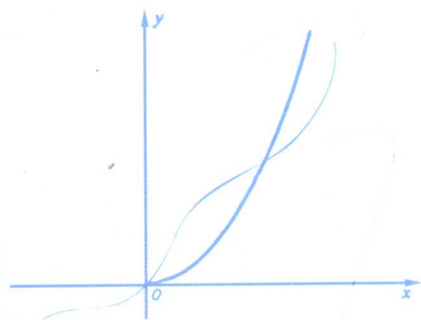


◆ 详尽的数学公式 ◆ 丰富的函数图形
◆ 巧妙的计算方法 ◆ 独特的解题技巧

高等数学 学习手册

徐小湛 编著



高等数学

定义 定理 公式

图形 方法 技巧

速查

 科学出版社
www.sciencep.com

高等数学学习手册

徐小湛 编著

科学出版社

北京

内 容 简 介

本手册以高等数学的公式为主线,以简洁的形式分门别类地详细介绍了高等数学的主要公式、定义、定理、图形以及各种题型的解题方法和技巧.除了高等数学教材中的基本内容和公式、常见解题方法和技巧外,本手册还大量收集了一般教材中没有的,但在解题中有用的公式、特殊的解题方法和技巧.

使用本手册可以帮助读者迅速复习、回忆和掌握高等数学的公式、解题方法和技巧,以提高高等数学的学习效率、解题能力和考试成绩.

本手册适合学习高等数学(微积分)的大学一年级学生,也适合复习高等数学并准备考研究生的高年级学生,对学习和复习高等数学的其他读者也有参考价值.

本手册还可作为高等数学教师的一本方便的教学参考书和工具书.

图书在版编目(CIP)数据

高等数学学习手册/徐小湛编著. —北京:科学出版社, 2005

ISBN 7-03-015916-0

I. 高… II. 徐… III. 高等数学-高等学校-自学参考资料 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 078023 号

责任编辑:胡华强 赵 靖 祖翠娥/责任校对:鲁 素

责任印制:安春生/封面设计:耕者设计工作室

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码: 100717

<http://www.sciencep.com>

丽 源 印 刷 厂 印 刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005 年 12 月 第 一 版 开本: B5(720×1000)

2005 年 12 月 第一次印刷 印张: 23 1/2

印数: 1—4 000 字数: 436 000

定 价: 26.00 元

(如有印装质量问题, 我社负责调换(环伟))

前 言

高等数学是高等院校许多专业的一门重要的基础课,它对于大学很多课程的学习、对于培养和提高学生的素质都具有十分重要的作用.此外,高等数学也是研究生入学考试的重要内容.

在多年的高等数学教学中,作者感到无论是正在学习高等数学的大学一年级学生,还是在准备研究生入学考试的大学高年级学生都需要一本能帮助他们系统复习高等数学公式、提高解题方法和解题技巧的工具书.针对这种需求,作者编写了这本《高等数学学习手册》.

本手册对于正在学习高等数学并希望提高解题能力和技巧的大学生,以及正在复习高等数学准备考研的读者都具有极大的参考价值.本手册对曾经学过高等数学,并希望在短时间迅速复习和回忆高等数学的读者也具有较大的帮助.

除了高等数学教材中的基本内容和公式、常见解题方法和技巧外,本手册还大量收集了一般教材中没有的,但在解题中有用的公式、特殊的解题方法和技巧.例如,2.3.1节介绍了分段函数的导数的简便求法,3.6.3节给出了求渐近线的一些特殊方法,9.2.4节讲了如何利用对称性化简二重积分,10.6.3节介绍了计算曲面积分的一个方便的公式.

在作者多年的高等数学教学过程中,经常遇到喜欢思考的同学提出的一些具有代表性的问题.例如:

1. 无穷小可以进行比较,那么无穷大是否也可以进行比较(见1.7.10节)?
2. 等价无穷小只能在乘积因子之间进行代换吗?能不能在加减项之间进行等价无穷小代换?在什么情况下才可以进行这样的代换(见1.7.8节、1.8.5节)?
3. 分段函数在分段点处的导数一定要用定义去求吗?有没有更简便的方法(见2.3.1节)?
4. 奇(偶、周期)函数的导数是偶(奇、周期)函数,那么奇(偶、周期)函数的原函数(或不定积分)是否一定是偶(奇、周期)函数(见5.3.5节)?
5. 如何求一般柱面(锥面、旋转曲面)的方程(见7.3.6节、7.3.9节、7.3.10节)?
6. 教材上有两平面之间的关系的讨论,请问如何讨论三平面之间的关系(见7.5.4节)?
7. 教材上只有求二元函数的极值的方法,请问如何求三元函数或多元函数的极值(见8.8.4节)?

