

高等学校教学用书

理 論 力 學

上 冊

E. J. 尼古拉依著

高等教育出版社

本書係根據蘇聯技術理論書籍出版社（Государственное издательство технико—теоретической литературы）出版的尼古拉依（Е. Л. Николаи）著“理論力學”（Теоретическая механика）1952年第十六版譯出。原書經蘇聯高等教育部審定為高等工業學校教科書。

本書中譯本分上下兩冊出版。上冊包括剛體靜力學與運動學兩篇。原書正文前尚有“理論力學發展簡史”一文，但因為這篇文章是後來補譯的，所以中譯本改列在下冊第二分冊之末。

本書原由商務印書館出版，自1955年8月起改由本社出版。

理 論 力 學

上 冊

Е. Л. 尼古拉依著

李文美 徐芝綸譯

高等教育出版社出版

北京琉璃廠一七〇號

（北京市書刊出版業營業許可證出字第〇五四號）

牛記印刷廠印刷

新華書店總經售

書號 13010-163 開本 850×1168 1/32 印張 9 14/16 字數 245,000

一九五五年八月上海第一次版

一九五六年十二月上海第六次印刷

印數 8,001-14,000

定價（8） 1.10

出版者的話

В. Л. 尼古拉依所著的理論力學上冊，現在發行的第十六版，按照著者逝世後出版的第十四與第十五版重印，未加修改。

和前兩版一樣，為配合當前教學大綱的要求——在理論力學課程中應多注意力學的歷史，——在本書前冠以序論：專講理論力學的歷史發展。這序論是由本社約請 И. Л. 莫依謝耶夫教授為本書第十四版編寫的。

蘇聯技術理論書籍出版社

第十三版原序

我的“理論力學”上册第十三版是經過一些改寫後付印的。

本書的基本內容並沒有改變；改寫的是在講解靜力學與運動學的若干部份中引用了（根據現行的高等工業學校理論力學教學大綱）矢量代數與矢量分析。

引用矢量方法可以使許多力學問題的講解大為簡化，不過也得承認，過份率直地引用這方法，有時候不僅不能減少反而會增加初學者掌握力學題材的困難。對於初學者，由於對矢量運算不夠熟悉，所以常常不容易瞭解問題的力學實質，因此我認為，在以初學者為對象的力學教本裏，矢量方法的引用是應該相當慎重的。

理論力學的講解可以用三種方法：幾何法、解析法（或坐標法）以及以矢量代數與矢量分析為基礎的矢量法。在本書這一版的編寫中，我以為這三種方法沒有一種是可以完全擯棄不用的。本書裏講解每一問題的時候，我選取了在我看來是達到的最簡捷的一種方法。當然，在每一種情形下，對於各種方法的取捨，主觀的因素是無可避免的。本書在這方面究竟成功到什麼程度，只有留待讀者來判斷了。

矢量代數最初步的原理，在靜力學的緒論裏就加以說明。矢量代數與矢量分析的其餘的必需知識，則根據需要，在本書有關部分加以講述。

關於本書的內容，在運動學（第二篇）裏有一些補充。第十八章（剛體的定點轉動）裏加上了角加速度（§ 114），剛體內各點的加速度（§ 117），剛體內某點的速度在與剛體固連的各坐標軸上的投影（§ 121）；第十九章（剛體的一般運動）裏加上了 § 124，提出了在任何牽連運動中的加速度合成定理。

本書以前的各版都稱為“理論力學講義”，本版改用比較簡短的名稱“理論力學”。

E. 尼古拉依

尼氏理論力學上冊譯序

本書是根據尼氏原著第十六版(1952)翻譯的。正文前原來有一篇序論“理論力學發展簡史”，長達二十四頁；我們一直想把它儘先譯出。可是這序論裏有好幾處，我們要等找到足夠的參考資料後才敢定稿；這不只是爲了慎重，也因為如果照字面直譯而不加一些解釋，對讀者的幫助可能是不大的。而且序論的內容，也只有在讀完理論力學之後才可能理解。因此，這篇文章是後來補譯的，並改列在下冊第二分冊之末。

