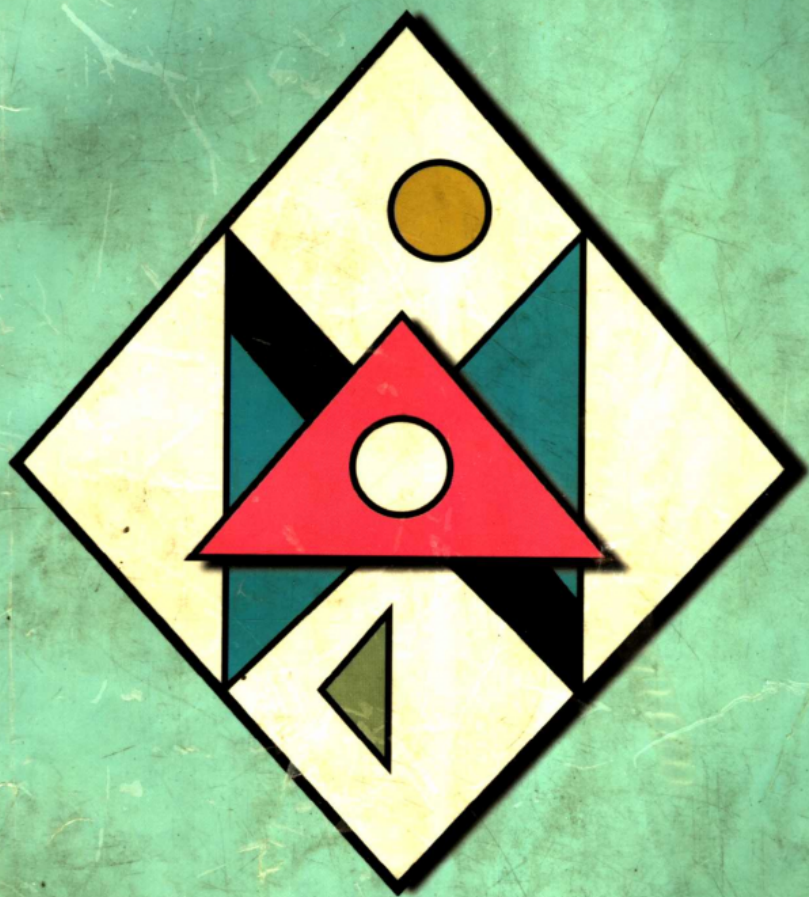


小学数学解题技巧

胡德忠 阮菊琴 编著



東方出版中心

小学数学解题技巧

胡德忠 阮菊琴 编著

东方出版中心

说 明

经中央机构编制委员会办公室和中华人民共和国新闻出版署批准,原中国大百科全书出版社上海分社、知识出版社(沪),自1996年1月1日起,更名为东方出版中心。

小学数学解题技巧

胡德忠 阮菊琴 编著

出版: 东方出版中心
(上海仙霞路335号 邮编200336)
发行: 东方出版中心
经销: 新华书店上海发行所
印刷: 常熟新骅印刷厂

开本: 787×1092(毫米)1/32
印张: 13
字数: 270千字
版次: 1998年6月第1版第1次印刷
印数: 1—8,000

ISBN 7-80627-315-8/G·90

定价: 13.00元

编 者 的 话

编写本书的目的,是为了帮助小学四至六年级学生正确理解数学概念,切实提高运算能力,灵活掌握解题技巧,开拓发展想象能力。

编写本书的依据,是现行我国小学数学教学大纲及现行上海市小学数学教学课本。

本书共分概念题、计算题、方程题、应用题、几何题五大部分。每一部分都安排了较多的例题,并有详尽的说明。只要仔细钻研,一定能提高数学水平。

本书选题精要,由浅入深,大部分题目紧扣大纲及现行教材,小部分题目有一定难度,以满足不同层次学生的需求。

本书注重例题分析,注重一题多解,以有利开拓解题思路,提高解题能力。

愿本书成为同学们的好朋友。如果本书能为提高同学们的数学成绩带来帮助,能为同学们在各类数学竞赛中取得好成绩助上一臂之力,那将是编者最大的欣慰。

祝广大同学在数学学习中取得成功。

编者

1998年1月

目 录

一、概念题	1
(一) 数的知识	4
(二) 计量与形体知识	36
二、计算题	88
三、方程题	149
四、应用题	168
(一) 整数、分数问题应用题	169
(二) 归一问题应用题	201
(三) 平均数问题应用题	216
(四) 和倍、差倍问题应用题	227
(五) 行程问题应用题	239
(六) 工程问题应用题	281
(七) 分数、百分数问题应用题	301
五、几何题	345
习题答案	402

一、概 念 题

小学数学中,概念相当重要。正确理解、掌握好概念,有利于学好数学,也有利于发展思维。概念掌握得不好,要学好数学则成了一句空话。

小学数学中概念很多:有与整数、小数、分数有关的数的概念;有与加、减、乘、除有关的计算的概念;有与长度单位、面积单位、体积单位有关的计量单位的概念;有与长方形、正方形、平行四边形、三角形、梯形、圆、扇形、长方体、正方体、圆柱、圆锥有关的几何形体的概念;有与约数、倍数、质数、合数等有关的数的整除的概念;还有与比和百分比有关的概念。

尽管概念如此多,但只要我们认真学,肯定能学好。