8. 什么是三重积分的“先二后一”积分法(见 9.4.2 节)?
9. 如何利用对称性化简重积分和曲线(曲面)积分(见 9.2.4 节、9.4.4 节、10.1.5 节、10.5.4 节)?
10. 级数的绝对收敛和条件收敛都是收敛,它们究竟有什么区别(见 11.3.5 节)?

这些问题是同学们在学习高等数学或在解题过程中时常遇到或想到的. 它们都是同学们在学习教材内容的基础上提出的更加深入的问题. 但是, 高等数学教材对于同学们提出的这些问题一般都没有给予正面或直接的回答. 本手册回答了以上问题, 以及很多读者关心的其他问题. 因此, 本书将有助于加深读者对高等数学的理解和认识, 并提高解决各种数学问题的能力.

本手册精心挑选了一些例题, 以说明各种公式和技巧在解题中的应用. 这些例题绝大多数选自历届研究生入学考试题和同济大学编写的优秀教材的《高等数学》中的一些有代表性的习题. 这些例子将有助于读者掌握各种解题方法和技巧, 并使读者的解题能力在本科水平的基础上提高到一个更高的层次, 从而为今后打算考研研究生的同学打下坚实的数学基础.

为了便于读者记忆和掌握艰涩的数学公式和结论, 本手册使用了大量形象、直观的语言对这些公式和结论进行了总结, 不少结论还用便于记忆的口诀形式予以描述(见 1.1.9 节、1.7.4 节、11.3.3 节).

本手册根据高等数学的内容和各种问题及题型编写了详细的目录, 以便于读者查阅. 读者将会发现这是一本十分方便查阅的手册.

为了便于读者查阅有关的初等数学公式, 我们将高等数学中常用的初等数学公式作为附录列入手册之中.

本手册虽经作者反复检查和校对, 但错误和疏漏在所难免, 诚请读者予以批评指正. 读者可以与作者交流学习高等数学的心得, 并提出您的宝贵意见和建议. 电子邮箱: xuxzmail@163.com, 个人主页: <http://xuxz.nease.net>.

作者对在本书准备过程中给予作者以支持和鼓励, 并提出中肯建议的同事表示衷心的感谢. 作者还特别感谢科学出版社的编辑和排版人员为本书所付出的辛勤劳动.

徐小湛

2005年8月于川大南园

目 录

第 1 章 函数 极限 连续性	1
1.1 集合 映射 函数	1
1.1.1 几个常用的逻辑符号	1
1.1.2 数集的记号	1
1.1.3 集合及其运算	2
1.1.4 直积与关系	3
1.1.5 映射与函数	4
1.1.6 常见函数的定义域	5
1.1.7 邻域	5
1.1.8 几个重要的分段函数	6
1.1.9 函数的奇偶性	7
1.1.10 函数的有界性	9
1.1.11 函数的周期性	13
1.1.12 反函数	13
1.1.13 复合函数	15
1.1.14 基本初等函数	16
1.1.15 初等函数	21
1.1.16 双曲函数	22
1.2 数列的极限	23
1.2.1 数列的概念	23
1.2.2 数列的极限	24
1.2.3 一些重要的数列极限	25
1.2.4 数列极限的斯托尔茨定理	26
1.2.5 数列极限的性质	27
1.2.6 数列与子数列的敛散性关系	27
1.2.7 数列收敛的两个准则	28
1.2.8 数列极限的运算法则	29
1.2.9 数列敛散性的若干性质	30
1.3 函数的极限	30
1.3.1 函数极限 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$	30

