 )
§ 3 数学归纳法.....	( 49 )
§ 4 数列的极限.....	( 52 )
§ 5 综合问题.....	( 58 )
§ 6 自测试题.....	( 62 )
答案与提示.....	( 64 )

### 第三章 复数

§ 1 复数的概念和代数式.....	( 71 )
§ 2 复数的三角式.....	( 81 )
§ 3 自测试题.....	( 91 )
答案与提示.....	( 93 )

### 第四章 排列、组合、二项式定理

§ 1 排列与组合.....	( 103 )
§ 2 二项式定理.....	( 111 )
§ 3 自测试题.....	( 119 )
答案与提示.....	( 120 )

## 第二篇 解析几何

### 第一章 直线

- § 1 平面直角坐标系和直线方程 ..... ( 130 )
- § 2 点、线及两条直线的位置关系 ..... ( 135 )
- § 3 综合题 ..... ( 139 )
- § 4 自测试题 ..... ( 143 )
- 答案与提示 ..... ( 145 )

### 第二章 圆锥曲线

- § 1 曲线与方程、圆 ..... ( 153 )
- § 2 椭圆、双曲线 ..... ( 159 )
- § 3 抛物线 ..... ( 164 )
- § 4 坐标平移 ..... ( 167 )
- § 5 综合题 ..... ( 170 )
- § 6 自测试题 ..... ( 176 )
- 答案与提示 ..... ( 173 )

### 第三章 参数方程、极坐标

- § 1 参数方程 ..... ( 195 )
- § 2 极坐标 ..... ( 201 )
- § 3 综合题 ..... ( 203 )
- § 4 自测试题 ..... ( 212 )
- 答案与提示 ..... ( 216 )

## 第一篇 代数

# 第一章 不等式

本章是中学阶段不等式内容的总结。从初中开始，我们学过解一元一次不等式和不等式组；一元二次不等式；解三角不等式，解对数不等式等也在函数研究（如求定义域、值域，研究二次方程根的性质等）中常用到，不等式的证明，则是一个新内容，证法多，题型多。但是，无论是解不等式还是证明不等式，都是依据不等式的性质，因此，本章的练习主要是性质、证明、解法。第一类主要是在弄清概念上训练；第二类主要是方法上训练；第三类则在解的严密性上训练。由于不等式内容的涉及面广，因而综合性问题也就较多。

## § 1 不等式的性质

### 一、选择题

1. 以下四个命题中正确命题有( )个。

①  $a > b \Rightarrow |a| > b$ ,    ②  $a > b \Rightarrow a^2 > b^2$ ,

③  $|a| > b \Rightarrow a > b$ ,    ④  $a > |b| \Rightarrow a > b$ .

(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. 以下四个条件中，能使  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  成立的充分条件有

( )个。

①  $b > 0 > a$ ,    ②  $0 > a > b$ ,    ③  $a > 0 > b$ ,

④  $a > b > 0$ .

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3. 若  $a > b$ , 则下列不等式中一定成立的是( )。

(A)  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  (B)  $\frac{b}{a} < 1$