为了能正确、迅速做填空题、判断题、选择题,除了明确概念外,还需掌握一定的方法。现介绍几种解题方法供参考。

1. 用图表法解题

通过画图或列表进行解题,既直观又正确。

例1 在一条直线上有三点,那么这条直线上有_____条线段,_____条射线。

先画一条直线,再在直线上取 A 、 B 、 C 三点:

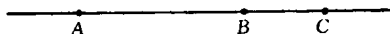


图 1-1

从图 1-1 中可以看出:线段有 AB 、 AC 、 BC 三条,射线有

从 A、B、C 三点各向左右引出两条射线,一共有六条射线。因此此题应有三条线段,六条射线。

例 2 张师傅原计划每天生产 40 个零件,15 天完成。实际每天比原计划多生产 10 个零件,实际 12 天完成。

先列表如下:

	工作总量	工作效率	工作时间
原计划		40 个	15 天
实 际		比原计划多生产 10 个	? 天

从表中可以看出:要求实际工作天数,必须知道工作总量和工作效率,工作总量是 $40 \times 15 = 600$ (个),工作效率是 $40 + 10 = 50$ (个),实际工作时间是 $600 \div 50 = 12$ (天)。

2. 用算法解题

通过列式计算,根据计算结果下结论。

例 3 $5.24 \div 0.01$ () 5.24×100

(A) > (B) < (C) = (D) 无法判断

先计算 $5.24 \div 0.01 = 524$,再计算 $5.24 \times 100 = 524$,结果相等,所以应该选择(C)。

例 4 把 5 克糖加入 100 克水中,糖和糖水的比是_____

通过计算 $5:(100+5) = 1:21$,因此糖和糖水的比是 1:21。

3. 用条件检查法解题

就是从给出的条件中检验有没有遗漏条件,然后再下结论。

例 5 判断“三角形的面积是平行四边形面积的一半”,“三角形是轴对称图形”,“所有圆的直径相等”,“两个面积相等的梯形一定能拼成一个平行四边形”是否正确?

经检查发现,这四句话都是错误的,因为分别缺少“等底等高”,“等腰三角形或等边三角形”,“在同圆或等圆中”,“形状相同”这些重要的条件。

4. 用设数法解题

根据已知条件,设数进行解题,使抽象的条件转化成具体的数量,进行解答。

例 6 一个三角形的底边扩大 5 倍,高也扩大 5 倍,那么它的面积 ()

- (A) 扩大 5 倍 (B) 扩大 10 倍
(C) 扩大 25 倍 (D) 不变

这道题可以通过设数进行选择。假设三角形的底是 4 厘米,高是 2 厘米,则原三角形的面积是 $4 \times 2 \div 2 = 4$ (平方厘米),底与高都扩大 5 倍后的三角形面积是 $(4 \times 5) \times (2 \times 5) \div 2 = 100$ (平方厘米),可见面积扩大了 25 倍。所以,本题应该选择 (C)。

