# 中学

# 数理化

## 必备手册

Zhongxue ShuLiHua BiBei Shouce

上海辞书出版社

# 中学
# 数理化
# 必备手册

● 上海辞书出版社

(沪)新登字 110 号

中学数理化必备手册

上海辞书出版社出版
(上海陕西北路 457 号　邮政编码 200040)
上海辞书出版社发行所发行　上海市印刷十二厂印刷
开本 787×1092 1/32 印张 5.75 插页 1 字数 207000
1995 年 11 月第 1 版　1998 年 2 月第 3 次印刷
印数 45001－55000
ISBN 7-5326-0367-9/G・133
定价：6.90 元

**撰 稿 人：** 唐尚斌　邱家豹　陈基福
**插　　图：** 严智敏

**责任编辑：** 陈为众　王锡恩
**装帧设计：** 何香生

# 前　言

数学、物理、化学是基础科学，也是中学阶段的三门主要课程。在学习的过程中，学生们会遇到众多的公式、定律、定理、算法等。要学好数理化，不仅要牢记这些公式、定律、定理的内容，而且要记住它们的适用范围和运用条件。为了帮助读者熟记这些内容，我们编写了这本《中学数理化必备手册》。本手册以中学数理化教学大纲和现行教材为基础，选出中学数理化的常用公式、定律、定理、算法、解法、图像、化学反应式等汇集而成。我们希望本手册能对读者在系统地掌握中学数理化的知识方面有所帮助，同时也相信它能成为广大中学生复习迎考的必备工具书。常备一册，随时翻阅，必有所获。

书中如有疏漏不当之处，敬请广大读者不吝指正为感。

编写者

1994年12月

# 目　　录

## 数　　学


**代数**

一、数……………………… 1
二、代数式………………… 3
三、方程…………………… 5
四、不等式………………… 7
五、指数和对数……………10
六、函数……………………11
七、数列……………………13
八、排列和组合……………14
九、二项式定理和数学
　　归纳法…………………15
十、概率……………………15

**平面几何**

一、平行线…………………17
二、三角形…………………17
三、四边形…………………20
四、多边形…………………21
五、圆………………………22
六、基本轨迹与作图………24

**三角**

一、三角函数………………25
二、加法定理………………28
三、反三角函数……………30
四、三角方程与三角不
　　等式……………………32
五、解三角形………………33

**立体几何**

一、直线与平面……………37
二、多面体…………………43
三、旋转体…………………45
四、正多面体………………48

**平面解析几何**

一、坐标法…………………48
二、直线……………………50
三、圆锥曲线………………54


## 物　　理


**力学**

一、力　物体的平衡………55
二、运动学…………………57
三、运动定律………………60
四、曲线运动　万有引
　　力………………………62
五、机械能…………………65
六、动量　冲量……………67

七、机械振动与机械波……69

热学

一、分子运动论　热和功……71

二、固体的性质……73

三、液体的性质……74

四、气体的性质……75

五、物态变化……77

电磁学

一、静电场……78

二、稳恒电流……82

三、磁场……86

四、电磁感应……88

五、交流电……90

六、电磁振荡和电磁波……92

光学

一、几何光学……94

二、光的本性……97

原子物理学

一、原子结构……99

二、原子核……100

## 化　学

一、基本概念……103

二、基本理论……111

三、元素及其化合物……121

四、有机化学……141

五、化学计算……161

六、化学实验……163

# 数　学

## 代　数

### 一、数

#### 1. 数的系统表

- 复　数 $(a+bi)$
  - 实　数 $(b=0)$
    - 有　理　数（有限小数和无限循环小数）
      - 正有理数
        - 正整数（自然数）
        - 正分数
      - 零
      - 负有理数
        - 负整数
        - 负分数
    - 无　理　数（无限不循环小数）
      - 正无理数
      - 负无理数
  - 虚　数 $(b\neq 0)$
    - 纯虚数 $(a=0)$
    - 非纯虚数 $(a\neq 0)$

