



21 世纪高职高专规划教材

公共基础系列

数学立体化教程 总主编 谭杰锋

高等数学

主编 谭杰锋 郑爱武



清华大学出版社
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



北京交通大学出版社
<http://press.bjtu.edu.cn>

21 世纪高职高专规划教材·公共基础系列

数学立体化教程 总主编 谭杰锋

高等数学

主 编 谭杰锋 郑爱武

副主编 卢 强 任树联 练 学
高 温 黄德忠 宋大谋

清华大学出版社
北京交通大学出版社

• 北京 •

内 容 简 介

本书是面向 21 世纪高职高专规划教材中的数学立体化系列教材之一。作者根据多年从事教学和科研工作的成果和经验,结合高职高专学生的特点,精选了高职高专各专业必需的高等数学基础知识。

全书共 10 章,包括:函数、极限与连续,导数与微分,导数的应用,不定积分,定积分,多元函数微分学,二重积分,无穷级数,微分方程初步,行列式与矩阵简介。每章前有本章学习要求和重点,每节中穿插有紧扣知识点的课堂练习题,每节末有习题,每章末有本章小结、测试题、阅读材料。书末附有习题答案、常用公式、数学建模及数学软件介绍等。

本书可作为高职高专院校的高等数学教材,也可作为成人高校、函授、电大、现代远程教育各专业的高等数学教材或参考书。

版权所有,翻印必究。举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

本书防伪标签采用特殊防伪技术,用户可通过在图案表面涂抹清水,图案消失,水干后图案复现;或将表面膜揭下,放在白纸上用彩笔涂抹,图案在白纸上再现的方法识别真伪。

图书在版编目(CIP)数据

高等数学/谭杰锋,郑爱武主编. —北京:清华大学出版社;北京交通大学出版社,2005.11
(21 世纪高职高专规划教材·公共基础系列)

ISBN 7-81082-647-6

I. 高… II. ①谭… ②郑… III. 高等数学-高等学校:技术学校-教材 IV. O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 117711 号

责任编辑:黎 丹

出 版 者:清华大学出版社 邮编:100084 电话:010-62776969

北京交通大学出版社 邮编:100044 电话:010-51686414

印 刷 者:北京瑞达方舟印务有限公司

发 行 者:新华书店总店北京发行所

开 本:185×230 印张:22.25 字数:499 千字

版 次:2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 7-81082-647-6/O·30

印 数:1~5 000 册 定价:29.00 元

本书如有质量问题,请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评,我们表示欢迎和感谢。
投诉电话:010-51686043, 51686008; 传真:010-62225406; E-mail: press@center.bjtu.edu.cn。

出版说明

高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分，它的根本任务是培养生产、建设、管理和服务第一线需要的德、智、体、美全面发展的高等技术应用型专门人才，所培养的学生在掌握必要的基础理论和专业知识的基础上，应重点掌握从事本专业领域实际工作的基本知识和职业技能，因而与其对应的教材也必须有自己的体系和特色。

为了适应我国高职高专教育发展及其对教学改革和教材建设的需要，在教育部的指导下，我们在全国范围内组织并成立了“21世纪高职高专教育教材研究与编审委员会”（以下简称“教材研究与编审委员会”）。“教材研究与编审委员会”的成员单位皆为教学改革成效较大、办学特色鲜明、办学实力强的高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业技术学院，其中一些学校是国家重点建设的示范性职业技术学院。

为了保证规划教材的出版质量，“教材研究与编审委员会”在全国范围内选聘“21世纪高职高专规划教材编审委员会”（以下简称“教材编审委员会”）成员和征集教材，并要求“教材编审委员会”成员和规划教材的编著者必须是从事高职高专教学第一线的优秀教师或生产第一线的专家。“教材编审委员会”组织各专业的专家、教授对所征集的教材进行评选，对所选教材进行审定。