(C)  $2^a > 2^b$  (D)  $\lg(a-b) > 0$

4.  $a > 0 > b$ ,  $0 > c > d$ , 则以下不等式中不成立的是( )。

(A)  $ac < bd$  (B)  $\frac{a}{d} > \frac{b}{c}$

(C)  $a+c > b+d$  (D)  $a-d > b-c$

5. 若  $ac > bd$  且  $a > b > 0$ , 则  $c$ 、 $d$  的大小关系是( )。

(A)  $c > d$  (B)  $c > d > 0$

(C)  $c < d$  (D) 不能确定

6.  $x > 3$  是  $\frac{3}{x} < 1$  的( )条件。

(A) 充要 (B) 充分而不必要

(C) 必要而不充分 (D) 既非充分亦非必要

7. 若  $a > b$ , 则有( )。

(A)  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  (B)  $ac^2 > bc^2$

(C)  $\frac{a}{b} > 1$  (D)  $2^a > 2^b$

8.  $a < b < 0$ , 则一定有( )。

(A)  $\frac{a}{b} < 1$  (B)  $|a| > -b$

(C)  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$  (D)  $b^2 > a^2$

9.  $a < 0$ ,  $-1 < b < 0$ , 则一定有( )。

(A)  $a > ab > ab^2$  (B)  $ab^2 > ab > a$

- (C)  $ab > a > ab^2$     (D)  $ab > ab^2 > a$
10. 若  $x, y, z$  均为大于 -1 的负数，则一定有（ ）。  
 (A)  $x^2 - y^2 - z^2 < 0$     (B)  $xyz > -1$   
 (C)  $x + y + z < -3$     (D)  $(xyz)^2 > 1$
11.  $a > b, c \geq d$ , 则一定有（ ）。  
 (A)  $(a-d)^2 > (b-c)^2$     (B)  $(a-d)^2 \geq (b-c)^2$   
 (C)  $(a-d)^2 \leq (b-c)^2$     (D) 以上都不对
12. 下列不等式中有实数解的是（ ）。  
 (A)  $x^2 + (x-1)^2 \leq 0$     (B)  $|x-5| + |2-x| < 3$   
 (C)  $\frac{x^2+4}{|x|} < 4$     (D)  $|x^2 - x + 1| \leq x^2 - x + 1$
13. 不等式  $|x-4| + |x-3| < a$  有实数解的  $a$  是（ ）。  
 (A)  $a > 7$     (B)  $1 < a < 7$     (C)  $a > 1$     (D)  $a \geq 1$
14. 设  $x, x+2, x+4$  是一个钝角三角形三条边的长，则  $x$  的取值范围是（ ）。  
 (A)  $3 < x < 6$     (B)  $2 < x < 6$   
 (C)  $x > 2$     (D)  $0 < x < 6$
15. 已知  $0 < a < b, a+b=1$ , 则  $\frac{1}{2}, 2ab, b, a^2+b^2$  中最大的是（ ）。  
 (A)  $\frac{1}{2}$     (B)  $b$     (C)  $2ab$     (D)  $a^2+b^2$
16. 已知  $x : y = a : b, 0 < a < b$ . 又有  $x+y=c, c < 0$ . 则  $x, y$  中较小的数是（ ）。  
 (A)  $\frac{ac}{b}$     (B)  $\frac{(bc-ac)}{b}$   
 (C)  $\frac{bc}{a+b}$     (D)  $\frac{ac}{a+b}$

17. 已知 $0 < a < 1$ , 则 $a^{\frac{1}{a}}$ ,  $a^{-a}$ ,  $a^a$ 的大小关系是( )。

(A)  $a^{\frac{1}{a}} > a^a > a^{-a}$  (B)  $a^{-a} > a^a > a^{\frac{1}{a}}$

(C)  $a^a > a^{\frac{1}{a}} > a^{-a}$  (D)  $a^{-a} > a^{\frac{1}{a}} > a^a$

18. 若 $x \in (1, 10)$ , 则 $\lg^2 x$ ,  $\lg x^2$ ,  $\lg(\lg x)$ 的大小关系是( )。

(A)  $\lg(\lg x) < \lg x^2 < \lg^2 x$

(B)  $\lg(\lg x) < \lg^2 x < \lg x^2$

(C)  $\lg^2 x < \lg x^2 < \lg(\lg x)$

(D)  $\lg x^2 < \lg(\lg x) < \lg^2 x$

19. 已知 $\alpha$ 、 $\beta$ 为锐角,  $\alpha > \beta$ , 则有( )。

(A)  $(\sec \alpha)^{-\sin \alpha} < (\sec \beta)^{-\sin \alpha}$

(B)  $(\sin \alpha)^{-\sec \alpha} < (\sin \alpha)^{-\sec \beta}$

(C)  $(\cos \alpha)^{\csc \alpha} > (\cos \beta)^{\csc \alpha}$

(D)  $(\cos \alpha)^{-\csc \alpha} > (\cos \alpha)^{-\csc \beta}$

20. 设 $f(x) = |\lg x|$ , 若 $0 < a < b < c$ 且 $f(a) > f(c) > f(b)$ , 则下列关系中正确的是( )。

(A)  $ac + 1 < a + c$  (B)  $ac + 1 > a + c$

(C)  $ac + 1 = a + c$  (D)  $ac > 1$

## 二、填空题

1.  $a > 0$ ,  $b < 0$ ,  $a + b > 0$ . 则 $a$ ,  $b$ ,  $-a$ ,  $-b$ 由小到大的排列顺序是\_\_\_\_\_。