例 7 一种冰箱先涨价 20%,后来又降价 20%,现在的价格与涨价前相比 ()

- (A) 贵了 20% (B) 便宜了 20%
(C) 便宜了 4% (D) 没有变化

这道题可以通过设数进行选择,假设冰箱的原价是 1200 元,涨价 20% 后的价格是 1440 元,又降价 20% 后是 1152 元,现价 1152 元与原价 1200 元相比,减少的百分数是 $(1200 - 1152) \div 1200 = 48 \div 1200 = 0.04 = 4\%$ 。所以,本题应该选择 (C)。

解概念题的思路很多,要在练习中不断摸索,归纳出更好的解题方法。

(一) 数的知识

例1 二十七亿八千零八万零八百写作_____,
改写成以“万”为单位的数写作_____,省略“亿”后面的
尾数约是_____

答案 2780080800; 278008.08 万; 28 亿

分析 多位数的写法可按“分级写,并起来”的方法。分级写是 27(亿),8008(万),0800(个),并起来就是 2780080800。改写成以“万”为单位的数,只要在万位后面点上小数点,并加上“万”,写成 278008.08 万。截取近似数的方法,通常用四舍五入法。由于千万位上的数是 8,要写成 28 亿。

例2 一个数由 5 个千,3 个十,8 个十分之一,2 个千分之一组成,这个数是 5030.802

答案 5030.802

分析 按数的组成分析,这是一个带小数。整数部分千位上是 5,十位上是 3,百位上、个位上都是 0,应写作 5030;小数部分十分位上是 8,千分位上是 2,百分位上是 0,应写作 0.802。合在一起,就是 5030.802。

例3 用三个“9”,两个“0”组成一个五位数。一个零也不读的数是_____;只读一个零的数是_____;
两个零都要读的数是_____

答案 99900; 99090、99009、90990、90099; 90909

分析 整数的读法是从高位到低位,一级一级地往下读。先读数字,再读计数单位;每一级中间只读一个零,末尾的零不读。根据整数的读法,一个零也不读的只能写 99900;只读

一个零的可写 99090、90990、99009、90099;两个零都要读的数是 90909。

例 4 $2.14242\cdots$ 是 _____ 小数,用简便方法记作 _____

答案 混循环小数; $2.1\dot{4}2$

分析 因为 $2.14242\cdots$ 是无限循环小数,所以只能在纯循环小数还是混循环小数之间考虑。 $2.14242\cdots$ 的循环节不是从小数部分的第一位开始的,应该是混循环小数。 $2.14242\cdots$ 的循环节是“42”,用简便记法应该记作 $2.1\dot{4}2$ 。

例 5 把 $5.\dot{4}07$ 、 $5.40\dot{7}$ 、 $5.4\dot{0}7$ 、 5.407 ,从小到大排列起来,并用“<”号连接各数。

答案 $5.407 < 5.\dot{4}07 < 5.4\dot{0}7 < 5.407$

分析 这四个小数的个位、十分位、百分位、千分位上的数都相同,万分位上的数小的是 5.407 和 $5.4\dot{0}7$,经比较不难看出 $5.407 < 5.4\dot{0}7$ 。因为 $5.40\dot{7}$ 万分位上的数是 4, 5.407 万分位上的数是 7,所以 $5.40\dot{7} < 5.407$ 。故从小到大排列的顺序应该是 $5.407 < 5.\dot{4}07 < 5.4\dot{0}7 < 5.407$ 。

例 6 一些三位小数,精确到百分位约等于 5.76,这些小数中,最大的是 _____,最小的是 _____

答案 5.764; 5.755

分析 用“四舍”方法约等于 5.76,取值范围:5.761 ~ 5.764;