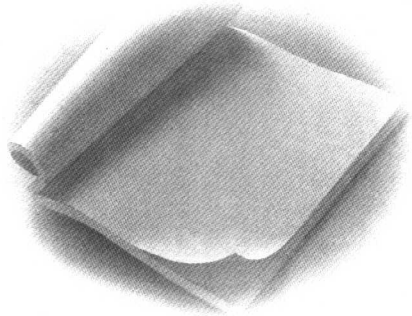
目前，“教材研究与编审委员会”计划用2~3年的时间出版各类高职高专教材200种，范围覆盖计算机应用、电子电气、财会与管理、商务英语等专业的主要课程。此次规划教材全部按教育部制定的“高职高专教育基础课程教学基本要求”编写，其中部分教材是教育部《新世纪高职高专教育人才培养模式和教学内容体系改革与建设项目计划》的研究成果。此次规划教材按照突出应用性、实践性和针对性的原则编写并重组系列课程教材结构，力求反映高职高专课程和教学内容体系改革方向；反映当前教学的新内容，突出基础理论知识的应用和实践技能的培养；适应“实践的要求和岗位的需要”，不依照“学科”体系，即贴近岗位，淡化学科；在兼顾理论和实践内容的同时，避免“全”而“深”的面面俱到，基础理论以应用为目的，以必需、够用为度；尽量体现新知识、新技术、新工艺、新方法，以利于学生综合素质的形成和科学思维方式与创新能力的培养。

此外，为了使规划教材更具广泛性、科学性、先进性和代表性，我们希望全国从事高职高专教育的院校能够积极加入到“教材研究与编审委员会”中来，推荐“教材编审委员会”成员和有特色的、有创新的教材。同时，希望将教学实践中的意见与建议，及时反馈给我们，以便对已出版的教材不断修订、完善，不断提高教材质量，完善教材体系，为社会奉献更多更新的与高职高专教育配套的高质量教材。

此次所有规划教材由全国重点大学出版社——清华大学出版社与北京交通大学出版社联合出版，适合于各类高等专科学校、高等职业学校、成人高等学校及高等院校主办的二级职业技术学院使用。

21世纪高职高专教育教材研究与编审委员会

2006年1月



编写人员名单

总主编 谭杰锋

主 编 谭杰锋 郑爱武

副主编 卢 强 任树联 练 学

高 温 黄德忠 宋大谋

编写人员（按姓氏笔画）：

卢 强 任树联 李 斌 宋大谋 张本荣

陈忠毅 郑爱武 孟凡华 孟 玲 练 学

高 温 黄德忠 望清风 谭杰锋 颜大宜

总 序

社会经济的不断发展,科学技术的不断进步,对社会职业的要求和分工也不断地变化,因而决定了人才类型和规格的需求,同时也决定了教育的类型与层次结构的需求。《教育部关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》指出:“高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分,培养拥护党的基本路线,适应生产、建设、管理、服务第一线需要的德、智、体、美等方面全面发展的高等技术应用性专门人才”。“要将素质教育贯穿于高职高专教育人才培养工作的始终”。它为高等职业教育人才培养目标进行了准确定位,明确指出了高等职业教育的发展方向。

根据高职高专的培养目标和定位,与之相适应的教材应该具有多样性、应用性、实践性、区域性的高职特色;教学内容要突出基础理论知识的应用和实践能力培养;基础理论教学以必需、够用为度。作者长期工作在高职数学教学第一线,经常有学生问:“数学是什么?这些定理对我们高职学生的职业有什么作用?”细细想来,要回答出令学生信服的答案还真不容易,它实际上是高职高专数学教学改革的重大课题。从高职学生的职业定位和实际数学基础来看,高职数学教学的任务包括两点:一是帮助学生掌握基本的数学基础知识,二是帮助学生在过程中接受数学文化的熏陶,特别是数学思想方法的熏陶,逐渐培养学生的数学素质。也许若干年后,定义、定理遗忘了,但在过程中获得的思维方法和能力对他们的职业生涯是大有裨益的。认真总结多年来的教学实践,我们认为,高职高专数学的教学理念应该是打好数学基础,提高数学修养,加强数学应用,重视学习过程,发挥素质教育功能。使学生的抽象思维能力、逻辑推理能力和自学读书能力得以提高,逐步提高高职学生的科学修养和综合素质;逐渐培养学生科学的思维方法和创新思维能力,并通过揭示数学中的美、结合教学内容讲解数学文化,对学生进行德育、智育、美育及良好心理素质的教育。