我們分工譯出的初稿(第八章至十一章是徐芝綸譯的，其餘是季文美譯的)，都經過互相核對。譯名是統一的，可是兩個人的文體很難做到完全一致。除例假之外，我們很少有整天的時間來做譯校的工作；所以，就是同一人譯出的部份，也可能有語氣不很連貫的地方。

由於時間和能力的限制，疏誤是難免的，希望讀者隨時指正。

譯者 1953 年 5 月

上册譯本三版附記

本書承華東航空學院胡沛泉同志、陳炎同志全部校閱一遍，彭炎午同志對照原文校閱多處；不僅指出許多排印中的疏誤以及文字上的修正，並且提出好幾處原則性的修改。又承清華大學力學教研組將本書 §1, §6—8, §24—26 等節，對照原文，逐句校訂，指出疏誤四處。

譯者除儘可能分別訂正外，謹此誌謝。

譯者 1954 年 6 月

目 錄

第一篇 剛體靜力學

緒論	1
§ 1 靜力學,運動學,動力學 § 2 矢量,矢量的加與減 § 3 矢量乘以標量,單位矢量 § 4 矢量在軸上與平面上的投影 § 5 矢量和在軸上與平面上的投影	
第一章 靜力學公理	11
§ 6 質點,第一公理,力 § 7 內力與外力,剛體,第二公理,第三公理,力的作用點沿力作用線的搬移 § 8 靜力相當力系,合力,第四公理 § 9 第五公理,作用與反作用,實例 § 10 非剛體的平衡,第六公理	
第二章 共面共點力系的合成	23
§ 11 力平行四邊形,力三角形 § 12 力多邊形,共點力的平衡條件 § 13 力在軸上的投影,力沿坐標軸軸向分解 § 14 用投影法求共點力的合成 § 15 共點力的平衡方程式 § 16 共線力的合成 § 17 作用線匯交於同一點的力的合成 § 18 三個非平行力的平衡	
第三章 共面力偶的合成	38
§ 19 兩個同向平行力的合成 § 20 兩個反向平行力的合成 § 21 力偶,力偶矩 § 22 力偶的相當條件 § 23 力偶的合成,力偶的平衡條件	
第四章 共面任意力系的合成	49
§ 24 力對於一點的矩 § 25 力的作用線向某一點搬移 § 26 共面任意力系簡化為一個力與一個力偶,主矢量與主矩 § 27 共面任意力系成平衡的情形,平衡方程式 § 28 共面任意力系簡化為一個力偶的情形 § 29 共面任意力系簡化為一個合力的情形,力矩定理 § 30 應用力在坐標軸上的投影表示力矩 § 31 靜定與超靜定問題 § 32 計算支座反力的例題 § 33 應用平衡方程式的另一些例題 § 34 合力作用線的決定 § 35 共面平行力的合成,平行力系的平衡方程式	

第五章 索多邊形法	69
§ 36 情形一：力多邊形不閉合 § 37 情形二：力多邊形閉合 § 38 繩的平衡圖	
第六章 桁架內力分析	77
§ 39 麥克斯威爾—克萊莫納圖 § 40 李特爾法	
第七章 空間共點力系的合成	83
§ 41 力多邊形，力平行六面體 § 42 力在某軸上的投影，矢量分解為沿坐標軸的分量 § 43 用投影法求共點力的合力，平衡方程式	
第八章 空間力偶的合成	89
§ 44 力偶的相當條件 § 45 力偶矩作為矢量 § 46 力偶的合成，力偶的平衡條件	
第九章 力對於一點與對於一軸的矩	95
§ 47 力對於一點的矩 § 48 兩個矢量的矢積 § 49 力對於一軸的矩 § 50 力對於一點的與對於一軸的矩之間的關係 § 51 力系對於一點的與對於一軸的主矩 § 52 力系對於一點的與對於一軸的主矩之間的關係	
第十章 空間任意力系的合成	102
§ 53 力向某一點的搬移 § 54 空間任意力系簡化為一個力與一個力偶 § 55 力系成平衡的情形 § 56 力系簡化為一個力偶的情形 § 57 力系簡化為一個合力的情形，力矩定理 § 58 力系簡化為一個力螺旋的情形，中心軸 § 59 兩個矢量和的矢積，兩個矢量的矢積在坐標軸上的投影 § 60 用力在坐標軸上的投影表示力對於各軸的矩 § 61 用投影法計算主矢量與主矩 § 62 空間任意力系的平衡方程式 § 63 兩點固定的剛體的平衡條件，支座反力的計算 § 64 用實驗方法決定主矢量與主矩 § 65 空間平行力的合成，平行力的平衡方程式 § 66 用漸次合成法求平行力的合成 § 67 平行力系的中心 § 68 平行力系中心的坐標	
第十一章 重心	132
§ 69 剛體的重心，體積的重心 § 70 面積的重心，平面圖形的靜矩，線段的重心 § 71 求重心與靜矩的幾個簡易方法 § 72 古爾丁勞斯第一定理 § 73 古爾丁勞斯第二定理 § 74 幾個簡單幾何圖形的重心 § 75 用索多邊形求面積的重心	

