1997

高考试题解法分析

（数学·物理·化学·生物）

李珂

广东科技出版社

1991高考试题解法分析

（数学·物理·化学·生物）

李　珂

广 东 科 技 出 版 社

粤新登字04号

1991 Gaokao Shiti Jiefa Fenxi

1991高考试题解法分析

（数学·物理·化学·生物）

编　　者：李　珂

出版发行：广东科技出版社（广州市环市东路水荫路11号）

经　　销：广东省新华书店

印　　刷：韶关新华印刷厂

规　　格：787×1092　1/32　9.125印张　字数182.5千

版　　次：1992年4月　第1版　1992年4月　第1次印刷

印　　数：1—4200册

ISBN　7—5359—0936—1/G·237

定　　价：3.80元

说　明

本书编入了1991年全国高考数学（包括理工农医类和文史类）、物理、化学、生物试题的解答和分析。其中，《数学试题解答和分析》的理工农医类和文史类分别由郑丽华、余芷君同志撰写；《物理试题解答与分析》由李真同志撰写，华师大附中吴澧旸同志审阅；《化学试题解答与分析》由许波同志撰写，吴琦同志审阅；《生物试题解答与分析》由李春明同志撰写，华南师范大学温兆清副教授审阅。

本书内容的重点是解题方法分析，各科均按试题的顺序分题阐述。对于每一道试题，在给出详细答案（包括不同解法的答案）的同时，着重阐述解题的思路、解题的方法要领、解题时应注意的问题以及容易出现的错误及其原因，力图从思路分析和错误分析两方面向读者提供解题方法技巧的有益启发。这些分析的内容既注意到中学教育的实际，又结合了高考评卷的情况，便于读者学习领会和吸取经验教训。

我们希望本书有助于中学生掌握正确的学习方法和解题方法，有助于促进提高中学教学质量。本书适合高中学生阅读，也可供中学教师教学时参考。

编　者

1991年10月

目　录

数学试题解答与分析

理工农医类(第Ⅰ卷A型)

第　一　题

选择题：本大题共15小题；每小题3分，共45分．在每小题给出的四个选择项中，只有一项是符合题目要求的．

1 已知 $\sin\alpha=\frac{4}{5}$，并且α是第二象限的角．那么 $\operatorname{tg}\alpha$的值等于

(A) $-\frac{4}{3}$　(B) $-\frac{3}{4}$　(C) $\frac{3}{4}$　(D) $\frac{4}{3}$

【答案】

(A)

【分析与求解】

本题考查学生掌握同角三角函数的关系、角 α 在各个象限里的符号、某种三角函数的极值等有关三角函数方面的基本知识．

由题设，知角 α 在第二象限，故角 α 的余弦函数值是负的有．

$$\cos\alpha=-\sqrt{1-\sin^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{16}{25}}=-\frac{3}{5},$$

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}=\frac{4}{5}\times\left(-\frac{5}{3}\right)=-\frac{4}{3},$$

故本题应选(A)作答。

另外，可用逐项检验法来求答案。

已知角α在第二象限，故角α的正切函数值是负的，排除了选择项(C)和(D)。现在(A)，(B)两项中选择。如果选择(A)，由同角三角函数的关系

$$\operatorname{tg}\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha},$$

推出 $$\cos\alpha=\frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}=\frac{4}{5}\times\left(-\frac{3}{4}\right)=-\frac{3}{5},$$

$$|\cos\alpha|=\frac{3}{5}<1.$$

符合角α在第二象限时，余弦函数的取值范围，故选(A)作答。

如果选择(B)，则有

$$\cos\alpha=\frac{\sin\alpha}{\operatorname{tg}\alpha}=\frac{4}{5}\times\left(-\frac{4}{3}\right)=-\frac{16}{15}$$

$$|\cos\alpha|>1$$

而余弦函数的取值范围是小于或等于1，所以选择项(B)不符合题目的要求，舍去。

【易犯错误】

错选(B)作为答案。虽然在第二象限的角α的正切函数值有可能取$-\frac{3}{4}$，但没有考虑到取这个值时会使角α的余弦函数值大于1，不符合余弦函数的取值范围，因而造成选择错误。

2 焦点在$(-1, 0)$，顶点在$(1, 0)$的抛物线方程是

(A)$y^2=8(x+1)$　　(B)$y^2=-8(x+1)$

(C)$y^2=8(x-1)$　　(D)$y^2=-8(x-1)$

【答案】

(D)

【分析与求解】

本题要求考生熟悉抛物线的定义和几何性质。

首先，观察四个选择项，知(A)，(B)项的顶点在$(-1, 0)$，不符合题设，故(A)，(B)应舍去。或者将题目给出的顶点坐标代入四个选择项的方程中，即可知不能满足(A)，(B)的方程，舍去。