正是基于上述理念,我们借鉴了近几年我校数学教学改革的一些实践成果,组织具有丰富教学经验的第一线教师,编写了这套“21世纪高职高专规划教材——数学立体化教程”。本套教材包括《高等数学》、《数学(上、下)》(五年制高职)、《应用数学基础》、《数学建模基础》、《数学试验基础》、《数学文化与欣赏——与高职学生谈数学》、《高等数学学习指导》等。

这套教材突出高等职业教育的特点,充分吸取近年来高职学校在培养应用型人才和教学改革方面取得的成功经验,强调建立知识、能力、素质协调发展的新的教学体系和内容。在尽可能保持数学学科特点的基础上,对教学内容进行了精简、更新、重组,删去与高职层次不符的内容,淡化理论性和系统性,加强针对性和实用性,体现适应、实用、简明的要求,重视学生实践能力的培养,最大限度地贴近学生实际、教学实际,满足高职高专多层次、多形式教育的需要。

在引进数学研究、教学改革成果和科技发展成果的过程中,突出高职教育的实用性,是

这套教材的另一特色。在当今信息时代，将数学知识与计算机应用结合起来解决实际问题，应该是高职高专学生不可或缺的基本技能。作为探索和尝试，我们在系列教程中编写了适应高职学生学习的《数学建模基础》、《数学试验基础》。从高职高专学生实际知识水平和能力出发，我们不追求高深的数学模型，只是希望通过这种先进的教学形式，让学生了解数学建模的知识，培养应用数学解决问题的意识，在学会发现问题、提出问题、寻求解决问题的方法的探究性学习中，给学生一些有益的帮助。同时，也可以满足高职高专学生参加大学生数学建模竞赛的培训教学需求。

高职高专数学立体化教材的编写，是高职高专数学教学改革中的探索，没有成熟的经验和方法可借鉴。欢迎广大读者给予批评和建议，便于我们在今后的修订中加以完善。

谭杰锋
2006 年 1 月

前 言

《高等数学》是面向 21 世纪高职高专规划教材中的数学立体化系列教材之一。

高等数学是高职高专学校各专业必修的重要基础课。我们在编写本教材时,根据高职高专培养目标的定位和学生的实际情况,注意突出以应用为目的、以必需够用为度的高职教学特色,兼顾专业后续课程教学对数学知识的要求,也充分考虑学生可持续发展的需要。本教材有以下特点。

(1) 在尽可能保持数学学科特点的基础上,对教学内容进行了精简、更新、重组,删去与高职层次不符的内容,淡化理论性和系统性,加强针对性和实用性,体现适应、实用、简明的要求,并注意根据共性及实际教学课时数精选内容。

(2) 在教学内容的编排上做到由易到难、循序渐进,强调数学概念与实际问题的联系。从具体例子抽象到概念,注意与高中课程的衔接,特别是考虑到高职学生的心理和思维特点,在每个重要知识点后,选编了紧扣课堂教学内容和例题的“练一练”习题,边讲边练,让学生在课堂上能动脑动手,对所学内容及时理解,形成师生互动的课堂教学气氛。

(3) 在处理深度广度、习题选编、语言表述等问题时,充分考虑学生实际、教学实际。讲解基本概念和方法时力求通俗易懂,淡化逻辑证明,利用几何说明。每章前有学习要求,指出了重点难点、教学目的,方便教师备课写教案,也可供学生学习时了解本章宏观结构。每章末的知识点归纳和关系结构图、自我测试题可以帮助学生梳理知识框架,掌握重点,自我检测。