用“五入”方法约等于 5.76,取值范围:5.755 ~ 5.759。

所以这些三位小数中最大的是 5.764,最小的是 5.755。

例7 一个数的小数点先向右移动两位,再向左移动一位,就比原数增加 62.1,原数是_____

答案 6.9

分析 一个数的小数点先向右移动两位,再向左移动一位,实质上等于这个数的小数点向右移动一位。小数点向右移动一位,比原数扩大 10 倍,但比原数增加 9 倍,也就是原数的 9 倍是 62.1,所以原数是 $62.1 \div 9 = 6.9$ 。

例8 一个数的小数点向左移动两位,比原数减少 3.663,原数是_____

答案 3.7

分析 一个数的小数点向左移动两位,即是原数的 0.01 倍,所得的数比原数减少 0.99 倍,也就是原数的 0.99 倍是 3.663,所以原数是 $3.663 \div 0.99 = 3.7$ 。

例9 在下面的○里填上“>”、“<”或“=”:

- ① $7.85 \times 0.99 \bigcirc 7.85$
- ② $103.95 \div 0.99 \bigcirc 103.95$
- ③ $28.33 \div 0.93 \bigcirc 28.33 \times 0.93$
- ④ $0.218 \times 1 \bigcirc 2.18 \div 10$
- ⑤ $50.53 \times 15.5 \bigcirc 50.53 \div 15.5$
- ⑥ $68 \times 0.1 \div 0.1 \bigcirc 68$

答案 ① < ② > ③ > ④ = ⑤ > ⑥ =

分析 ① 被乘数大于 0,乘数是纯小数,乘得的积小于被乘数。

② 被除数大于 0,除数是纯小数,除得的商大于被除数。

③ 左边的商大于被除数 28.33,右边的积小于被乘数 28.33,所以商大于积。

④ 左边 0.218×1 的积等于 0.218, 右边 $2.18 \div 10$ 的商等于 0.218, 所以积等于商。

⑤ 左边的积大于被乘数 50.53, 右边的商小于被除数 50.53, 所以积大于商。

⑥ $68 \times 0.1 \div 0.1$ 等于 68 先缩小 10 倍, 再扩大 10 倍, 其结果还是 68, 所以左边 = 右边。

例 10 甲、乙两数之和是 535.3, 甲数的小数点向右移动两位就等于乙数, 甲数是_____, 乙数是_____

答案 5.3; 530

分析 这道题是和倍问题。甲、乙两数之和是 535.3, 甲数的小数点向右移动两位就等于乙数, 这说明乙数等于甲数的 100 倍。甲数为 $535.3 \div (1 + 100) = 5.3$, 乙数为 $5.3 \times 100 = 530$ 。

和倍问题用方程求解也是相当容易的。设甲数为 x , 则乙数为 $100x$, 于是

$$x + 100x = 535.3, \quad x = 5.3,$$

$$100x = 100 \times 5.3 = 530。$$

例 11 A 、 B 两数之差是 83.7, A 数的小数点向左移动一位就等于 B 数, A 数是_____, B 数是_____

答案 93; 9.3

分析 这道题是差倍问题, A 、 B 两数的差是 83.7, A 数的小数点向左移动一位就等于 B 数, 这说明 A 数等于 B 数的 10 倍。 B 数为 $83.7 \div (10 - 1) = 9.3$, A 数为 $9.3 \times 10 = 93$ 。

差倍问题用方程求解也是相当容易的。设 B 数为 x , 则 A 数为 $10x$ 。

$$10x - x = 83.7, \quad x = 9.3, \quad 10x = 10 \times 9.3 = 93。$$

例 12 如果 $a \div 2.85 = b \times 2.85 = c \div 1$ (a 、 b 、 c 都大于 0), 比较 a 、 b 、 c 的大小, 最大的数是 _____, 最小的数是 _____

答案 a ; b

分析 由于 $c \div 1 = c$, 原式变为 $a \div 2.85 = b \times 2.85 = c$, 可看作 $a \div 2.85 = c$, $b \times 2.85 = c$ 。先看 $a \div 2.85 = c$, 因为 a 、 c 都大于 0, 一个大于 0 的数除以带小数, 商小于被除数, 可知 $a > c$; 再看 $b \times 2.85 = c$, 因为 b 、 c 都大于 0, 一个大于 0 的数乘以带小数, 积大于被乘数, 可知 $b < c$ 。所以最大的数是 a , 最小的数是 b 。