第二篇 運動學

第十二章 點的運動方程式151

- § 76 運動學,動力學 § 77 軌跡,運動方程式 § 78 直角坐標運動方程式
§ 79 極坐標運動方程式

第十三章 速度160

- § 80 勻速運動的速度 § 81 任何運動的速度 § 82 矢量導數 § 83 矢量
微分的簡單規則 § 84 速度作為矢徑的矢導數 § 85 速度在直角坐標軸上
的投影 § 86 求速度在坐標軸上投影的另一方法

第十四章 加速度175

- § 87 直線勻變速運動的加速度 § 88 幾何學中的幾個概念 § 89 任何運動
的加速度 § 90 加速度在直角坐標軸上的投影 § 91 切向加速度與法向加
速度 § 92 距離,速度與加速度的圖示

第十五章 剛體的平行移動與定軸轉動197

- § 93 剛體的平行移動 § 94 剛體的定軸轉動

第十六章 相對運動209

- § 95 點的相對運動 § 96 相對運動方程式,相對速度與相對加速度 § 97
動點微位移的定理,偏差 § 98 速度合成定理 § 99 加速度合成定理,設
率速運動是平行移動 § 100 加速度合成定理,設率速運動是定軸轉動,複
加速度或哥頓奧利加速度 § 101 速度與加速度在極坐標軸上的投影 § 102
剛體的相對運動

第十七章 剛體的平面運動233

- § 103 平面運動分解為平移與旋轉,平面運動的方程式,平面圖形的角速度與
角加速度 § 104 平面圖形各點的速度,速度瞬心 § 105 速度圖解 § 106
平面圖形內各點的加速度,加速度瞬心 § 107 加速度圖解 § 108 關於平
面圖形位移的定理,速度瞬心作為轉動中心的極限位置 § 109 瞬心軌跡
§ 110 平面圖形轉動的合成 § 111 應用轉動合成法求平面機構中各構件的
速度瞬心

第十八章 剛體的定點轉動271

- § 112 歐拉角,剛體的定點轉動方程式 § 113 關於定點轉動剛體位移的定理,

剛體的瞬軸與角速度 § 114 角加速度 § 115 定點轉動剛體內各點的速度
 § 116 轉動速度的矢量公式 § 117 剛體內各點的加速度 § 118 瞬軸的軌
 跡面 § 119 角速度合成定理 § 120 角速度在與剛體固連的各坐標軸上的
 投影 § 121 剛體內某點的速度在與剛體固連的各坐標軸上的投影

第十九章 剛體的一般運動293

§ 122 剛體的運動分解為平移與旋轉, 剛體的運動方程式, 角速度 § 123 剛
 體內各點的速度, 螺旋瞬軸 § 124 在任何牽連運動中的加速度合成定理

第一篇 剛體靜力學

緒 論

§ 1 靜力學、運動學、動力學

力學是關於物體運動的科學。

所謂物體的運動，我們理解為物體隨着時間改變在空間的位置。比較廣義的運動（亦即指物體形態、生物組織、社會團體等等的所有各種變化）是其他各種科學（物理學、化學、生物學、社會科學等等）所研究的對象。物體位置的改變，為區別於其他各種運動，有時稱為機械運動。本書中的“運動”，以後就專指機械運動。