1.3.2	单侧极限	31
1.3.3	函数 $f\left(\frac{1}{x}\right)$ 在 $x=0$ 处的单侧极限和极限	32
1.3.4	函数极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$	33
1.3.5	一些单向极限存在但极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 不存在的函数	35
1.3.6	函数极限的 6 种定义	36
1.3.7	函数极限的性质	36
1.3.8	函数极限与数列极限的关系	37
1.4	无穷小与无穷大	38
1.4.1	无穷小	38
1.4.2	无穷小的运算性质	38
1.4.3	无穷大	39
1.4.4	无穷大定义一览表	40
1.4.5	无穷大的运算性质	41
1.4.6	无穷大与无穷小的倒数关系	41
1.4.7	无穷大与无界函数的关系	42
1.5	极限的运算法则	44
1.5.1	极限的四则运算法则	44
1.5.2	一些基本极限	44
1.5.3	多项式函数与有理函数的极限	44
1.6	函数极限存在准则 两个重要极限	46
1.6.1	函数极限存在的两个准则	46
1.6.2	重要极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$	47
1.6.3	重要极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = e$	48
1.6.4	其他重要极限	49
1.7	无穷小的比较	49
1.7.1	无穷小比较的定义	49
1.7.2	高阶无穷小的运算律	50
1.7.3	无穷小的阶的运算律	51
1.7.4	等价无穷小的性质	51
1.7.5	常见的等价无穷小	52
1.7.6	更高阶的等价无穷小	52
1.7.7	等价无穷小代换定理	53
1.7.8	在加减项之间进行等价无穷小代换	53

1.7.9 几个有用的等价无穷小代换	54
1.7.10 无穷大的比较	55
1.8 函数的连续性与间断点	55
1.8.1 函数的连续性	55
1.8.2 间断点的分类	56
1.8.3 连续函数的运算	57
1.8.4 幂指函数的极限	59
1.8.5 幂指函数极限中的等价无穷小代换	60
1.8.6 初等函数的连续性	61
1.8.7 闭区间上连续函数的性质	62
第2章 导数与微分	63
2.1 导数概念	63
2.1.1 导数的定义	63
2.1.2 导数的各种形式	63
2.1.3 单侧导数	64
2.1.4 导数的几何意义	65
2.1.5 可导与连续的关系	66
2.1.6 导数模型一览表	67
2.1.7 基本初等函数的导数公式	68
2.1.8 双曲函数和反双曲函数的导数公式	69
2.2 函数的求导法则	69
2.2.1 导数的四则运算法则	69
2.2.2 反函数的求导法则	70
2.2.3 复合函数的求导法则:链式法则	71
2.2.4 隐函数的求导法则	73
2.2.5 对数求导法	74
2.2.6 由参数方程所确定的函数的导数	76
2.2.7 参数曲线的切线与法线	77
2.2.8 由极坐标方程所确定的函数的导数	77
2.2.9 相关变化率	78
2.3 一些特殊的求导方法	78
2.3.1 分段函数的导数	78
2.3.2 带绝对值的函数的导数	81
2.3.3 奇(偶)函数和周期函数的导数	83
2.4 高阶导数	84

2.4.1	高阶导数的定义	84
2.4.2	高阶导数的运算法则	84
2.4.3	一些重要的高阶导数公式	85
2.4.4	复合函数的二阶导数	85
2.4.5	由参数方程所确定的函数的高阶导数	86
2.4.6	隐函数的二阶导数	87
2.4.7	反函数的高阶导数	87
2.4.8	带绝对值的函数的高阶导数	88
2.5	微分	88
2.5.1	微分的概念	88
2.5.2	基本初等函数的微分公式	90
2.5.3	微分的运算法则	90
2.5.4	微分在近似计算中的应用	91
第3章	中值定理与导数的应用	93
3.1	中值定理	93
3.1.1	罗尔定理	93
3.1.2	罗尔定理的应用	93
3.1.3	拉格朗日中值定理	94
3.1.4	拉格朗日中值定理的应用	95
3.1.5	柯西中值定理	96
3.1.6	三个中值定理之间的关系	97
3.1.7	泰勒公式	97
3.1.8	一些重要的麦克劳林公式	99
3.2	洛必达法则	101
3.2.1	基本未定式	101
3.2.2	其他未定式	102
3.2.3	使用洛必达法则的注意事项	103
3.3	函数的单调性	104
3.3.1	函数单调性的判定定理	104
3.3.2	求函数的单调区间的步骤	104
3.3.3	函数的单调性的应用	104
3.4	函数的极值与最值	106
3.4.1	极值的定义	106
3.4.2	极值的必要条件	106
3.4.3	极值的充分条件	106