例 13 在横线上填上适当的单位名称:

- ① 小红身高 154 _____
- ② 轿车每小时行驶 60 _____
- ③ 一只鸡蛋重 50 _____
- ④ 一件羊毛衫价格为 80 _____
- ⑤ 一头猪重 115 _____
- ⑥ 一节课的时间是 40 _____
- ⑦ 爸爸一天工作 8 _____
- ⑧ 房间面积约是 16 _____
- ⑨ 一小瓶紫药水是 40 _____

答案 ① 厘米 ② 千米 ③ 克 ④ 元 ⑤ 千克
⑥ 分钟 ⑦ 小时 ⑧ 平方米 ⑨ 毫升

分析 解题时首先应考虑是填长度单位、面积单位、体积单位、容量单位、时间单位、重量单位, 还是货币单位。

① 应填长度单位。长度单位有千米、米、分米、厘米、毫米。从实际考虑, 小红身高为 154 厘米, 所以应选填的长度单

位是“厘米”。

② 应填长度单位。根据实际情况,轿车的时速是以千米为单位的,所以选填的长度单位是“千米”。

③ 应填重量单位。重量单位有吨、千克、克。一只鸡蛋的重量一般约在 40 ~ 70 克之间,所以选填的重量单位是“克”。

④ 应填货币单位。货币单位有元、角、分。一件羊毛衫的价格一般从几十元到几百元,所以选填的货币单位是“元”。

⑤ 应填重量单位。重量单位有吨、千克、克。一头大猪的重量一般约 100 ~ 180 千克之间,所以应选填的重量单位是“千克”。

⑥ 应填时间单位。时间单位有年、月、日、小时、分、秒。根据实际情况,每节课的时间是 40 分钟或 45 分钟,所以应选填的时间单位是“分钟”。

⑦ 应填时间单位。一个人一天的工作时间一般在 8 小时左右,所以应选填的时间单位是“小时”。

⑧ 应填面积单位。面积单位有平方千米、平方米、平方分米、平方厘米、平方毫米。测量房间面积应以平方米作单位,所以应选填的面积单位是“平方米”。

⑨ 应填容量单位。容量单位有升和毫升。按实际情况,每小瓶紫药水的容量在 40 毫升左右,所以应选填的容量单位是“毫升”。

例 14 能同时被 3、5 整除的最小三位数是_____

答案 105

分析 ① 这题正确答案必须符合下列条件:能被 3 整除,能被 5 整除,是三位数,但必须是最小的。解题时先依次

写出能被 3、5 整除的倍数,有 15、30、45、60、75、90、105、120……根据题意应该挑选 105。

② 能被 5 整除的数,个位上必定是 0 或 5,能同时被 3、5 整除的最小三位数,百位上必定是 1。这时只要考虑能被 3 整除即可。当个位取 0 时,这个能同时被 3、5 整除的最小三位数应该是 120;当个位取 5 时,这时能同时被 3、5 整除的最小三位数应该是 105。经比较能同时被 3、5 整除的最小三位数是 105。

例 15 三个连续偶数的和比其中最大的一个偶数大 46,这三个偶数分别是_____、_____和_____

答案 22、24、26

分析 ① 连续偶数的特点是每两个相邻的偶数的差是 2,也就是后一个偶数比前一个偶数大 2。三个连续偶数的和比其中最大的一个偶数大 46,46 一定是前两个连续偶数的和,前两个偶数是 22 和 24,最大的偶数是 26。这三个连续偶数是 22、24 和 26。

