经济数学基础

微积分

张学贞 张诒兰 严守权 龚德恩 编著

经济数学基础（一）

微 积 分

张学贞 张诒兰 严守权 龚德恩 编著

中国人民大学出版社

经济数学基础（一）

微 积 分

张学贞 张诒兰
严守权 龚德恩 编著

•

中国人民大学出版社出版发行
（北京西郊海淀路39号）
中国人民大学出版社印刷厂印刷
（北京鼓楼西大石桥胡同61号）
新 华 书 店 经 销

•

开本：850×1168毫米32开 印张：20.75
1990年8月第1版 1990年8月第1次印刷
字数：505 000 册数：1－15 000

•

ISBN 7－300－00667－1
O·21 定价：7.75元

前　　言

随着经济改革的不断深入和发展，各高等院校财经和管理类各专业的教育改革也在不断深入和发展，相继开设了很多经济管理方面的新的专业基础课、专业必修和选修课，对经济数学基础这门课程，提出了新的、更高的要求。为了适应这种新的形势，中国人民大学经济信息管理系各有关教研室，先是按照国家教委高教一司1988年下达的关于编写财经专业十门核心课程教学大纲的要求，组织编写了《经济数学基础》教学大纲。然后，组织有多年教学实践经验的教师，在所编大纲的基础上，组织编写了这套《经济数学基础》教材。这套书共分三册：第一册《微积分》，第二册《线性代数》，第三册《概率统计》。

我们在编写《经济数学基础》教学大纲和这套教材时，听取了部分财经院校的数学教师和专家对经济数学基础课程的意见和建议，充分考虑了财经各专业对此课程的要求，比较分析了国内外一些同类教材的优缺点，并参考了1986年国家教委研究生司颁发的《经济学硕士研究生入学考试数学复习大纲》的要求，对现行教材的内容，进行了慎重的取舍和必要的补充。

本套教材与目前国内同类教材相比较，具有以下几个特点：

第一，充实和加强了在经济管理中应用较多的一些新内容、新知识。例如，在《微积分》分册中，充实和加强了凸函数、极值理论、多元微积分、微分方程和差分方程等方面的内容；在《线性代数》分册中，充实和加强了非负矩阵、对角占优矩阵、矩阵的特征值和特征向量、二次型等方面的内容；在《概率统

计》分册中，充实和加强了统计方法及其应用、多元回归、预测和控制、非参数统计方法、相关分析等方面的内容，并与计算机的使用相配合。

第二，为了使读者更好地理解和掌握书中的基本原理和方法，书中提供了相当数量的具有典型性的例题；为了使读者有更多的解题训练机会，书中选配了大量的各种题型的习题，书后附有习题答案或提示。

第三，为了提高读者应用数学方法分析和处理实际问题的能力，书中介绍了一定数量的应用例题，也选配了一定数量的应用习题。

第四，为了适应不同专业的不同需要，书中有些内容加了“*”号。选用本书时，教师可根据实际情况，对标有“*”号的内容或其它较深入的内容，作必要的取舍，决定选讲或不讲。

参加第一册《微积分》编写的有：张学贞（一、二、三、四章），张诒兰（五、六、七章），严守权（八、九、十章），龚德恩（十一、十二章），由张学贞任主编。《微积分》分册的编写曾得到北京大学经济管理学院秦宛顺教授和中国人民大学经济信息管理系赵树嫄教授的热情指导和帮助，在此向他们表示衷心的感谢。

本套《经济数学基础》教材能尽快出版，与中国人民大学出版社有关领导的大力支持和帮助是分不开的。本套教材的责任编辑苏一针同志为本套教材的出版付出了辛勤的劳动，她那仔细、认真和极端负责的编辑加工工作，不但使本书避免了不少错误，也使本书增色不少。在此，向中国人民大学出版社的有关领导和苏一针同志，表示衷心的感谢。

本套《经济数学基础》可作为高等院校财经与管理类各专业的试用教材，也可作为自学考试或成人教育的同类专业的试用教材或教学参考书。对于从事经济管理方面的教学与科研工作的有

关人员，它也是了解和查阅经济数学基础有关内容和知识的有益参考书。

由于作者水平所限和时间仓促，书中的缺点和不妥之处在所难免，恳请使用本书的读者和教师不吝指正，我们将万分感谢。

《经济数学基础》编者

1989年4月1日

于中国人民大学

目　　录

第一章　函　数

函数是微积分研究的对象，是高等数学重要的基本概念之一。由于函数在微积分中的重要地位，我们有必要从一般的角度重温和进一步学习函数的概念及其有关内容。

由于微积分是在实数范围内研究函数，所以本章从简单地回顾实数和它的集合的有关知识开始。

§1.1　实数与集合

（一）实数及其几何表示

1. 实数与数轴上的点

实数由有理数和无理数两部分组成。有理数包括零、正负整数和正负分数。有理数和无理数的本质区别在于：有理数可表示成分数p/q的形式，其中p和q都是整数，且$q\neq0$；而无理数则不能。换句话说，有理数可表示为整数或有限小数，或无限循环小数，而无理数只能表示成无限不循环小数。

有理数经过加减乘除（除数不为0）四则运算仍得有理数。

在中学我们已学会用数轴上的点表示数，即，任何一个实数都可表示为数轴上的一个点；数轴上的任何一点都代表一个实数。由于实数和数轴上的点的这种一一对应关系，为简便起见，我们时常不加区别地用同一个字母和数字代表数和以此数为坐标