3.4.4	求函数极值的步骤	108
3.4.5	函数的最值	108
3.5	曲线的凹凸性与拐点	110
3.5.1	曲线的凹凸性	110
3.5.2	拐点	112
3.5.3	利用凹凸性证明不等式	114
3.6	渐近线	114
3.6.1	渐近线的定义及类型	114
3.6.2	求渐近线的步骤	115
3.6.3	求渐近线的一些特殊方法	116
3.7	曲率	117
3.7.1	曲率的定义	117
3.7.2	曲率的计算公式	117
3.7.3	曲率半径与曲率圆	118
第4章	不定积分	119
4.1	不定积分的概念与性质	119
4.1.1	原函数的概念与性质	119
4.1.2	不定积分的概念与性质	119
4.1.3	分段函数的不定积分	120
4.2	不定积分公式	121
4.2.1	基本积分公式	121
4.2.2	其他常用的积分公式	122
4.2.3	6个三角函数的平方的积分公式	123
4.2.4	有关双曲函数的积分公式	124
4.3	换元积分法	124
4.3.1	第一类换元法(凑微分法)	124
4.3.2	第一类换元法常见类型	125
4.3.3	其他凑微分公式	126
4.3.4	第二类换元法	127
4.3.5	第二类换元法常见类型	127
4.4	分部积分法	130
4.4.1	分部积分法	130
4.4.2	常见的分部积分法类型	130
4.4.3	反函数的不定积分	133
4.5	有理函数的积分	133

4.5.1	有理函数的积分	133
4.5.2	三角有理函数的积分	134
4.5.3	一些“积不出”的不定积分	135
第5章	定积分	137
5.1	定积分的概念与性质	137
5.1.1	定积分的概念	137
5.1.2	定积分的性质	140
5.1.3	积分模型一览表	142
5.2	微积分基本公式	143
5.2.1	积分上限函数及其导数	143
5.2.2	微积分基本公式(牛顿-莱布尼茨公式)	144
5.3	定积分的换元积分法和分部积分法	145
5.3.1	定积分的凑微分法	145
5.3.2	定积分的换元法	145
5.3.3	一些重要的定积分等式	146
5.3.4	一些含参数的积分等式	150
5.3.5	奇(偶)函数及周期函数的原函数与定积分	150
5.3.6	分段函数的定积分	153
5.3.7	定积分的分部积分法	153
5.3.8	反函数的定积分	154
5.4	广义积分	156
5.4.1	无穷限的广义积分的定义	156
5.4.2	几个重要的无穷限的广义积分	156
5.4.3	无穷限的广义积分的计算方法	158
5.4.4	无界函数的广义积分(瑕积分)的定义	158
5.4.5	几个重要的无界函数的广义积分	159
5.4.6	无界函数的广义积分的计算方法	159
5.4.7	Γ 函数	161
第6章	定积分的应用	162
6.1	平面图形的面积	162
6.1.1	直角坐标情形	162
6.1.2	极坐标情形	163
6.1.3	参数曲线情形	163
6.2	体积	165
6.2.1	平行截面面积为已知的立体的体积	165

6.2.2 旋转体的体积	165
6.3 平面曲线的弧长 旋转曲面的面积	167
6.3.1 弧微分公式	167
6.3.2 平面曲线的弧长	168
6.3.3 旋转曲面的面积	169
6.4 定积分在物理学中的应用	170
6.4.1 变力沿直线所做的功	170
6.4.2 抽水做功	170
6.4.3 水压力	171
第7章 空间解析几何与向量代数	173
7.1 向量及其线性运算	173
7.1.1 向量的概念	173
7.1.2 向量的线性运算	173
7.1.3 空间直角坐标系	175
7.1.4 利用坐标进行向量的线性运算	176
7.2 数量积 向量积 混合积	177
7.2.1 数量积	177
7.2.2 数量积的坐标运算	178
7.2.3 向量积	179
7.2.4 向量积的坐标运算	180
7.2.5 混合积	181
7.2.6 混合积的坐标运算	182
7.3 曲面及其方程	183
7.3.1 曲面方程的类型	183
7.3.2 球面	184
7.3.3 旋转曲面	184
7.3.4 一些旋转曲面	186
7.3.5 旋转曲面的参数方程	187
7.3.6 一般旋转曲面的求法	187
7.3.7 柱面	189
7.3.8 一些柱面	190
7.3.9 一般柱面的求法	190
7.3.10 锥面	191
7.3.11 一些二次曲面	193
7.4 空间曲线及其方程	194