#### 2. 各数集的性质

| 名　称 | 正整数集 $N$ | 整数集 $J$（或 $Z$） | 有理数集 $R_0$ | 实数集 $R$ |
|---|---|---|---|---|
| 可实施的运算 | 加法、乘法 | 加法、减法、乘法 | 加法、减法、乘法、除法（除数不为 0） | 加法、减法、乘法、除法（除数不为 0），正实数可实施开方、对数运算 |
| 性　质 | 1)存在一个最小的数；2)有顺序性和间断性 | 有顺序性和间断性 | 有顺序性、稠密性和间断性 | 有顺序性、稠密性和连续性 |

#### 3. 复数

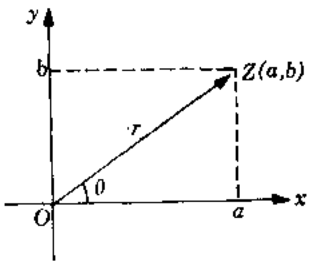
（1）虚数单位

$$i=\sqrt{-1},\ i^2=-1;\ i^{4n}=1,\ i^{4n+1}=i,\ i^{4n+2}=-1,\ i^{4n+3}=-i$$
$$(n\in J)。$$

(2) 复数的表示

1) 代数式：$z=a+bi$。

2) 几何表示：复数 $z=a+bi$ 与复平面上的点$Z(a, b)$ 一一对应，向量 $\overrightarrow{OZ}$ 的长度 $r$ 称为复数的模，记作 $r=|a+bi|=\sqrt{a^2+b^2}$；$x$轴正方向到 $\overrightarrow{OZ}$ 的角 $\theta$ 称为复数 $a+bi$ 的辐角(如图)。




3) 三角式：$a+bi=r(\cos\theta+i\sin\theta)$,其中 $\cos\theta=\frac{a}{r}, \sin\theta=\frac{b}{r}$。

4) 指数式：$a+bi=re^{i\theta}$。

(3) 复数的运算

1) 代数形式：$(a+bi)\pm(c+di)=(a\pm c)+(b\pm d)i$;

$$(a+bi)(c+di)=(ac-bd)+(bc+ad)i;$$

$$(a+bi)\div(c+di)=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i。$$

2) 三角形式：设 $z_1=r_1(\cos\theta_1+i\sin\theta_1)$, $z_2=r_2(\cos\theta_2+i\sin\theta_2)$,则

$$z_1\cdot z_2=r_1\cdot r_2[\cos(\theta_1+\theta_2)+i\sin(\theta_1+\theta_2)];$$

$$z_1\div z_2=\frac{r_1}{r_2}[\cos(\theta_1-\theta_2)+i\sin(\theta_1-\theta_2)];$$

$$z^n=r^n(\cos n\theta+i\sin n\theta)\ (n\in N);$$

$$\sqrt[n]{z}=\sqrt[n]{r}\left(\cos\frac{2k\pi+\theta}{n}+i\sin\frac{2k\pi+\theta}{n}\right)$$

$$(k=0, 1, 2,\cdots, n-1;\ n\in N)。$$

3) 指数形式：

$$z_1\cdot z_2=r_1\cdot r_2e^{i(\theta_1+\theta_2)};\qquad z_1\div z_2=\frac{r_1}{r_2}e^{i(\theta_1-\theta_2)};$$

$$z^n=r^ne^{in\theta};\ \sqrt[n]{z}=\sqrt[n]{r}\ e^{i\left(\frac{2k\pi+\theta}{n}\right)}(k=0,1,\cdots,n-1,n\in N)。$$

4) 共轭复数

设 $\bar{z}$ 是复数 $z$ 的共轭复数,则

$$z\cdot\bar{z}=|z|,\ \ \overline{z_1\pm z_2}=\bar{z}_1\pm\bar{z}_2,\ \ \overline{z_1\cdot z_2}=\bar{z}_1\cdot\bar{z}_2,\ \ \overline{\left(\frac{z_1}{z_2}\right)}=\frac{\bar{z}_1}{\bar{z}_2}。$$

