



竞赛培优

诠释课标理念 破解竞赛奥秘

小学数学竞赛培**优**教程

顾问 周春荔

主编 赵小云

五年级



浙江大學出版社

XIAOXUE SHUXUE JINGSAI PEIYOU JIAOCHENG



- * 小学数学竞赛培优教程 (一年级)
- * 小学数学竞赛培优教程 (二年级)
- * 小学数学竞赛培优教程 (三年级)
- * 小学数学竞赛培优教程 (四年级)
- * 小学数学竞赛培优教程 (五年级)
- * 小学数学竞赛培优教程 (六年级)

ISBN 7-308-03749-5



9 787308 037495 >

ISBN 7-308-03749-5/G · 723

定价: 15.00 元

小学数学竞赛培优教程

(五年级)

顾问	周春荔		
主编	赵小云		
编委	赵小云	周良	阮雪峰
	金士芳	寿多涓	李光磊

浙江大學出版社

图书在版编目(CIP)数据

小学数学竞赛培优教程. 五年级 / 赵小云主编. —杭州: 浙江大学出版社, 2004. 7
ISBN 7-308-03749-5

I. 小... II. 赵... III. 数学课—小学—教学参考资料 N.G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2004)第 065983 号

出版发行 浙江大学出版社
(杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027)
(E-mail: zupress@mail.hz.zj.cn)
(网址: <http://www.zjupress.com>)

责任编辑 刘君霞 杨晓鸣
排 版 浙江大学出版社电脑排版中心
印 刷 富阳市育才印刷有限公司
开 本 787mm×960mm 1/16
印 张 12.5
字 数 250 千字
版 印 次 2004 年 8 月第 1 版 2006 年 2 月第 3 次印刷
印 数 15001—19000
书 号 ISBN 7-308-03749-5/G·723
定 价 15.00 元

编写说明

数学竞赛不仅仅是对学生知识掌握的考核,更多的是考查学生思维能力和逻辑推理能力,培养学生学习数学的兴趣,激发学生的学习热情。这种能力、兴趣和热情对学生来说是终身受益的。数学竞赛普及化、大众化的目的就在于此。

目前,全国各地正在积极开展各个层次的小学数学竞赛,参加的人数与日俱增。对于辅导教师和参赛学生来说,最为迫切的是拥有一本好的教材。浙江大学出版社对此尤为关注,并力求有所作为,编写一套精练而实用的小学数学奥林匹克竞赛教材。我们期待,通过学习此教材,培养一批数学苗子。为此,浙江大学出版社聘请全国小学数学华罗庚金杯赛组委会主任周春荔担纲,组织全国各地小学数学竞赛辅导的著名教练共同编写了《小学数学竞赛培优教程》丛书(一~六册)。

丛书按小学数学竞赛的要求构建知识体系,与课程学习同步配套,按年级成册。其中,一、二年级按新课程标准编写,其余各册逐步按新课程标准教材修改。

丛书各章节由“赛点要求”、“思路点拨”、“赛题精析”和“赛题训练”组成。其中赛题精析下设分析、解题过程、点金术等栏目。例题的设计力求具有新颖性、典型性、指导性,对典型例题的分析、讲解尽可能新视角化,对新颖例题的分析、讲解尽量多视角化;训练习题的选择既少而精,又覆盖面广,力求使学生通过最少的训练达到最佳的效果,力戒题海战术和机械性的重复训练。

编者

2004年7月西子湖畔

目 录

五年级(上册)

第1讲	巧填数字和符号	(1)
第2讲	三角形的等积变换	(8)
第3讲	平面图形的面积计算	(13)
第4讲	平面图形的剪拼	(18)
第5讲	格点与面积	(22)
第6讲	行程问题	(27)
第7讲	表解法与图解法解应用题	(31)
第8讲	列方程解应用题	(36)
第9讲	与平均数有关的应用题	(41)
第10讲	反其道而行之	(45)
第11讲	列举与筛选	(49)
第12讲	合理安排	(53)
第13讲	双人对弈	(57)
第14讲	计数	(61)
第15讲	逻辑推理	(66)
五年级(上册)奥林匹克竞赛模拟试题		
模拟试题一		(71)
模拟试题二		(73)
模拟试题三		(74)
模拟试题四		(76)
模拟试题五		(78)