然后从(C)，(D)项中选正确答案。

由题设，知焦点和顶点都在x轴上，且焦点在顶点的左边，故这是以x轴为对称轴，开口向左的抛物线。观察(C)，(D)选择项的方程，(C)项的x的系数是$8>0$，是开口向右的抛物线。(D)项的x的系数是$-8<0$，是开口向左的抛物线，故选择(D)。

另一种解法是求出符合题目条件的抛物线方程。首先根据顶点和焦点的坐标位置都在x轴上，且焦点在顶点左边，知道这是一条以x轴为对称轴、开口向左的抛物线。题设顶点在$(1, 0)$，则这抛物线的方程为

$$y^2=-2p(x-1). \qquad ①$$

由于顶点到焦点的距离等于$\frac{p}{2}$，

$$\therefore\quad \frac{p}{2}=|1-(-1)|=2,\ p=4.$$

将$p=4$代入①中，得

$$y^2=-8(x-1). \qquad ②$$

则方程②是符合题目要求的方程，与四个选择项比较，知方程②是(D)．故选(D)作答．

【易犯错误】

有些考生不熟悉抛物线方程，不能从题目四个选择项的方程中，直接看出各方程的顶点坐标、对称轴和开口方向，也不能从题目给出的顶点和焦点坐标看出抛物线的位置，即对称轴、开口方向等，因而无法选择正确的答案．例如有些考生错选(C)作答，是误认为题目给出的顶点在(C)项给出的方程上，而忽略了题目给出的焦点的位置．

3

函数$y=\cos^4x-\sin^4x$的最小正周期是

(A) $\frac{\pi}{2}$　　(B) π　　(C) 2π　　(D) 4π

【答案】

(B)

【分析与求解】

本题要求考生熟悉三角函数的各种公式，并能熟练地运用这些公式，对三角函数式进行恒等变形．也要求考生掌握函数的周期的定义．

第一种方法是将函数y作如下的变形：

$$\begin{aligned} y&=\cos^4x-\sin^4x\\ &=(\cos^2x+\sin^2x)(\cos^2x-\sin^2x)\\ &=\cos^2x-\sin^2x\\ &=\frac{1+\cos 2x}{2}-\frac{1-\cos 2x}{2} \end{aligned}$$

$$=\cos 2x.$$

而$\cos 2x$的最小正周期是π，所以选(B)作答.

另一种方法是采用不同的恒等变形，方法如下：

$$y=\left(\frac{1+\cos 2x}{2}\right)^2-\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)^2$$

$$=\frac{1}{4}(1+\cos 2x+1-\cos 2x)(1+\cos 2x-1+\cos 2x)$$

$$=\cos 2x.$$

求出最小正周期为π，选择(B).

本题还可采用逐项检验的方法. 先检验选择项给出的数值是否是函数的周期，再检验是否最小正周期. 由于(A)，(B)，(C)，(D)四个选择项给出的数值是从小到大的，所以按顺序进行逐项检验最合适.

检验(A). 当$x=\frac{\pi}{3}$时

$$y=\cos^4\frac{\pi}{3}-\sin^4\frac{\pi}{3}=\left(\frac{1}{2}\right)^4-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4=\frac{-1}{2}.$$

当$x=\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}$时

$$y=\cos^4\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)-\sin^4\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=\left(-\sin\frac{\pi}{3}\right)^4-\cos^4\frac{\pi}{3}$$

$$=\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^4-\left(\frac{1}{2}\right)^4=\frac{1}{2}.$$

所以$\frac{\pi}{2}$不是函数y的周期.

检验(B)．对任意的实数x，

$$y=\cos^4(x+\pi)-\sin^4(x+\pi)$$
$$=(-\cos x)^4-(-\sin x)^4$$
$$=\cos^4 x-\sin^4 x.$$

∴ π是函数y的周期，且比（C），（D）给出的2π，4π小，故π是函数y的最小正周期．选择(B)．

【易犯错误】

（1）利用公式对函数y进行变形时出现错误．

（2）用逐项检验法时，如果要否定某一个选择项，只须举出一个反例，例如在上述解法中，检验选择项(A)时，选用了特殊角$\frac{\pi}{3}$，很容易看出$\frac{\pi}{2}$不是函数y的周期．但是如果要肯定某一个选择项，就不能只选几个值验证，而是要象上述解法中，检验(B)项时对任意的实数x进行验证，否则会作出错误的判断．例如在检验选择项(A)时，用$x=\frac{\pi}{4}$，$\frac{5\pi}{4}$，则

$$y|_{x=\frac{\pi}{4}}=\cos^4\frac{\pi}{4}-\sin^4\frac{\pi}{4}=0,$$

$$y|_{x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}}=\cos^4\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)-\sin^4\left(\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)=0,$$