5）方程 $x^3-1=0$ 的三个根是 1、$\omega$、$\omega^2$，其中 $\omega=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$，

$$\omega^2=-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i,\ \omega^3=1,\ 1+\omega+\omega^2=0。$$

# 二、代 数 式

## 1. 代数式的分类

$$\text{代数式}\begin{cases}\text{有理式}\begin{cases}\text{整式}\\ \text{分式}\end{cases}\\ \text{无理式}\end{cases}$$

## 2. 整式

（1）乘法公式和因式分解公式

$$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab。$$

$$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2。$$

$$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3。$$

$$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca。$$

$$\begin{aligned}(a+b+c)^3=&a^3+b^3+c^3+3a^2b+3ab^2+3b^2c+3bc^2\\&+3a^2c+3ac^2+6abc。\end{aligned}$$

$$a^2-b^2=(a+b)(a-b)。$$

$$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)。$$

$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})$，$n$ 为正整数；

$a^n-b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+\cdots+ab^{n-2}-b^{n-1})$，$n$ 为偶数。

$a^n+b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+\cdots-ab^{n-2}+b^{n-1})$，$n$ 为奇数。

$$\begin{aligned}a^3+b^3+c^3-3abc&=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)\\&=\frac{1}{2}(a+b+c)[(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2]。\end{aligned}$$

$$a^4+a^2b^2+b^4=(a^2+ab+b^2)(a^2-ab+b^2)。$$

因式分解的结果与给定的数集有关，要在给定的数集上分解到不能分解为止。

（2）余数定理和因式定理

1）余数定理：如果 $f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n$，则以 $x-a$

除 $f(x)$，所得余数等于 $f(a)$。

2) 因式定理：多项式 $f(x)$含有因式 $x-a$ 的充分必要条件是 $f(a)=0$。

(3) 多项式恒等定理

要使在某个数集上以标准形式给出的两个多项式恒等，其充分必要条件是两边同类项的系数相等。

## 3. 分式

(1) 基本性质

$\frac{a}{b}=\frac{am}{bm}$，$\frac{a}{b}=\frac{a\div m}{b\div m}$ $(m\neq 0)$。

(2) 运算法则

加减法：$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{b}=\frac{a\pm c}{b}$，$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm bc}{bd}$。

乘法：$\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$。

除法：$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{ad}{bc}$。

乘方：$\left(\frac{a}{b}\right)^n=\frac{a^n}{b^n}$。

开方：$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$。

(3) 比例

已知 $a:b=c:d$ 或 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，则

$ad=bc$（外项积等于内项积）；

$\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$（反比定理）；

$\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$，$\frac{d}{b}=\frac{c}{a}$（更比定理）；

$\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$（合比定理）；

$\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$（分比定理）；

$\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$(合分比定理);

若$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots$,则 $\frac{a+c+e+\cdots}{b+d+f+\cdots}=\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=\cdots$(等比定理)。

**4. 根式**

(1) 算术根:正数的正方根。零的算术根仍为零。

$$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases}a\ (a\geqslant0),\\-a(a<0)。\end{cases}$$

(2) 根式的性质

$\sqrt[np]{a^{mp}}=\sqrt[n]{a^m}\quad(a\geqslant0,\ p\in N,\ 且\ n>1)$。

$\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}\quad(a\geqslant0,\ b\geqslant0)$。

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}(a\geqslant0,\ b\geqslant0)$。

$(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}\quad(a\geqslant0)$。

$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}\quad(a\geqslant0)$。

## 三、方　　程

**1. 方程的分类**

$$方程\begin{cases}代数方程\begin{cases}有理方程\begin{cases}整式方程\\分式方程\end{cases}\\根式方程\end{cases}\\超越方程(指数、对数方程,三角方程等)\end{cases}$$

**2. 一元一次方程$ax=b$**

当 $a\neq0$ 时,方程有唯一解 $x=\frac{b}{a}$; 当 $a=0$, $b=0$ 时, 方程有无穷多解;当$a=0$, $b\neq0$ 时,方程无解。