五年级(下册)

第 16 讲	奇数与偶数(整数的奇偶性).....	(81)
第 17 讲	质数与合数.....	(86)
第 18 讲	数的整除问题.....	(90)
第 19 讲	余数问题(带余除法).....	(95)
第 20 讲	分数问题.....	(99)
第 21 讲	长方体、正方体的表面积与体积.....	(104)
第 22 讲	物体的切拼、染色.....	(109)
第 23 讲	空间想象	(115)
第 24 讲	整体考虑与分类讨论	(122)
第 25 讲	构造与对应	(128)
第 26 讲	简单的排列组合	(132)
第 27 讲	周期性问题	(136)
第 28 讲	“牛吃草”问题	(140)
第 29 讲	复杂的推理(一)	(144)
第 30 讲	复杂的推理(二)	(149)
五年级(下册)奥林匹克竞赛模拟试题		
	模拟试题一.....	(154)
	模拟试题二.....	(155)
	模拟试题三.....	(157)
	模拟试题四.....	(158)
	模拟试题五.....	(160)
	参考答案.....	(162)



五年级(上册)

第一讲 巧填数字和符号



【赛点要求】

1. 通过对添运算符号、虫食算、字谜等的学习,能注意找准解题突破口,选择正确方法进行解答.
2. 善于运用相应的方法分析算式的特征及其数量关系,并熟练掌握.



【思路点拨】

1. 基本概念及类型

(a) 本讲的内容主要指的是在某些算式或图形中,含有一些符号、文字、字母表示的待定数字;或是缺少待定的符号,要求出待定数字的值或添上合适的运算符号,使之符合题中要求.

(b) 一般包含三部分内容:添加运算符号、虫食算、字谜.

2. 常用方法及技巧

(a) 通过观察分析,不断调整,借助多次试验求解.

(b) 找准解题突破口,同时运用转化的方法进行解答.

3. 思维方法

观察分析,抓住关键,适时转化.



【赛题精析】

例 1 在下面算式等号左边的数字之间的适当位置,添上 $+$ 、 $-$ 、 $\times$ 、 $\div$ 四种运算符号各一次,使得等式成立.

$$1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 = 111$$

分析 如果不讲究方法,一味地采用随意试验与尝试,则非常麻烦,头绪繁杂.应抓住本题的解题突破口,采用凑数法.即先找一个与111接近的数,如 $11 \times 11 = 121$.这个数比111多10,这样原题就转化为能否用剩下的4个1凑出一个10的问题,这是很容易得出的.

解 $11 \times 11 - 11 + 1 \div 1 = 111.$

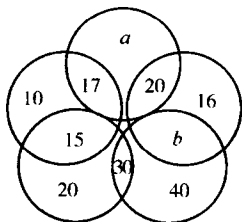


点金术 巧妙利用凑数法找到一个与结果比较近的数,再根据该数与结果的差对剩余的数进行调整.

例 2 下图的数字之间存在着某种关系,请按照这一关系求出数字 a 和 b .

分析 本题主要是找出这些圆中数字与数字之间的相互联系及规律,根据观察,我们不难发现有一类数是属于一个圆的,有一类数是属于两个圆的,根据此规律即可求出数字 a, b .

解 五个圆中的 10 个数可以分为两类,第一类是属于两个圆公有的,第二类只属于一个圆.可以看出,每个第一类数正好等于与它相关的两个圆中的第二类数的平均值.如 $30 = (20 + 40) \div 2$. 因此 $b = (40 + 16) \div 2 = 28$,由此根据 $(a + 16) \div 2 = 20$,可以求出 $a = 24$.



点金术 要积极寻探各数字间的相互联系与规律.

例 3 下面两张数表中的数的排列存在某种规律,你能找出规律,并根据这个规律把括号里的数填上吗?

(1) 2 6 7 11
 4 4 () 1
 3 5 5 6

(2) 2 3 1
 3 5 2
 4 () 3

分析 第(1)题要从行与行的关系上去观察分析,第(2)题则从列与列之间的关系入手,从中找出规律求得答案.