7.4.1	空间曲线方程的类型	194
7.4.2	一些重要的空间曲线	195
7.4.3	空间曲线在坐标面上的投影曲线	195
7.5	平面及其方程	196
7.5.1	平面方程	196
7.5.2	具有特殊位置的平面	197
7.5.3	两平面之间的位置关系	198
7.5.4	三平面之间的位置关系	199
7.6	空间直线及其方程	201
7.6.1	空间直线方程	201
7.6.2	两直线之间的位置关系	202
7.6.3	直线与平面之间的位置关系	203
7.6.4	距离公式	204
7.6.5	平面束	206
第 8 章	多元函数微分法及其应用	207
8.1	多元函数的基本概念	207
8.1.1	多元函数的概念	207
8.1.2	多元函数的极限	208
8.1.3	多元函数的连续性	209
8.2	偏导数	210
8.2.1	偏导数的定义	210
8.2.2	求偏导数的方法	211
8.2.3	多元函数可偏导与连续性的关系	211
8.2.4	高阶偏导数	212
8.3	全微分	213
8.3.1	全微分的定义	213
8.3.2	多元函数可微的必要条件和充分条件	213
8.3.3	多元函数可微、可偏导、连续和有极限之间的关系	214
8.3.4	全微分的计算公式	214
8.3.5	全微分在近似计算中的应用	215
8.4	多元复合函数的微分法	215
8.4.1	多元复合函数的求导法则:链式法则	215
8.4.2	多元复合函数的二阶偏导数	217
8.4.3	复合函数的全微分——全微分形式不变性	218
8.4.4	偏导数的变量代换	219

8.5 隐函数的微分法	220
8.5.1 由一个方程所确定的隐函数的导数和偏导数	220
8.5.2 隐函数求偏导数的方法	221
8.5.3 由方程组所确定的隐函数的导数和偏导数	222
8.5.4 反函数组的雅可比行列式	224
8.6 多元函数微分学的几何应用	225
8.6.1 空间曲线的切线与法平面	225
8.6.2 曲面的切平面与法线	226
8.6.3 二次曲面的切平面的简便求法	226
8.7 方向导数与梯度	227
8.7.1 方向导数和梯度的定义	227
8.7.2 方向导数的计算公式	228
8.7.3 梯度的运算律	229
8.8 多元函数的极值	230
8.8.1 多元函数极值的必要条件	230
8.8.2 二元函数极值的充分条件	231
8.8.3 求二元函数极值的步骤	231
8.8.4 多元函数极值的充分条件	232
8.8.5 条件极值 拉格朗日乘数法	233
第9章 重积分	236
9.1 二重积分的概念与性质	236
9.1.1 二重积分的概念	236
9.1.2 二重积分的性质	237
9.2 二重积分的计算	238
9.2.1 利用直角坐标计算二重积分	238
9.2.2 计算二重积分的步骤	240
9.2.3 交换积分次序	241
9.2.4 利用对称性化简二重积分	242
9.2.5 利用极坐标计算二重积分	244
9.2.6 二重积分的变量替换	247
9.3 二重积分的应用	250
9.3.1 二重积分的几何应用	250
9.3.2 二重积分的物理应用	251
9.4 三重积分的概念与计算	253
9.4.1 三重积分的概念与性质	253

9.4.2	利用直角坐标计算三重积分	253
9.4.3	三重积分的“先二后一”积分法	254
9.4.4	利用对称性化简三重积分	255
9.5	利用柱面坐标和球面坐标计算三重积分	257
9.5.1	柱面坐标	257
9.5.2	利用柱面坐标计算三重积分	259
9.5.3	球面坐标	260
9.5.4	利用球面坐标计算三重积分	262
9.5.5	选择适当的坐标计算三重积分的方法	263
9.5.6	三重积分的变量替换	264
9.5.7	三重积分的物理应用	265
第 10 章	曲线积分与曲面积分	266
10.1	对弧长的曲线积分	266
10.1.1	对弧长的曲线积分的概念	266
10.1.2	对弧长的曲线积分的性质	267
10.1.3	对弧长的曲线积分的计算	267
10.1.4	对弧长的曲线积分化为定积分的步骤	268
10.1.5	利用对称性化简对弧长的曲线积分	269
10.1.6	对弧长的曲线积分的应用	271
10.1.7	对弧长的曲线积分的其他物理应用	271
10.2	对坐标的曲线积分	272
10.2.1	对坐标的曲线积分的概念	272
10.2.2	对坐标的曲线积分的性质	273
10.2.3	对坐标的曲线积分的计算	274
10.2.4	对坐标的曲线积分化为定积分的步骤	275
10.2.5	对坐标的曲线积分的应用	275
10.2.6	两类曲线积分之间的联系	276
10.3	格林公式	276
10.3.1	格林公式	276
10.3.2	利用格林公式计算对坐标的曲线积分	277
10.4	平面上曲线积分与路径无关的条件	279
10.4.1	曲线积分与路径无关的等价条件	279
10.4.2	曲线积分的基本定理	279
10.4.3	利用曲线积分与路径无关的条件计算曲线积分	280
10.4.4	二元函数的全微分求积	281