理論力學研究物體運動的一般規律，並對於有關物體運動的各種問題，提供一般的解答方式與方法。把力學原理應用於解答專門的工程問題（例如應用於結構強度的分析與機器運動的研究等等），則屬於應用力學各部門的範圍。

機械現象（亦即物體運動的各種現象）屬於物理現象的領域。在這種意義上，理論力學是理論物理學的一部門。

物體的平衡是運動的一個特殊情形。力學裏，研究物體平衡條件的這一部份，稱為靜力學。平衡規律在本質上遠比一般的運動規律來得簡單；因此，靜力學自然也遠比力學的其他部份——研究物體運動現象的各部份——簡單淺易。所以，本書上册就從靜力學（第一篇）開始，

這樣的講解程序也和力學發展的歷史過程相符合。靜力學的基本定理從很古就已經發現，而運動現象有效的研究，只有在十七世紀發明了微分分析之後，才成為可能。

其次將轉入物體運動的討論。在這裏，物體的運動先從純粹幾何觀點來研究（上册第二篇）。理論力學裏，研究運動的幾何性質的這一部份，稱為運動學。在運動學裏，物體的運動被看為與運動的物理原因無關。

然後進而研究物體由於物理原因所決定的運動（下册）。理論力學裏，從事於這種研究的部份，稱為動力學。在動力學裏，將建立物體運動最一般性的規律。

這樣，理論力學分為三部份：靜力學、運動學、動力學。

§ 2 矢量、矢量的加與減

在力學的各部份裏，都需要處理這樣的量：不僅要說明它們的大小，而且要指出它們在空間的方向；例如：力、速度、加速度等等。同時，也將遇到這樣的量：只有大小，並無方向；例如質量、能量等等。這兩種物理量各有專門名稱，第一種量稱為矢量或向量，第二種量稱為標量或純量。

作為本書的開場，下面先對於矢量稍加說明。^①

矢量與標量，最好在標記的方式上就加以區別。本書中，標量將用普通的字母代表；而矢量則將用粗體的字母代表。並且，設用粗體的某

① 關於矢量，在這裏只提出在靜力學開頭就必須用到的一些基本知識。矢量理論的詳細敘述，可參閱科欽所著的矢量計算與張量原理（Н. Е. Кочин, Векторное Исчисление и Начала Тензорного Исчисления）第六版，1988（譯者註：此書已有第七版，1951）。

一字母代表矢量，則這一矢量的大小或模（這是標量）將用普通體的同一字母代表。因此，必須區別矢量 $\boldsymbol{a}$ 與它的大小 a 。有時為表示矢量 $\boldsymbol{a}$ 的大小，亦採用符號 $|\boldsymbol{a}|$ 。^①

取直線段 AB （圖 1）並註明這線段的明確方向，例如從點 A 到點 B ；在圖上，這方向用加在點 B 的箭頭來表示。註明一定方向的這種線段，就是矢量的最簡單的實例。

任一矢量 $\boldsymbol{a}$ ，因具有一定的大小 a 與一定的方向，必可作圖表示：用線段 AB （圖 2），其長度包括 a 個長度單位（任意選擇的），而方向則與矢量的方向相同；在圖上，這方向用箭頭表示。點 A 稱為矢的起點，點 B 稱為矢的終點。有時亦將用兩個字母 AB 代表一個矢量，這時候，規定把註在矢的起點的字母寫在前面，註在終點的字母寫在後面。如