∴ $y|_{x=\frac{\pi}{4}}=y|_{x=\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}}$．

$$y|_{x=\frac{5\pi}{4}}=\cos^4\frac{5\pi}{4}-\sin^4\frac{5\pi}{4}=0,$$

$$y|_{x=\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{2}}=\cos^4\left(\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)-\sin^4\left(\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{2}\right)=0,$$

$$\therefore\quad y\big|_{x=\frac{5\pi}{4}}=y\big|_{x=\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{2}}.$$

也就是说对于自变量取$\frac{\pi}{4}$和$\frac{5\pi}{4}$时，自变量增加$\frac{\pi}{2}$，即$\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{2}$和$\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{2}$，函数值$y$相等，如果这时就认为$\frac{\pi}{2}$是函数$y$的周期，则是错误的，并由此会导致选择(A)的错误。

4 如果把两条异面直线看成"一对"，那么六棱锥的棱所在的12条直线中，异面直线共有

(A) 12对　　(B) 24对

(C) 36对　　(D) 18对

【答案】

(B)

【分析与求解】

作六棱锥的草图，可见其任意1条侧棱与所有的侧棱交于顶点；与底面的2条棱相交，而与其余4条两两为异面直线，即有"4对"异面直线，一共有6条侧棱，所以有

$$4\times6=24(\text{对})$$

异面直线。

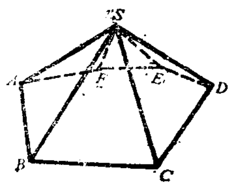

图1

5 函数$y=\sin\left(2x+\frac{5\pi}{2}\right)$的图象的一条对称轴的方程是

(A) $x=-\frac{\pi}{2}$　　(B) $x=-\frac{\pi}{4}$

(C) $x=\frac{\pi}{8}$　　(D) $x=\frac{5\pi}{4}$

【答案】

(A)

【分析与求解】

解本题必须了解对称轴的定义，熟悉正弦函数的图象。

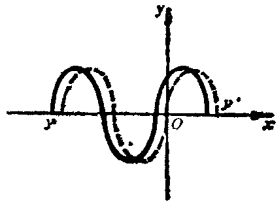

图2

题目给出的函数 y 的图象可由振幅为 1 、周期为 π 的正弦函数 $y'=\sin 2x$的图象向左移$\frac{5\pi}{4}$后得到，作图如图 2 . 可见经过正弦曲线最大值或最小值的点、且与y轴平行的直线是这个函数图象的对称轴，因为沿这样的直线对折，直线两边的图象完全重合。因此函数y的对称轴是无数条平行于y轴的直线。

题目给出的 4 个选择项都是平行于y轴的直线，问题是哪一条直线经过函数y取最大值1或取最小值-1的点。

下面对各项进行选择.

将 $x=-\frac{\pi}{2}$代入函数y中，有

$$y=\sin\left[2x\left(-\frac{\pi}{2}\right)+\frac{5\pi}{2}\right]=\sin\frac{3\pi}{2}=-1.$$

可见直线 $x=-\frac{\pi}{2}$经过函数y取最小值的点，它是y的一条对称轴，故选择项(A)正确。

另一种解法是注意到四个选择项给出的直线都是平行于

y轴的直线，如果函数y的图象以其中某一条直线为对称轴，那么在这条直线两旁距离相等的函数y的点重合，即y值相等，据此可对各选择项进行检验。

先检验选择项(A)。到直线$x=-\frac{\pi}{2}$的距离为x的点的横坐标是$-\frac{\pi}{2}+x$和$-\frac{\pi}{2}-x$，那么对应的函数值y就是：

$$y=\sin\left[2\left(-\frac{\pi}{2}+x\right)+\frac{5\pi}{2}\right]$$
$$=\sin\left(2x+\frac{3\pi}{2}\right)$$
$$=-\cos 2x,$$

和 $$y=\sin\left[2\left(-\frac{\pi}{2}-x\right)+\frac{5\pi}{2}\right]$$
$$=\sin\left(-2x+\frac{3\pi}{2}\right)$$
$$=-\cos 2x.$$

∵ x是任意实数，∴ 在直线$x=-\frac{\pi}{2}$两边距离相等的函数y上的点重合，∴ 这直线是函数y的对称轴，选择(A)作答。

【易犯错误】

由于对对称轴的定义没有透彻了解，有些考生面对这道题目不知从何入手。

由于题目给出的函数y的图象的对称轴是一族平行直线，选择项(A)给出其中一条的方程，因而有些考生就认为选择项(A)也不全面，所有的选择项似乎都不正确，因此不选，或者毫无根据地乱选一项错误的答案。还有个别考生错误地认

为，当$x=\dfrac{5\pi}{4}$时，$y=0$，故$x=\dfrac{5\pi}{4}$是函数y的对称轴，错选(D)作答.