(4) 结合每章内容,选编了阅读材料,包括数学历史和数学家介绍、定义定理的中英文对照,目的是让学生接受数学文化的熏陶,提高学生的人文修养。

本书由谭杰锋策划构思,拟定总体结构。各章分别由谭杰锋、郑爱武、陈忠毅、望清风、宋大谋、高温、练学、卢强、颜大宜、张本荣编写;小结、测试题、阅读材料、附录章节分别由黄德忠、李斌、任树联、孟凡华、孟玲、高温、宋大谋编写。卢强、任树联、练学、高温、黄德忠、宋大谋、李斌参与了统稿、修改工作;第 1~5 章由谭杰锋统稿修改,第 6~10 章由郑爱武统稿修改。全书最后由谭杰锋审阅、修改、定稿。

在本书的编写过程中,得到了有关院校和部门的大力支持,参考了同类教材及文献,在此一并表示衷心感谢。

由于编者水平有限,书中定有不当之处,恳请读者批评指正,以便修订时改进完善。

编 者
2006 年 1 月

目 录

第 1 章 函数、极限与连续	1
1.1 函数	1
1.1.1 变量与区间	1
1.1.2 函数的概念	2
1.1.3 函数的几种特性	6
1.1.4 反函数	9
1.1.5 基本初等函数	10
1.1.6 复合函数与初等函数	14
习题 1-1	16
1.2 函数的极限	17
1.2.1 数列的极限	17
1.2.2 函数的极限	18
习题 1-2	21
1.3 无穷小量与无穷大量	22
1.3.1 无穷小量	22
1.3.2 无穷大量	23
1.3.3 无穷小与无穷大的关系	23
1.3.4 无穷小量的性质	24
1.3.5 无穷小量的比较	24
习题 1-3	25
1.4 极限的运算	25
1.4.1 极限的四则运算	25
1.4.2 两个重要的极限	28
习题 1-4	31
1.5 函数的连续性	31
1.5.1 连续函数的概念	31
1.5.2 初等函数的连续性	34
1.5.3 函数的间断点	35
1.5.4 闭区间上连续函数的性质	37

习题 1-5	39
本章小结	40
自我测试题	42
读一读	43
第 2 章 导数与微分	45
2.1 导数的概念	45
2.1.1 导数的定义	45
2.1.2 导数的几何意义	50
2.1.3 可导与连续的关系	51
习题 2-1	52
2.2 求导法则与基本求导公式	53
2.2.1 导数的四则运算	53
2.2.2 复合函数的求导法则	54
2.2.3 反函数求导法则	56
2.2.4 基本求导公式	57
习题 2-2	57
2.3 隐函数的导数和对数求导法	58
2.3.1 隐函数的导数	58
2.3.2 对数求导法	59
习题 2-3	61
2.4 高阶导数	61
2.4.1 高阶导数的概念及求法	61
2.4.2 几种常见函数的 n 阶导数	63
习题 2-4	64
2.5 微分	64
2.5.1 微分的概念	64
2.5.2 微分公式与微分法则	67
2.5.3 微分形式不变性	69
* 2.5.4 微分在近似计算中的应用	70
习题 2-5	71
本章小结	71
自我测试题	73
读一读	74