2. 已知 $a < b < 0$ ,  $c > 0$ , 在下列空格处填上恰当的不等号或等号:

(1) 若 $ad > bd$ , 则 $d \underline{\quad} 0$ ;

(2)  $\frac{c}{a} \underline{\quad} \frac{c}{b}$ ; (3)  $\sqrt{|af|} \underline{\quad} \sqrt{|bf|}$ ;

(4)  $(a-2)c \leq (b-2)c$ ; (5)  $a^2 \leq b^2$ ;

(6)  $b-a \leq |a|-|b|$ .

3. 设  $a \in (60, 84)$ ,  $b \in (28, 33)$ , 则:

(1)  $a+b \in \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(2)  $a-b \in \underline{\hspace{2cm}}$ ;

(3)  $\frac{a}{b} \in \underline{\hspace{2cm}}$ .

4.  $a, b \in R$ , 两个不等式  $a > b$ ,  $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$  同时成立的充要条件是 \_\_\_\_\_.

5.  $\alpha + \beta > 2$  和  $\alpha\beta > 1$  是  $\alpha > 1$ ,  $\beta > 1$  的 \_\_\_\_\_ 条件.

6. 不等式  $2 \leq x^2 + px + 10 \leq 6$  恰有一解, 则实数  $p = \underline{\hspace{2cm}}$ .

### 三、计算或证明题

1. 已知  $f(x) = ax^2 - c$ , 且  $-4 \leq f(-1) \leq -1$ ,  $-1 \leq f(2) \leq 5$ , 求  $f(3)$  的取值范围.

2. 二次函数  $y = f(x)$  的图象过原点, 且满足:  $1 \leq f(-2) \leq 2$ ,  $3 \leq f(1) \leq 4$ , 求  $f(2)$  的范围.

3. 已知  $1 \leq \lg \frac{x}{y} \leq 2$ ,  $2 \leq \lg \frac{x^2}{\sqrt{y}} \leq 3$ , 求  $\lg \frac{x^3}{\sqrt[3]{y}}$  的

取值范围.

4. 方程  $ax^2 - 4ax + 1 = 0$  的两个正数解  $\alpha, \beta$  满足不等式  $-1 \leq \lg \alpha - \lg \beta \leq 1$ , 求实数  $a$  的范围.

5. 实数  $a, b, c$  满足下列条件, 求  $a$  的取值范围:

$$\begin{cases} a^2 - bc - 8a + 7 = 0 \\ b^2 + c^2 + bc - 6a + 6 = 0 \end{cases}$$

6. 已知  $a + b + c = 1$ , 求证:  $a, b, c$  中至少有一个不小于  $\frac{1}{3}$ , 至少有一个不大于  $\frac{1}{3}$ .

7. 已知 $\triangle ABC$ 三边上的高分别为 $h_a, h_b, h_o$ , 三角形内一点 $P$ 到三边距离为 $d_a, d_b, d_c$ , 求证: 在 $\frac{d_a}{h_a}, \frac{d_b}{h_b}, \frac{d_c}{h_c}$ 中至少有一个不小于 $\frac{1}{3}$ , 至少有一个不大于 $\frac{1}{3}$ .

8.  $\triangle ABC$ 内一点 $P$ ,  $\triangle ABC$ 周长为 $l$ , 求证:

$$\frac{1}{2}l < PA + PB + PC < l$$

9. 不通过演算, 判断下列不等式解的情况:

$$(1) |x| + |x - 3| \leq 1; \quad (2) |x - 2| + |x - 3| \leq 1;$$

$$(3) \sqrt{x+2} + \sqrt{x-5} \geq \sqrt{5-x};$$

$$(4) \sqrt{2-x} > x-4.$$

10. 设二次方程 $x^2 - 2x \log_a b + \log_b a = 0$ 的实根为 $a$ 、

$b$ . 且 $0 < a < 1 < b$ , 试比较 $a, b, 1$ 的大小. 其中 $a, b$ 都是不等于1的正数.