**3. 一元二次方程 $ax^2+bx+c=0$**

求根公式: $x_{1,2}=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, 判别式 $\Delta=b^2-4ac$,

当 $\Delta>0$ 时,方程有两个不相等的实根;

当 $\Delta=0$ 时,方程有两个相等的实根;

当 $\Delta<0$ 时，方程没有实根，有两个共轭虚根。

根与系数的关系（韦达定理）：$x_1+x_2=-\frac{b}{a}$，$x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}$。

## 4. 高次方程

设一元 $n$ 次方程 $a_0x^n+a_1x^{n-1}+\cdots+a_{n-1}x+a_n=0$ $(a_0\neq0,\ n>2)$

(1) 代数基本定理：在复数集内，一元 $n$ 次方程至少有一个根。由此推知，一元 $n$ 次方程有且仅有 $n$ 个根。

(2) 根与系数的关系

在复数集内，设 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为方程的 $n$ 个根，则

$$x_1+x_2+\cdots+x_n=-\frac{a_1}{a_0},$$

$$x_1x_2+x_1x_3+\cdots+x_1x_n+x_2x_3+\cdots+x_2x_n+\cdots+x_{n-1}x_n=\frac{a_2}{a_0},$$

…………

$$x_1\cdot x_2\cdot\cdots\cdot x_n=(-1)^n\frac{a_n}{a_0}。$$

实系数方程虚根成对，若 $a+bi$ 为方程的根，则 $a-bi$ 也是方程的根。

有理系数方程无理根成对，若 $a+b\sqrt{c}$ 为方程的根，则 $a-b\sqrt{c}$ 也是方程的根。

整系数方程若有既约分数根 $\frac{p}{q}$，则 $p$ 为 $a_n$ 的约数，$q$ 为 $a_0$ 的约数。特别，当 $a_0=1$ 时，上述一元 $n$ 次方程的有理根必为整数。

## 5. 线性方程组

(1) 二元一次方程组

设 $\begin{cases}a_1x+b_1y=c_1,\\a_2x+b_2y=c_2,\end{cases}$ $a_1,a_2,b_1,b_2$ 不全为零。

方程组的解为 $x=\frac{D_x}{D}$，$y=\frac{D_y}{D}$；

其中 $D=\begin{vmatrix}a_1 & b_1\\a_2 & b_2\end{vmatrix}=a_1b_2-a_2b_1$，$D_x=\begin{vmatrix}c_1 & b_1\\c_2 & b_2\end{vmatrix}=c_1b_2-c_2b_1$，

$$D_y=\begin{vmatrix}a_1 & c_1\\a_2 & c_2\end{vmatrix}=a_1c_2-a_2c_1。$$

当 $D\neq0$ 时，方程组有唯一解；当 $D=0$，而 $D_x\neq0$ 或 $D_y\neq0$ 时，方程

组无解；当 $D=D_x=D_y=0$ 时，方程组有无穷组解。

(2) 三元一次方程组

$$\begin{cases}a_1x+b_1y+c_1z=d_1,\\a_2x+b_2y+c_2z=d_2,\\a_3x+b_3y+c_3z=d_3.\end{cases}$$

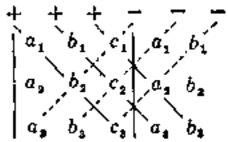
若 $D=\begin{vmatrix}a_1&b_1&c_1\\a_2&b_2&c_2\\a_3&b_3&c_3\end{vmatrix}$，$D_x=\begin{vmatrix}d_1&b_1&c_1\\d_2&b_2&c_2\\d_3&b_3&c_3\end{vmatrix}$，$D_y=\begin{vmatrix}a_1&d_1&c_1\\a_2&d_2&c_2\\a_3&d_3&c_3\end{vmatrix}$，

$$D_z=\begin{vmatrix}a_1&b_1&d_1\\a_2&b_2&d_2\\a_3&b_3&d_3\end{vmatrix},$$

当 $D\neq0$ 时，方程组有唯一解：$x=\dfrac{D_x}{D}$，$y=\dfrac{D_y}{D}$，$z=\dfrac{D_z}{D}$。

(3) 三阶行列式的计算

$$\begin{vmatrix}a_1&b_1&c_1\\a_2&b_2&c_2\\a_3&b_3&c_3\end{vmatrix}=a_1b_2c_3+b_1c_2a_3+c_1a_2b_3-c_1b_2a_3-a_1c_2b_3-b_1a_2c_3.$$