② 每两个相邻的偶数的差为 2,利用这个特点也可以用方程来求三个连续偶数各是多少。

解 设最小的一个偶数为 x ,则中间的一个偶数为 $(x + 2)$,最大的一个偶数为 $(x + 4)$ 。则

$$x + (x + 2) + (x + 4) - (x + 4) = 46$$

$$2x + 2 = 46$$

$$2x = 46 - 2$$

$$\therefore x = 22$$

$$x + 2 = 22 + 2 = 24$$

$$x + 4 = 22 + 4 = 26$$

例 16 ① 七个连续奇数的和是 581, 这七个连续奇数分别是 _____、_____、_____、_____、_____、_____和 _____

② 六个连续偶数的和是 246, 这六个连续偶数分别是 _____、_____、_____、_____、_____和 _____

答案 ① 77, 79, 81, 83, 85, 87, 89 ② 36, 38, 40, 42, 44, 46

分析 根据连续奇数(偶数)的特征, 相邻两数差为 2, 由已知的和, 求出中间数, 即 $581 \div 7 = 83$, 这七个连续奇数是 77、79、81、83、85、87、89。

$246 \div 6 = 41$, 41 应该比第三个偶数大 1, 而比第四个偶数小 1, 所以这六个连续偶数是 36、38、40、42、44、46。

例 17 54 的约数有 _____

答案 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54

分析 按数的整除特征, 采用“从两头往中间一一对找”的方法, 依次用 1 除 54, 2 除 54, 3 除 54, 6 除 54, 分别得商为 54、27、18、9。所以 54 的约数有 1、2、3、6、9、18、27、54。

例 18 $a = 2 \times 2 \times 3 \times 5$, $b = 2 \times 3 \times 3 \times 7$ 。a、b 两数的最大公约数是 _____, 最小公倍数是 _____

答案 6; 1260

分析 ① 因为 $a = 2 \times 2 \times 3 \times 5$, $b = 2 \times 3 \times 3 \times 7$, a、b 的最大公约数里必须包含全部公有的质因数。观察 a 和 b 的质因数, 可以看出 2、3 是 a 和 b 的全部公有的质因数, 所以 a、b 的最大公约数是 $2 \times 3 = 6$ 。两个数的最小公倍数必须包括它们全部的公有质因数和各自独有的质因数。a 和 b 的公有质因数有 2 和 3, 独有质因数有 2、5、3、7, 所以 a、b 两数的最小公倍数是 $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 1260$ 。

② 先将 a 、 b 两数求出来： $a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$ ， $b = 2 \times 3 \times 3 \times 7 = 126$ 。再用短除法求出 60 和 126 的最大公约数和最小公倍数。不过，这样做显得麻烦。

例 19 a 、 b 、 c 都是自然数，如果 $a \div b = c$ ，那么 a 、 b 的最大公约数是_____， a 、 b 的最小公倍数是_____， a 、 b 、 c 的最小公倍数是_____

答案 b ； a ； a

分析 甲数能被乙数整除，甲数就是乙数的倍数，乙数就是甲数的约数，甲、乙两数的最大公约数是乙，最小公倍数是甲。因为 $a \div b = c$ ， a 、 b 、 c 都是自然数，所以 a 、 b 的最大公约数是 b ，最小公倍数是 a 。根据被除数、除数、商的关系，由 $a \div b = c$ ，得 $a \div c = b$ 。可知 a 即是 b 的倍数，也是 c 的倍数， a 又是 a 的最小倍数，所以 a 、 b 、 c 的最小公倍数是 a 。也可以举实例试一下，如： $6 \div 3 = 2$ （6 代表 a ，3 代表 b ，2 代表 c ）。6、3 的最大公约数是 3，6、3 的最小公倍数是 6，6、3、2 的最小公倍数是 6。

例 20 24 和 36 的最大公约数是_____，最小公倍数是_____，24 和 36 的最大公约数与最小公倍数相乘的积是_____，24 和 36 相乘的积是_____

答案 12； 72； 864； 864

分析 用短除法，求得 24 和 36 的最大公约数是 12，最小公倍数是 72。用乘法求得 24 和 36 的最大公约数 12 与最小公倍数 72 的积是 864，24 和 36 的积是 864。

注意 两个自然数的最大公约数与最小公倍数相乘的积一定等于这两个自然数相乘的积。利用这一知识，也能对求得的两个自然数的最大公约数和最小公倍数是否正确加以验算。