第3章 导数的应用	76
3.1 中值定理与洛必达法则	76
3.1.1 中值定理	76
3.1.2 洛必达法则	78
习题3-1	81
3.2 函数的单调性和函数的极值	82
3.2.1 函数的单调性	82
3.2.2 函数的极值	85
习题3-2	88
3.3 函数的最大值与最小值	88
3.3.1 函数的最大值与最小值	88
3.3.2 函数的最值应用举例	89
习题3-3	91
3.4 函数的凹凸性与拐点	92
3.4.1 函数的凹凸性	92
3.4.2 曲线的拐点	94
* 3.4.3 曲线的渐近线	96
* 3.4.4 函数作图	98
习题3-4	100
本章小结	100
自我测试题	102
读一读	103
第4章 不定积分	105
4.1 不定积分的概念	105
4.1.1 不定积分的概念	105
4.1.2 不定积分的性质	108
4.1.3 直接积分法	109
习题4-1	111
4.2 换元积分法	112
4.2.1 第一类换元积分法(凑微分法)	112
4.2.2 第二类换元积分法(去根号法)	116
习题4-2	119
4.3 分部积分法	119
习题4-3	123
* 4.4 简易积分表及其应用	123

本章小结·····	126
自我测试题·····	127
读一读·····	129
第 5 章 定积分 ·····	131
5.1 定积分的概念 ·····	131
5.1.1 定积分的定义 ·····	131
5.1.2 定积分的几何意义 ·····	134
5.1.3 定积分的性质 ·····	135
习题 5-1 ·····	137
5.2 定积分的计算 ·····	138
5.2.1 微积分基本定理 ·····	138
5.2.2 定积分的换元法 ·····	141
5.2.3 定积分的分部积分法 ·····	144
习题 5-2 ·····	145
* 5.3 广义积分 ·····	146
5.3.1 无限区间上的广义积分 ·····	146
5.3.2 无界函数的广义积分 ·····	148
习题 5-3 ·····	149
5.4 定积分的几何应用举例 ·····	150
5.4.1 平面图形的面积 ·····	150
5.4.2 旋转体的体积 ·····	155
习题 5-4 ·····	156
本章小结·····	157
自我测试题·····	159
读一读·····	160
第 6 章 多元函数微分学 ·····	162
6.1 空间直角坐标系 ·····	162
6.1.1 空间直角坐标系的概念 ·····	162
6.1.2 空间两点间的距离 ·····	164
6.1.3 曲面与方程 ·····	165
习题 6-1 ·····	167
6.2 多元函数的基本概念 ·····	168
6.2.1 多元函数的基本概念 ·····	168
6.2.2 二元函数的图形 ·····	169

6.2.3 二元函数的极限与连续	170
习题 6-2	171
6.3 偏导数	171
6.3.1 偏导数的概念	171
6.3.2 偏导数的计算	172
6.3.3 高阶偏导数	173
6.3.4 多元复合函数的偏导数	174
习题 6-3	175
6.4 全微分	176
6.4.1 全微分的概念	176
6.4.2 全微分在近似计算中的应用	178
习题 6-4	179
6.5 多元函数的极值	179
6.5.1 多元函数的极值	179
* 6.5.2 条件极值	181
习题 6-5	182
本章小结	183
自我测试题	184
读一读	186
第 7 章 二重积分	188
7.1 二重积分的概念	188
7.1.1 二重积分的概念	188
7.1.2 二重积分的性质	191
习题 7-1	192
7.2 二重积分的计算	192
7.2.1 利用直角坐标计算二重积分	192
* 7.2.2 利用极坐标计算二重积分	199
习题 7-2	204
* 7.3 二重积分的应用举例	204
7.3.1 空间立体的体积	204
7.3.2 二重积分在物理学中的应用	205
习题 7-3	208
本章小结	208
自我测试题	210
读一读	211

第 8 章 无穷级数	213
8.1 数项级数	213
8.1.1 数项级数的概念与基本性质	213
8.1.2 正项级数及其敛散性的判别法	218
8.1.3 任意数项级数	220
习题 8-1	222
8.2 幂级数	222
8.2.1 幂级数及其收敛性	223
8.2.2 幂级数的性质	225
习题 8-2	226
8.3 函数展开成幂级数	226
8.3.1 泰勒级数	226
8.3.2 一些常见函数的幂级数展开式	227
习题 8-3	230
本章小结	230
自我测试题	234
读一读	236
第 9 章 微分方程初步	238
9.1 微分方程的基本概念	238
习题 9-1	240
9.2 可分离变量的微分方程	240
9.2.1 可分离变量的微分方程	240
9.2.2 可化为可分离变量的微分方程	242
习题 9-2	243
9.3 一阶线性微分方程	244
9.3.1 一阶线性微分方程	244
* 9.3.2 可降阶的微分方程	247
习题 9-3	249
本章小结	249
自我测试题	251
读一读	252
* 第 10 章 行列式与矩阵简介	254
10.1 n 阶行列式的定义及性质	254
10.1.1 二阶行列式、三阶行列式	254