行列式的值，等于各实线元素乘积之和减去各虚线元素乘积之和。

# 四、不 等 式

## 1. 不等式的性质

(1) $a>b\Longleftrightarrow b<a$（对称性）；

(2) $a>b, b>c\Longrightarrow a>c$（传递性）；

(3) $a>b\Longleftrightarrow a+c>b+c$；

(4) $a>b$，$c>d\Longrightarrow a+c>b+d$；

(5) $a>b$，$c<d\Longrightarrow a-c>b-d$；

(6) $a>b$，$c>0\Longrightarrow ac>bc$；$a>b$，$c<0\Longrightarrow ac<bc$；

(7) $a>b>0$，$c>d>0\Longrightarrow ac>bd$；

(8) $a>b$，$ab>0\Longrightarrow\dfrac{1}{a}<\dfrac{1}{b}$；

(9) $a>b>0,\ d>c\Longrightarrow\frac{a}{c}>\frac{b}{d}$;

(10) $a>b>0\Longrightarrow a^n>b^n,\ \sqrt[n]{a}>\sqrt[n]{b}$($n$ 为大于 1 的整数)。

## 2. 基本不等式和重要不等式

(1) $a^2\geqslant 0$ ($a\in R$，当且仅当 $a=0$ 时等号成立);

(2) $a^2+b^2\geqslant 2ab$ ($a$、$b\in R$，当且仅当 $a=b$ 时等号成立);

(3) $\frac{a+b}{2}\geqslant\sqrt{ab}$ ($a$、$b\in R^+$，当且仅当 $a=b$ 时等号成立);

(4) $\frac{b}{a}+\frac{a}{b}\geqslant 2$ ($a$、$b\in R$，且 $a$、$b$ 同号，当且仅当 $a=b$ 时等号成立);

(5) $\frac{1}{n}(a_1+a_2+\cdots+a_n)\geqslant\sqrt[n]{a_1a_2\cdots a_n}$ ($a_i>0$，当且仅当 $a_1=a_2=\cdots=a_n$ 时等号成立);

(6) $|a|+|b|\geqslant|a+b|\geqslant|a|-|b|$,

$|a|+|b|\geqslant|a-b|\geqslant|a|-|b|$,

$|a|+|b|+\cdots+|c|\geqslant|a+b+\cdots+c|$;

(7) $\left(\frac{a_1+a_2+\cdots+a_n}{n}\right)^2\leqslant\frac{a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2}{n}$ ($a_i\in R$，当且仅当 $a_1=a_2=\cdots=a_n$ 时等号成立);

(8) $|a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n|\leqslant\sqrt{a_1^2+a_2^2+\cdots+a_n^2}\cdot\sqrt{b_1^2+b_2^2+\cdots+b_n^2}$

($a_i$、$b_i\in R$，当且仅当 $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\cdots=\frac{a_n}{b_n}$ 时等号成立)。

## 3. 解不等式

(1) 一元一次不等式

| | $ax>b$ 的解 | $ax<b$ 的解 |
|---|---|---|
| $a>0$ | $x>\frac{b}{a}$ | $x<\frac{b}{a}$ |
| $a<0$ | $x<\frac{b}{a}$ | $x>\frac{b}{a}$ |
| $a=0$ | $b<0$ 时，解为任何实数<br>$b\geqslant 0$ 时，无解 | $b\leqslant 0$ 时，无解<br>$b>0$ 时，解为任何实数 |