## § 2 不等式的证明

### 一、选择题

1. 下列不等式中对任何实数 $x$ 都成立的是( )。

$$(A) |x-1| > x-1 \quad (B) x + \frac{1}{x} \geq 2$$

$$(C) \frac{2x^2 - x + 2}{x^2 - x + 1} > 1 \quad (D) \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 1) \geq 0$$

2. 设 $a > 0, b > 0$ 且 $a + b \leq 4$ , 则有( ).

$$(A) \frac{1}{ab} \geq \frac{1}{2} \quad (B) \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 1$$

$$(C) \sqrt{ab} \geq 2 \quad (D) \frac{1}{a^2 + b^2} \leq \frac{1}{4}$$

3. 下列不等式中正确的是( )。

- (A)  $\log_a b + \log_b a \geq 2$   
(B)  $\sqrt{2} + \sqrt{7} > \sqrt{3} + \sqrt{6}$   
(C)  $\lg 11 > \log_{11} 12$   
(D)  $\sqrt{a+1} - \sqrt{a} < \sqrt{a} - \sqrt{a-1} (a > 1)$

4.  $a > 0, b > 0$ , 则下列不等式中不成立的是( )。

- (A)  $a + b + \frac{1}{\sqrt{ab}} \geq 2\sqrt{2}$   
(B)  $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$   
(C)  $\frac{a^2 + b^2}{\sqrt{ab}} \geq a + b$  (D)  $\frac{2ab}{a+b} \geq \sqrt{ab}$

5.  $a > b > 0$  且  $a+b=1$ , 则  $\log_a b, \log_{\frac{1}{b}} a, \log_{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})} ab$  的大小关系是( )。

- (A)  $\log_a b < \log_{\frac{1}{b}} a < \log_{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})} ab$   
(B)  $\log_{\frac{1}{b}} a < \log_a b < \log_{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})} ab$   
(C)  $\log_a b < \log_{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})} ab < \log_{\frac{1}{b}} a$   
(D)  $\log_{(\frac{1}{a}+\frac{1}{b})} ab < \log_{\frac{1}{b}} a < \log_a b$

6. 下列不等式中恒成立的是( )。

- (A)  $x^2 + 3 > 2x$  (B)  $a^5 + b^5 > a^3 b^2 + a^2 b^3$   
(C)  $a^2 + b^2 > 2(a - b - 1)$  (D)  $\frac{b}{a} + \frac{a}{b} \geq 2$

7. 下列命题中正确的是( )。

- (A)  $x + \frac{1}{x}$  的最小值是 2 (B)  $\frac{x^2 + 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$  的最小值是 2

(C)  $\frac{x^2 + 5}{\sqrt{x^2 + 4}}$  的最小值是 2

(D)  $2 - 3x - \frac{4}{x}$  的最小值是 2

8. 已知  $2x + 4y = 1$ , 则  $x^2 + y^2$  的最小值是 ( ) .

(A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $\frac{1}{10}$  (C)  $\frac{1}{16}$  (D)  $\frac{1}{20}$

9. 若  $\lg x + \lg y = 2$ , 则  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  的最小值是 ( ) .

(A)  $\frac{1}{5}$  (B)  $\frac{1}{2}$  (C) 2 (D)  $\frac{1}{20}$

10. 已知  $a > b > 0$ , 则下列不等式中成立的是 ( ) .

(A)  $\frac{2ab}{a+b} < \frac{a+b}{2} < \sqrt{ab}$

(B)  $\frac{a+b}{2} > \sqrt{ab} > \frac{2ab}{a+b}$

(C)  $\frac{a+b}{2} < \frac{2ab}{a+b} < \sqrt{ab}$

(D)  $\sqrt{ab} < \frac{2ab}{a+b} < \frac{a+b}{2}$

11. 若  $x > 0$ , 则  $4x + \frac{9}{x^2}$  的最小值是 ( ) .

(A) 9 (B)  $\sqrt[3]{36}$  (C) 13 (D)  $3\sqrt[3]{36}$

12. 已知  $|a+b| = |a| + |b|$ ,  $a, b \in R$ , 则一定有 ( ) .

(A)  $ab < 0$  (B)  $ab > 0$

(C)  $ab \geq 0$  (D)  $ab = 0$

13. 若  $\frac{x^2}{4} + y^2 = x$ , 则  $x^2 + y^2$  的最大值和最小值的情况

是 ( ) .