10.4.5 选择对坐标的曲线积分的计算方法	281
10.5 对面积的曲面积分	282
10.5.1 对面积的曲面积分的概念与性质	282
10.5.2 对面积的曲面积分的计算	283
10.5.3 对面积的曲面积分化为二重积分的步骤	284
10.5.4 利用对称性化简对面积的曲面积分	284
10.5.5 对面积的曲面积分的应用	286
10.6 对坐标的曲面积分	286
10.6.1 对坐标的曲面积分的概念与性质	286
10.6.2 对坐标的曲面积分的计算	288
10.6.3 计算对坐标的曲面积分的“三合一”公式	288
10.6.4 对坐标的曲面积分的应用	289
10.6.5 两类曲面积分之间的联系	290
10.7 高斯公式	290
10.7.1 高斯公式	290
10.7.2 利用高斯公式计算对坐标的曲面积分	291
10.7.3 选择对坐标的曲面积分的计算方法	292
10.8 散度与旋度 斯托克斯公式	292
10.8.1 散度与旋度	292
10.8.2 散度和旋度的运算法则	293
10.8.3 梯度、散度、旋度的二阶运算	294
10.8.4 斯托克斯公式	294
第 11 章 无穷级数	296
11.1 常数项级数的概念与性质	296
11.1.1 无穷级数的收敛与发散	296
11.1.2 无穷级数的性质	296
11.1.3 几个重要的级数	298
11.2 正项级数的审敛法	299
11.2.1 正项级数的收敛定理	299
11.2.2 比较审敛法	299
11.2.3 常用来进行比较的正项级数	302
11.2.4 比值审敛法	303
11.2.5 根值审敛法	304
11.2.6 积分审敛法	305
11.2.7 正项级数的一些性质	305

11.3 任意项级数的敛散性	306
11.3.1 绝对收敛与条件收敛	306
11.3.2 绝对收敛的审敛法	307
11.3.3 绝对收敛(条件收敛)级数的运算性质	308
11.3.4 交错级数及其审敛法	308
11.3.5 级数的重排 绝对收敛与条件收敛的区别	309
11.3.6 判断级数敛散性的一般步骤	311
11.3.7 利用级数收敛的必要条件证明数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$	311
11.3.8 一些无穷级数的和	312
11.4 幂级数	312
11.4.1 幂级数及其收敛性	312
11.4.2 幂级数的收敛半径和收敛区间	314
11.4.3 求幂级数的收敛半径和收敛域的步骤	315
11.4.4 幂级数的运算	316
11.4.5 和函数的分析性质	316
11.4.6 几个常见的幂级数的和函数	317
11.5 函数展开成幂级数	318
11.5.1 泰勒级数	318
11.5.2 一些函数的麦克劳林级数	319
11.5.3 函数展开成幂级数的方法	319
11.6 傅里叶级数	320
11.6.1 傅里叶级数	320
11.6.2 傅里叶级数的收敛定理	321
11.6.3 奇(偶)函数的傅里叶级数	322
11.6.4 周期函数展开成傅里叶级数的步骤	322
11.6.5 如何写出函数的傅里叶级数的和函数	323
11.6.6 周期延拓与奇(偶)延拓	323
11.6.7 周期为 $2l$ 的周期函数的傅里叶级数	324
第 12 章 微分方程	326
12.1 微分方程的基本概念	326
12.1.1 微分方程	326
12.1.2 微分方程的解	326
12.1.3 微分方程的初值问题	326
12.2 一阶微分方程	327
12.2.1 简单的一阶微分方程	327