圖 1



圖 2

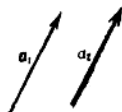


圖 3

果矢量 $\boldsymbol{a}$ 的方向是從 B 到 A ，則須用 BA 代表這矢量。

兩個矢量 $\boldsymbol{a}_1$ 與 $\boldsymbol{a}_2$ （圖 3），設大小相等，互相平行而且指向相同，則稱為相等。

表示矢量的相等，將採用普通的等號：

$$\boldsymbol{a}_1 = \boldsymbol{a}_2.$$

在矢量公式裏的某一矢量，設用兩個字母代表，則在這兩個字母的頂上將加一短劃。例如，為表示矢量 AB 與 CD 的相等，將寫成：

① 在書寫時，用粗體很不方便。所以，在印刷裏矢量用粗體字母代表，在書寫時，仍用普通字母代表，但在字母頂上加一短劃（例如 $\overline{a}$ ）。

$$\overline{AB} = \overline{CD}.$$

設有若干矢量,例如 a_1, a_2, a_3, a_4 , 等四個矢量(圖 4), 並作圖如下。從任一點 A 作矢量 $\overline{AB}$, 等於矢量 a_1 ; 從畫出的線段的 B 端, 作矢量 $\overline{BC}$, 等於矢量 a_2 ; 從這線段的 C 端, 作矢量 $\overline{CD}$, 等於矢量 a_3 ; 最後, 從點 D 作矢量 $\overline{DE}$, 等於 a_4 。於是用直線連接第一矢量的起點 A 與最後矢量的終點 E 。矢量 $\overline{AE}$ (從點 A 指向點 E) 用字母 a 代表。這樣作出的矢量 a 稱為原有矢量 a_1, a_2, a_3, a_4 的和, 而上述的作圖則稱為矢量的合成或相加; 矢量 a_1, a_2, a_3, a_4 各稱為分矢量。

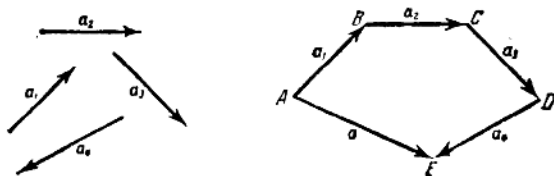


圖 4

表示矢量的合成或相加, 將採用普通的加號:

$$a = a_1 + a_2 + a_3 + a_4.$$

設已知 n 個矢量 $a_1, a_2, \dots, a_n$, 它們的和等於 a ; 則將寫為

$$a = a_1 + a_2 + \dots + a_n.$$

取兩個矢量 a_1 與 a_2 (圖 5)。從任一點 A 作矢量 $\overline{AB}$ 與 $\overline{AC}$, 分別等於矢量 a_1 與 a_2 , 並用直線連接點 B 與點 C ; 矢量 $\overline{BC}$ (從 B 指向 C)

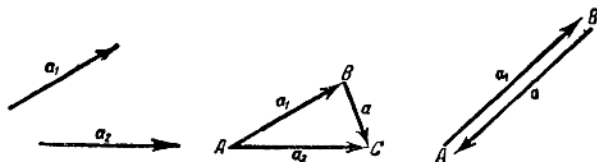


圖 5

圖 6

用字母 a 代表。矢量 a ，設與矢量 a_1 相加可得矢量 a_2 ，稱爲矢量 a_1 與 a_2 的差；而上述的作圖，稱爲矢量的相減。

表示矢量的相減，將採用普通的減號：

$$a = a_2 - a_1,$$

在 $a_2 = 0$ 的特殊情形下，點 C 將與點 A 疊合，因而矢量 a 大小等於矢量 a_1 但沿相反方向（不是從 A 向 B ，而是從 B 向 A ，圖 6）。同時，在這一特殊情形下，上面的公式將成爲

$$a = -a_1.$$

由此可見， $-a_1$ 是一個矢量，與矢量 a_1 大小相等方向相反。

§ 3 矢量乘以標量. 單位矢量

設已知某一矢量 a 與某一正值的標量 m 。作一個新的矢量，與已知矢量 a 同方向，而大小則等於已知矢量的大小 a 乘以標量 m 。所得的新矢量稱爲矢量 a 與標量 m 相乘的積，並用 ma 代表。

所以，要把已知矢量乘以某一正的標量，只須把矢量的大小乘以標量，矢量的方向不變。

上節裏已經證明，矢量 $-ma$ 與 ma 的區別不過是方向相反。因此，矢量 a 設乘以負的標量 $-m$ ，結果將等於矢量的大小 a 乘以數值 m ，而方向則與原來的矢量相反。