(A) 最小值为  $\frac{1}{3}$ , 无最大值

(B) 无最小值, 最大值为 16

(C) 最小值 0, 最大值 16

(D) 最小值 0, 无最大值

14. 下列不等式对一切  $x \in R$  都成立的是 ( )。

(A)  $-\frac{\pi}{2} \leq \arcsinx \leq \frac{\pi}{2}$  (B)  $\lg(x^2 + 1) \geq \lg(2x)$

(C)  $\frac{1}{x^2 + 1} < 1$  (D)  $x^2 + 4 \geq 4x$

15. 函数  $y = \frac{x+2}{2x^2 + 3x + 6}$  的最大值是 ( )。

(A) 1 (B)  $\frac{2}{9}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $-\frac{1}{13}$

16. 实数  $x, y$  满足  $x^2 + y^2 = 1$ , 那么  $(1 - xy)(1 + xy)$  有 ( )。

(A) 最小值  $\frac{1}{2}$ , 最大值 1

(B) 最大值 1, 最小值  $\frac{3}{4}$

(C) 最小值  $\frac{3}{4}$ , 无最大值

(D) 最大值 1, 无最小值

17. 若  $P = \log_{\pi} \left( \arccos \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ ,

$Q = \arccos \left( \log_{\pi} \frac{2}{\sqrt{3}} \right)$ ,  $R = \arccos \left( \log_{\pi} \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ , 则  $P$

$Q, R$  的大小关系为 ( )。

(A)  $Q < P < R$  (B)  $P < Q < R$

(C)  $R < P < Q$  (D)  $Q < R < P$

18. 设  $m > n$ ,  $m, n \in N$ ,  $a = (\lg x)^m + (\lg x)^{-n}$ ,  $b = (\lg x)^n + (\lg x)^{-m}$ ,  $x > 1$ , 则  $a$  与  $b$  的大小关系是( )。

(A) 恒有  $a \geq b$       (B) 恒有  $a \leq b$

(C) 与  $x$  值有关, 大小不定 (D) 以上都不对

19. 当  $0 < a < 1$  时, 设  $F = \sqrt{2a}$ ,  $G = 1 + a$ ,  $H = \frac{1}{1-a}$ ,

在  $F$ 、 $G$ 、 $H$  中最大的一个是( )。

(A)  $F$  (B)  $G$  (C)  $H$  (D) 不能确定

20.  $a > 0$ ,  $b > 0$ , 且  $a \neq b$ ,  $k \in N$ . 那么  $(ab^k + a^k b) - (a^{k+1} + b^{k+1})$  的符号( )。

(A) 与  $a$ 、 $b$  的大小有关 (B) 恒负

(C) 与  $k$  的奇、偶性有关 (D) 恒正

21.  $0 < a < \frac{1}{2}$ ,  $f(x) = 2x^2 - 3x$ . 则下列式子中一定成立的是( )。

(A)  $\log_a(1-a) > 1$  (B)  $\cos(1+a) > \cos(1-a)$

(C)  $(1-a)^n < a^n$  (D)  $f(a) > f(1-a)$

22.  $0 < a < b$ ,  $a+b=1$ , 则下列四数中最大的是( )。

(A)  $-1$  (B)  $\log_2 b$

(C)  $\log_2 a + \log_2 b + 1$  (D)  $\log_2(a^2 + b^2)$

23. 下列四个推理中, 不正确的有( )个。

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & \frac{3}{\sin^2 \alpha} + \frac{4}{\cos^2 \alpha} \geq 2 \sqrt{\frac{3}{\sin^2 \alpha} \cdot \frac{4}{\cos^2 \alpha}} \\ & = \frac{8\sqrt{3}}{|\sin 2\alpha|} \geq 8\sqrt{3} \end{aligned}$$

$\therefore \frac{3}{\sin^2 \alpha} + \frac{4}{\cos^2 \alpha}$  的最小值  $= 8\sqrt{3}$

$$\textcircled{2} \quad y = \sin^2 \alpha + \frac{16}{\sin^2 \alpha} \geq 2\sqrt{16} = 8,$$

$\therefore y$  的最小值  $= 8$ .

$$\begin{aligned} \textcircled{3} \quad y &= |\sin\alpha| + |\cos\alpha| \geq 2\sqrt{|\sin\alpha| \cdot |\cos\alpha|} \\ &= 2\sqrt{\frac{1}{2}|\sin 2\alpha|} \geq \sqrt{2}, \end{aligned}$$

$\therefore$   $y$  的最小值为  $\sqrt{2}$ .