的点。比如：数a，点a；数$\sqrt{2}$，点$\sqrt{2}$等等。

数轴上表示有理数的点称为**有理点**。任何两个不同的有理点a和b之间都还存在有理点，比如中点$c=(a+b)/2$就是有理点。同样，a和c之间的中点、c和b之间的中点都是有理点。如此继续，在a、b之间我们可得到任意多个有理点。这说明，数轴上任意两个有理点（无论它们彼此距离多近）之间都存在无穷多个有理点，即有理点在数轴上处处稠密，这就是有理数的**稠密性**。

数轴上表示无理数的点称为**无理点**。由于任何一个无理数与有理数的和、差、积、商（除数$\neq 0$）仍为无理数，由有理数的稠密性易证无理数的稠密性（即无理点在数轴上处处稠密）。

2. 实数的绝对值

定义1.1 设a为实数，记其绝对值为$|a|$。定义

$$|a|=\begin{cases} a & 当a\geqslant 0 \\ -a & 当a<0 \end{cases}$$

$|a|$**的几何意义是点a到原点的距离。**

由绝对值的定义可知，对于实数a和b

$$|a-b|=\begin{cases} a-b & 当a\geqslant b \\ b-a & 当a<b \end{cases}$$

$|a-b|$**的几何意义是点a到点b的距离。**

例 解不等式

$$|x-1|<|x+3|$$

解 按绝对值的几何意义，题中不等式表明点x到点1的距离小于它到点-3的距离。从数轴上直接观察可知，如图1-1所示，离点1近而离点-3远的点是坐标大于-1的那些点。这样就直接地得到了本例的解

$$x>-1$$

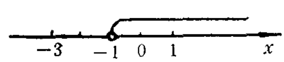

图 1-1

对于上面的例子，自然还有更一般的解法，但未必比上面的

题解更简单。这可提醒初学者，绝对值的几何意义是值得注意的。

由绝对值的定义，易得下列**绝对值的性质**：

（1） $|a|=\sqrt{a^2}$，　　$|a|=|-a|$，

$-|a|\leqslant a\leqslant|a|$，　　$|a|\geqslant 0$。

不等式 $-|a|\leqslant a\leqslant|a|$， 可联系绝对值的几何意义证明，也可按 $a=0$，$a>0$，$a<0$三种情况直接验证。

（2）关系式 $|a|\leqslant K$（$K\geqslant 0$）与 $-K\leqslant a\leqslant K$ 等价。即，如果 $|a|\leqslant K$，则有 $-K\leqslant a\leqslant K$；反之，如果 $-K\leqslant a\leqslant K$，则有 $|a|\leqslant K$。

根据绝对值的几何意义，$|a|\leqslant K$ 即指a到原点的距离不大于K，说明a在$-K$和K之间，即 $-K\leqslant a\leqslant K$。

类似地，$|a|<K$（$K>0$）与 $-K<a<K$等价。

关于**绝对值的四则运算**，有以下四条性质：

（1）和的绝对值不大于各项绝对值的和。即

$$|a+b|\leqslant|a|+|b| \tag{1.1}$$

证　由绝对值的性质（1）可知

$$-|a|\leqslant a\leqslant|a|$$

$$-|b|\leqslant b\leqslant|b|$$

于是　$-(|a|+|b|)\leqslant a+b\leqslant|a|+|b|$

令$K=|a|+|b|$，由绝对值性质（2）可得不等式（1.1）。

显然

$$|a_1+a_2+a_3|\leqslant|a_1+a_2|+|a_3|\leqslant|a_1|+|a_2|+|a_3|$$

一般地有

$$|a_1+a_2+\cdots+a_n|\leqslant|a_1|+|a_2|+\cdots+|a_n| \tag{1.2}$$

（2）差的绝对值不小于各绝对值的差。即

$$|a-b|\geqslant|a|-|b| \tag{1.3}$$

证　由于 $|a|=|(a-b)+b|\leqslant|a-b|+|b|$，移项可得不等式（1.3）。

（3）乘积的绝对值等于绝对值的乘积。即

$$|ab|=|a||b| \tag{1.4}$$

一般地

$$|a_1a_2\cdots\cdots a_n|=|a_1||a_2|\cdots\cdots|a_n| \tag{1.5}$$

（4）商的绝对值等于绝对值的商。即

$$\left|\frac{a}{b}\right|=\frac{|a|}{|b|} \quad (b\neq 0) \tag{1.6}$$

性质（3）和（4）的证明留给读者完成。

（二）集合、实数集

1. 集合的概念

一些确定的、彼此可区分的对象作为一个整体，称为**集合**，简称为**集**。组成集合的每个对象称为这个集合的**元素**。如果集合中的元素都为实数，则称该集合为**实数集**；如果元素都为点，则称集合为**点集**。

集合通常用大写字母（如 A，B，C）表示，元素用小写字母（如a，b，c）表示。如果元素a是集合A中的元素，则称元素a属于集合A，记为$a\in A$；元素a不属于A，记为$a\overline{\in} A$。

对于任何a，$a\in A$与$a\overline{\in} A$，二者必居其一。

注意："受欢迎的电影的全体"，"很大的数的全体"，"π的近似值的全体"等等都不是我们意义下的集合。因为什么是"受欢迎的电影"，什么是"很大的数"，什么是"π的近似值"，都没有明确的判别标准。

集合中的元素彼此不能相同。比如，二次方程$(x-1)^2=0$的根是两个，尽管它们相重；但由这方程所有的根组成的集合却只