解 (1)从行与行的关系入手,经观察,不难发现第二行的数是第三行数的 2 倍减去第一行的数.如 $4 = 3 \times 2 - 2$, $4 = 5 \times 2 - 6$, 所以 $() = 5 \times 2 - 7$, 即 $() = 3$.

(2)从列与列的关系入手,经观察,我们可以发现第二列等于第一列与第三列数之和,如 $3 = 2 + 1$, $5 = 3 + 2$, 所以 $() = 4 + 3$, 即 $() = 7$.

所以,第(1)题 $() = 3$, 第(2)题 $() = 7$.

点金术 要多角度地对一些数列进行观察,从中找到规律.

例 4 在下面除法算式的空格内,各填上一个合适的数字,使算式成立:

$$\begin{array}{r}
 \square \square \square \overline{) \square \square \square \square \square \square} \\
 \underline{\square \square \square \square} \\
 \square \square \square \\
 \underline{\square \square \square} \\
 \square \square \square \square \\
 \underline{\square \square \square \square} \\
 0
 \end{array}$$

分析 根据除法和乘法的逆运算关系,在整除的条件下有下面的关系:被除数 = 商



数 $\times$ 除数. 因此如果能先填出商数与除数, 那么被除数就可以算出来了, 再利用竖式除法法则即可填出其余的空格. 所以, 商数和除数中的空格是解此题突破口.

解 设商数为 $\overline{a8b}$, 除数为 $\overline{xyz}$, 如下面的等式:

$$\begin{array}{r}
 \overline{a8b} \\
 \overline{xyz} \overline{) \square\square\square\square\square\square} \quad \text{..... 第一行} \\
 \underline{\square\square\square\square} \quad \text{..... 第二行} \\
 \square\square\square \quad \text{..... 第三行} \\
 \underline{\square\square\square} \quad \text{..... 第四行} \\
 \square\square\square\square \quad \text{..... 第五行} \\
 \underline{\square\square\square\square} \quad \text{..... 第六行} \\
 0
 \end{array}$$

根据竖式除法法则, 有下面的关系:

$$\overline{xyz} \times a = \square\square\square\square \quad (\text{第二行});$$

$$\overline{xyz} \times 8 = \square\square\square \quad (\text{第四行});$$

$$\overline{xyz} \times b = \square\square\square\square \quad (\text{第六行});$$

$$\text{由 } \overline{xyz} \times 8 = \square\square\square \text{ 可知 } x = 1;$$

$$\text{由 } \overline{xyz} \times a = \square\square\square\square \text{ 可知 } a > 8, \text{ 这样 } a \text{ 只能是 } 9;$$

同理, 可知 $b = 9$, 因此, 商数是 989.

由于 $x = 1$, 算式 $\overline{xyz} \times 8 = \square\square\square$ 变成 $1yz \times 8 = \square\square\square$, 由这个算式可知除法竖式中第四行 $\square\square\square$ 的最高位可能是 8 或 9. 但又知第三行减去第四行所得的差仍是三位数(即第五行), 所以第四行 $\square\square\square$ 的最高位只能是 8, 而第三行 $\square\square\square$ 的最高位是 9, 第五行的最高位是 1, 也就是说:

$$1yz \times 8 = 8\square\square,$$

$$1yz \times 9 = 1\square\square\square.$$

由这两个算式可以推得 $y = 1, z = 2$, 所以除数是 112.

由商数 989, 除数 112, 可以算得被除数是 $989 \times 112 = 110768$.

所以

$$\begin{array}{r}
 \overline{989} \\
 \overline{112} \overline{) 110768} \\
 \underline{11008} \\
 \square\square\square\square \\
 \underline{996} \\
 896 \\
 \underline{896} \\
 \square\square\square\square \\
 \underline{11008} \\
 0
 \end{array}$$

点金术 以选择商数和除数作为解题突破口, 并注意找出隐蔽的数量关系.