10.1.2 n 阶行列式的定义	256
10.1.3 行列式的性质	257
10.1.4 行列式的计算	259
10.1.5 Cramer 法则	262
习题 10-1	264
10.2 矩阵的概念	265
10.2.1 矩阵的定义	265
10.2.2 矩阵的运算	267
10.2.3 可逆矩阵	272
10.2.4 矩阵的初等变换	274
习题 10-2	276
本章小结	277
自我测试题	279
读一读	282
附录 A 导数与微分公式及法则	284
附录 B 不定积分基本公式及运算法则	286
附录 C 简易积分表	288
附录 D 常用初等数学公式	298
附录 E Mathematica 软件及其应用	302
E.1 Mathematica 的基本操作	302
E.1.1 Mathematica 的启动与退出	302
E.1.2 Mathematica 中常用函数、常数的表示	303
E.1.3 表达式的输入	304
习题 E-1	304
E.2 数值类型和常数	304
习题 E-2	307
E.3 Mathematica 的绘图	307
E.3.1 二维曲线图形	307
E.3.2 作三维曲面图形	310
习题 E-3	311
E.4 微分运算	311
E.4.1 极限的计算	311
E.4.2 导数的计算	312
习题 E-4	314
E.5 积分运算	314

E. 5.1 不定积分的计算	314
E. 5.2 定积分的计算	315
E. 5.3 求极值	316
习题 E-5	317
E. 6 常微分方程	317
习题 E-6	318
习题参考答案	319
参考文献	337

第1章 函数、极限与连续

学习要求

- 理解函数、基本初等函数、复合函数、初等函数、分段函数的概念，函数极限的定义，无穷小的性质，函数在一点连续的概念，初等函数的连续性。
- 了解反函数、函数的单调性、奇偶性、有界性、周期性的概念，左、右极限的概念，无穷大、无穷小的概念，闭区间上连续函数的性质。
- 掌握基本初等函数的图像和性质，复合函数的复合过程，极限四则运算法则。
- 会用两个重要极限求极限，判断间断点的类型，求连续函数和分段函数的极限。

初等数学主要研究事物相对静止状态的数量关系，而微积分则主要研究事物运动、变化过程的数量关系。极限概念是在研究变量在某一过程中的变化趋势时引出的，它是微积分学的重要基本概念之一，微积分学中的许多概念、性质和法则都是通过极限方法来建立的。本章在复习和补充函数知识的基础上，学习极限的概念、求极限的方法及函数的连续性。

1.1 函 数

1.1.1 变量与区间

1. 常量与变量

在日常生活、生产活动中，经常遇到各种不同的量，如长度、温度、面积、体积、重量、时间、距离等。这些量可以分为两类：一类是在考察过程中数值始终保持不变量，称为**常量**；另一类是在考察过程中可以取不同的数值量，称为**变量**。例如，在对一密封容器内气体加热的过程中，气体的体积和分子数目保持一定，它们是常量；而气体的温度和压力在变化，它们是变量。

在理解常量与变量时，应注意下面几点。

(1) 常量和变量依赖于所研究的过程。同一个量，在某一过程中是常量，而在另一过程中则可能是变量。因此，常量和变量是相对的。

(2) 在几何意义上，常量对应着实数轴上的定点，变量对应着实数轴上的动点。

(3) 一个变量所能取的数值的集合称为这个变量的变动区域。