6 如果三棱锥S-ABC的底面是不等边三角形，侧面与底面所成的二面角都相等，且顶点S在底面的射影O在$\triangle ABC$内，那么O是$\triangle ABC$的

(A)垂心　(B)重心　(C)外心　(D)内心

【答案】

(D)

【分析与求解】

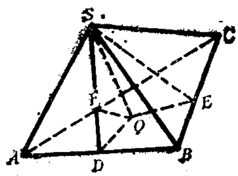

图 3

本题考查考生是否掌握了平面几何和立体几何的一些基本概念.

作出三棱锥S-ABC的草图，∵ O是S在底面的投影，且在$\triangle ABC$内，连SO，那么

$$SO\perp\text{平面 }ABC.$$

过O作AB，BC，CA的垂线，垂足分别是D，E，F. 连SD，SE，SF，根据三垂线定理，有

$$SD\perp AB,\quad SE\perp BC,\quad SF\perp AC,$$

∴ $\angle SDO$，$\angle SEO$，$\angle SFO$分别是三个侧面与底面所成的二面角. 由题设，有

$$\angle SDO=\angle SEO=\angle SFO.$$

在$Rt\triangle SDO$、$Rt\triangle SEO$和$Rt\triangle SFO$中

$$SO=SO=SO(\text{公共边}),$$

$$\angle SDO=\angle SEO=\angle SFO,$$

$\therefore \quad \triangle SDO \cong \triangle SEO \cong \triangle SFO$,

有 $\quad OD = OE = OF$.

可知O是$\triangle ABC$中到三边距离相等的点，它是$\triangle ABC$的内心，且它不能又是垂心、重心或外心.

如果O又是$\triangle ABC$的垂心，则C，O，D在一条直线上，且CD是AB边上的高．同样A，O，E在同一直线上AE是BC边上的高，B，O，F在同一条线上，BF是AC边上的高，如图4．$Rt\triangle AOD$和$Rt\triangle OEC$中，$\angle 1 = \angle 2$，$OE = OD$，

$\therefore \quad \triangle AOD \cong \triangle OEC$，

$\therefore \quad AD = EC$.

同理 $\quad DB = FC$

$\Longrightarrow AD = DB = CE$

$\Longrightarrow AB = BC = AC$

$\Longrightarrow \triangle ABC$是等边三角形，与题设条件矛盾.

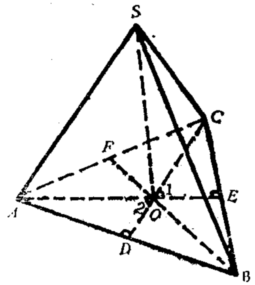

图 4

如果O是$\triangle ABC$的内心，又是它的重心，那么AOE，BOF，COD都不是折线，而是直线段，且AE，BF，CD分别是$\triangle ABC$的三条中线.

又因$OD \perp AB$，$OE \perp BC$，$OF \perp AC$，

$\therefore \quad \triangle ADC$和$\triangle CDB$是直角三角形.

$\therefore \quad Rt\triangle ADC \cong \triangle CDB \quad (s.\ d.\ s)$.

$\therefore \quad AC = BC$.

同理，$Rt\triangle AEC$和$Rt\triangle AEB$中，

$AC = AB$.

故$\triangle ABC$是等边三角形，与题设条件矛盾.

O是$\triangle ABC$的内心，不能又是它的外心．如果O又是

它的外心，则如图 4，O到$\triangle ABC$三个顶的距离相等，即

$$OA=OB=OC,$$

易证　$Rt\triangle AOD\cong RtBOD$,

$\because$　$OD=OD$(公共边),

$OA=OB$(已证),

$\Longrightarrow AD=DB$。

同理　$CE=EB$, $CF=FA$,

即D, E, F分别是$\triangle ABC$三边上的中点，

又　$Rt\triangle DOB\cong Rt\triangle EOB$,

$\because$　$OB=OB$(公共边),

$OD=OE$。

由此得　$DB=DA=BE$,

同理　$CE=EB=CF$,

$\Longrightarrow\triangle ABC$是等边三角形，故$O$不可能是$\triangle ABC$的外心。

故选择项(D)正确。

【易犯错误】

有些考生没有充分考虑$\triangle ABC$不是等边三角形这一条件，故觉得O可以是$\triangle ABC$的垂心，重心或外心。因此出现选择(A)，(B)，或(C)的错误。

7　已知$\{a_n\}$是等比数列，且$a_n>0$，$a_2a_4+2a_3a_5+a_4a_6=25$，那么a_3+a_5的值等于

(A) 5　(B)10　(C)15　(D)20

【答案】

(A)

【分析与求解】