設 a_1 與 a_2 是兩個相等的矢量，則分別乘以任一標量 m 所得的新矢量 ma_1 與 ma_2 亦必相等。所以，設

$$a_1 = a_2,$$

則

$$ma_1 = ma_2.$$

可見矢量的等式，並不因兩邊各乘以同一標量而喪失其相等性。

取若干個矢量 a_1, a_2, a_3, a_4 (圖 7)，並將它們相加。爲此，作多

邊形 $MNPQR$, 各邊分別代表各矢量。各矢量的和 $\overline{MR}$ 用 α 代表。於是得

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4.$$

將點 P, Q 用直線與點 M 相連; 並沿線段 MN, MP, MQ, MR 分別作線段 $MN_1 = m \cdot MN, MP_1 = m \cdot MP, MQ_1 = m \cdot MQ, MR_1 = m \cdot MR$, 各式中的 m 是任意一個正數。用直線順次連接點 N_1, P_1, Q_1, R_1 , 得新多邊形 $MN_1P_1Q_1R_1$, 與多邊形 $MNPQR$ 相似。新多邊形的各邊, 分別與多邊形 $MNPQR$ 的各對應邊平行, 並各等於後者乘以正數 m 。因此, 矢量 $\overline{MN_1}, \overline{N_1P_1}, \overline{P_1Q_1}, \overline{Q_1R_1}, \overline{MR_1}$ 分別與矢量 $m\alpha_1, m\alpha_2, m\alpha_3, m\alpha_4, m\alpha$ 相等。

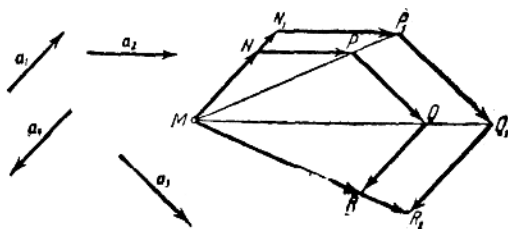


圖 7

但矢量 $\overline{MR_1}$ 是矢量 $\overline{MN_1}, \overline{N_1P_1}, \overline{P_1Q_1}, \overline{Q_1R_1}$ 的和, 故

$$m\alpha = m\alpha_1 + m\alpha_2 + m\alpha_3 + m\alpha_4.$$

上面所得的結論可以陳述如下: 要把矢量和乘以某一正數, 只須每一個分矢量各乘以這正數。

以上假定 m 是一個正數。設 m 是一個負數, 可以用同樣的證明方法得到相似的結論。

大小等於一個單位值的矢量, 稱為單位矢量。設有某已知矢量 α 。作單位矢量與矢量 α 同方向; 這單位矢量用 e 代表 (因此, $e=1$)。矢

量 a 與 e 方向相同,但矢量 a 的大小等於矢量 e 的大小乘以 a 。因此,

$$a = ae.$$

由此可見,任一矢量都可以用它的大小與對應的單位矢量的乘積來代表。

§ 4 矢量在軸上與平面上的投影

標明一定指向的無限長直線稱為軸。

取矢量 v 與軸 x (圖 8), 軸的指向在圖上用箭頭表示。用字母 A 與 B 代表矢量 v 的起點與終點,並通過點 A 與 B 各作垂直於軸 x 的平面 P 與 Q 。這兩個平面與軸 x 的交點 a 與 b , 稱為點 A 與 B 在軸 x 上的投影。

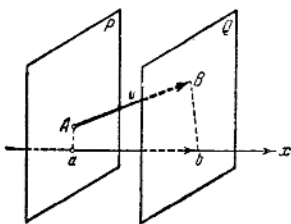


圖 8

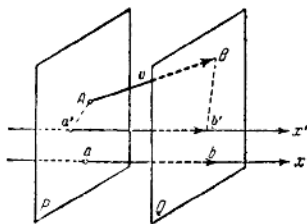


圖 9

線段 ab , 設與軸 x 同向則取 + 號, 與 x 軸反向則取 - 號, 稱為矢量 v 在軸 x 上的投影; ① 這投影用 v_x 代表。所以 $v_x = \pm ab$, 式中的正負號照上述規則選取。必須注意, 矢量在任何軸上的投影都是標量。

實際上, 為求出點 a 與 b , 並非必須作出平面 P 與 Q 。只須從點 A 與 B 作軸 x 的垂線 Aa 與 Bb ; 垂足 a 與 b 就是點 A 與 B 在軸 x 上的

① 線段 ab 所代表的矢量, 稱為矢量 v 沿軸向 x 的分量。