(2) 一元二次不等式

| $a\neq0$ | $ax^2+bx+c>0$ 的解 | | $ax^2+bx+c<0$ 的解 | |
|---|---|---|---|---|
| $a$ 的符号 | $a>0$ | $a<0$ | $a>0$ | $a<0$ |
| $\Delta>0$<br>(两根 $x_1>x_2$) | $x>x_1$<br>$x<x_2$ | $x_2<x<x_1$ | $x_2<x<x_1$ | $x>x_1$<br>$x<x_2$ |
| $\Delta=0$ | 除 $x=-\dfrac{b}{2a}$ 以外的一切实数 | 无解 | 无解 | 除 $x=-\dfrac{b}{2a}$ 以外的一切实数 |
| $\Delta<0$ | 一切实数 | 无解 | 无解 | 一切实数 |

(3) 二元一次不等式

设直线 $l$: $Ax+By+C=0$

| | | $Ax+By+C>0$ 的解 | $Ax+By+C<0$ 的解 |
|---|---|---|---|
| 以 $y$ 解 | $B>0$ | $y>-\dfrac{A}{B}x-\dfrac{C}{B}$,<br>解对应 $l$ 的上半平面 | $y<-\dfrac{A}{B}x-\dfrac{C}{B}$,<br>解对应 $l$ 的下半平面 |
| | $B<0$ | $y<-\dfrac{A}{B}x-\dfrac{C}{B}$,<br>解对应 $l$ 的下半平面 | $y>-\dfrac{A}{B}x-\dfrac{C}{B}$,<br>解对应 $l$ 的上半平面 |
| 以 $x$ 解 | $A>0$ | $x>-\dfrac{B}{A}y-\dfrac{C}{A}$,<br>解对应 $l$ 的右半平面 | $x<-\dfrac{B}{A}y-\dfrac{C}{A}$,<br>解对应 $l$ 的左半平面 |
| | $A<0$ | $x<-\dfrac{B}{A}y-\dfrac{C}{A}$,<br>解对应 $l$ 的左半平面 | $x>-\dfrac{B}{A}y-\dfrac{C}{A}$,<br>解对应 $l$ 的右半平面 |

(4) 绝对值不等式

1) 若 $|f(x)|>a$ $(a>0)$,则 $f(x)>a$ 或 $f(x)<-a$。

2) 若 $|f(x)|<a$ $(a>0)$,则 $-a<f(x)<a$。

(5) 不等式组

先分别求出不等式组里各不等式的解集,再求它们的交集。

# 五、指数和对数

## 1. 指数

(1) 定义

$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot\cdots\cdot a}_{n\text{个}}$; $a^0=1\ (a\neq 0)$; $a^{-n}=\frac{1}{a^n}(a\neq 0)$;

$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}\quad(a\geqslant 0)$; $a^{-\frac{m}{n}}=\frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}\quad(a>0)$; $m$、$n$ 均为正整数。

(2) 运算法则

1) $a^m\cdot a^n=a^{m+n}$;　　2) $a^m\div a^n=a^{m-n}$;

3) $(ab)^m=a^m\cdot b^m$;　　4) $(a^m)^n=a^{mn}$;

其中 $a>0$, $b>0$, $m$、$n$ 为任意实数。

## 2. 对数

(1) 定义

若 $a^b=N\ (a>0,\ a\neq 1)$,则 $b$ 称为以 $a$ 为底$N$的对数，记作 $\log_a N=b$。以 10 为底的对数称为常用对数，记作 $\lg N$。以无理数 $e(e=2.71828\cdots)$为底的对数称为自然对数,记作 $\ln N$。

(2) 性质

1) $a^{\log_a N}=N$;　　2) $\log_a a^b=b$;

3) $\log_a 1=0$;　　4) $\log_a a=1$。

(3) 运算法则

1) $\log_a(N_1\cdot N_2)=\log_a N_1+\log_a N_2$;

2) $\log_a\frac{N_1}{N_2}=\log_a N_1-\log_a N_2$;

3) $\log_a N^n=n\log_a N$;

4) $\log_a\sqrt[n]{N}=\frac{1}{n}\log_a N$ ($n$ 为大于 1 的整数)。

(4) 换底公式

$$\log_a N=\frac{\log_b N}{\log_b a}$$