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad y &= |\sin\alpha| + 4|\cos\alpha| \geq 2\sqrt{4 \cdot |\sin\alpha| \cdot |\cos\alpha|} \\ &= 2\sqrt{2}\sqrt{|\sin 2\alpha|} \geq 2\sqrt{2}. \end{aligned}$$

$\therefore$   $y$  的最小值为  $2\sqrt{2}$ .

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

24. 下面四个推理中不正确的是( )。

(A) 已知  $x \geq 2y \geq 6$ , 求  $x^2 + y^2$  的最小值.

$$\because x^2 + y^2 \geq 2xy = x \cdot 2y \geq 6 \cdot 6 = 36,$$

$\therefore$  最小值为 36.

(B) (A) 中题目不变, 解法如下:

$$\because x^2 \geq 36, y^2 \geq 9, \therefore x^2 + y^2 \geq 45,$$

$\therefore$  最小值为 45.

(C) (A) 题解答为:  $x^2 + y^2 \geq 4y^2 + y^2 = 5y^2 \geq 45$ ,

$\therefore$  最小值为 45.

(D) (A) 题解为: 已知条件可理解为平面上的点  $(x, y)$  满足  $y \geq 3$  且  $y \leq \frac{1}{2}x$ , 即由  $y \geq 3$  与  $y \leq \frac{1}{2}x$  确定的两直线夹的一部分区域内寻找到原点距离最近的点. 显然是点  $(6, 3)$ ,  $\therefore x^2 + y^2 \geq 45$ .

(注: 能说出错的理由吗?)

25. “已知  $a > 0, b > 0, c > 0$ , ①由于  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 \geq 3\sqrt[3]{a^4b^4c^4}$ , 及  $a+b+c \geq 3\sqrt[3]{abc}$ ,  $\therefore$  ②  $\frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{a+b+c} \geq abc$ ”.

对于这里的推理①及结论②的正确判断是( )。

- (A) ①对②也对 (B) ①错②也错  
 (C) ①对②错 (D) ①错②对
26. 下面四个结论中正确的是( )。

- (A)  $|\sin x + 3|$  的最大值是4, 最小值是0。  
 (B)  $|3\sin x + 1|$  的最大值是4, 最小值是0。  
 (C)  $|3\sin x + 1|$  的最大值是4, 最小值是2。  
 (D)  $|2\sin x + 1|$  的最大值是4, 最小值是1。

## 二、填空题

- 若  $\lg x + \lg y = 1$ , 则  $\frac{5}{x} + \frac{2}{y}$  的最小值 = \_\_\_\_\_.
- 函数  $y = \frac{1}{\cos^2 x} + \operatorname{ctg}^2 x$  的最小值 = \_\_\_\_\_.
- $|a| < 1, |b| < 1, a, b \in R$ , 那么  $|a+b| + |a-b|$  与 2 的大小关系是 \_\_\_\_\_.
- $x > 1, x + \frac{1}{x-1}$  的最小值是 \_\_\_\_\_.
- $a, b, c$  都是正数, 则  $\frac{b+c}{a+b} + \frac{c+a}{b+c} + \frac{a+b}{c+a} \geq$  \_\_\_\_\_.
- 已知  $x^2 + y^2 = 4$ , 则  $2x + 3y \in [ \quad , \quad ]$ .
- 函数  $y = x\sqrt{1-x^2}$  的最大值是 = \_\_\_\_\_.
- $s = y\sqrt{1-x^2} + x\sqrt{1-y^2}$  的取值范围是  $[ \quad , \quad ]$ .
- 函数  $y = \frac{12}{x} + 3x^2 (x > 0)$  的最小值 = \_\_\_\_\_.
- 函数  $y = \frac{12}{x^2} + 3x (x > 0)$  的最小值 = \_\_\_\_\_.
- $m \neq n, m+n > 0$ , 则  $mn(m+n)$  与  $m^3 + n^3$  的大小关系是 \_\_\_\_\_.

是 \_\_\_\_\_.