例 5 将 1~9 这九个数字分别填入下图的空格内, 使每一横行的三个数组成一个



三位数,并使第二、三行的三位数分别是第一行的三位数的二倍和三倍。

分析 先确定第一行的第一个空格的数,以此为突破口,结合题中已知条件逐一试验求解。

解 设每个空格的名称依次为 $a, b, c, d, e, f, g, h, i$, 如图:

a	b	c
d	e	f
g	h	i

因为第一行 $\overline{abc}$ 为最小,所以只有当 a 确定后,其他的空格才可确定,为此应从 a 填起。

由于 $\overline{def}, \overline{ghi}$ 分别是三位数 $\overline{abc}$ 的二倍和三倍,所以 a 只能是 1, 2, 3。

当 $a=1$ 时,由于 $\overline{def}$ 是 $\overline{abc}$ 的二倍,所以 f 是个偶数,也就是说, f 可能取 2, 4, 6, 8。

①当 $f=2$ 时,那么 $c=1, 6$,

若 $c=1$,则与 $a=1$ 重复,排除。

若 $c=6$,则 $i=8$,而 b 无值可取,排除。

②当 $f=4$,那么 $c=2, 7$,

若 $c=2$,则 $i=6, b=9, e=8, d=3, h=7, g=5$,找到一个解。

若 $c=7$,则 $i=1$ 与 $a=1$ 重复,排除。

③如果 $f=6$,那么 $c=3, 8$,

若 $c=3$,则 $i=9$,而 b 无值可取,排除。

若 $c=8$,则 $i=4$,而 b 无值可取,排除。

④如果 $f=8$,那么 $c=4, 9$,

若 $c=4$,则 $i=2$,而 b 无值可取,排除。

若 $c=9$,则 $i=7$,而 b 无值可取,排除。

同理,当 $a=2, a=3$ 时,可求得三个解,即:

(1) $a=2, b=7, c=3, d=5, e=4, f=6, g=8, h=1, i=9$;

(2) $a=2, b=1, c=9, d=4, e=3, f=8, g=6, h=5, i=7$;

(3) $a=3, b=2, c=7, d=6, e=5, f=4, g=9, h=8, i=1$;

所以



1	9	2
3	8	4
5	7	6

2	7	3
5	4	6
8	1	9

2	1	9
4	3	8
6	5	7

3	2	7
6	5	4
9	8	1

点金术 找到突破口,再结合已知条件逐一验证.

例 6 在下列式子中,不同的汉字代表 1~9 不同的数字,求出使该竖式成立的算式值.

$$\begin{array}{r}
 \text{学 数 学} \\
 \text{用 数 学} \\
 \text{学 好 数 学} \\
 + \text{用 好 数 学} \\
 \hline
 \end{array}$$

数 学 学 为 用

分析 先观察各位的运算,不难发现“用”是“学”的 4 倍,即是一个偶数,所以可以“用”为突破口,然后逐步推理,即可求出该竖式.

解 由个位加法知“用”是偶数,再由千位加法推知“用”=8,且百位向千位进 2,“数”=1.

又因十位加法不可能向百位进位,所以由百位加法得:

$$\text{学} + \text{用} + 2 \times \text{好} = \text{学} + 20.$$

解得“好”=6,再由个位加法知“学”=2 或 7,若“学”=7,则“为”=6,与“好”=6 矛盾,所以“学”=2,“为”=4.

所以该竖式为

$$\begin{array}{r}
 2 \ 1 \ 2 \\
 8 \ 1 \ 2 \\
 2 \ 6 \ 1 \ 2 \\
 + \ 8 \ 6 \ 1 \ 2 \\
 \hline
 \end{array}$$

1 2 2 4 8

点金术 利用各数字间的相互联系寻找规律求解.



自我测试一

A 组

1. 在下式的等号左端填入符号 $+$, $-$, $\times$, $\div$, $()$, 使等式成立.

$$1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5 \ 4 \ 3 \ 2 \ 1 = 2002$$

2. 在下式中, 不同的符号表示不同的数字, 相同的符号代表相同的数字, 求出下列竖式.

$$\begin{array}{r} \square \ \square \ \triangle \\ \times \qquad \triangle \\ \hline \bigcirc \ \bigcirc \ \bigcirc \ \triangle \end{array}$$

3. 将下图中的 12、16、20 这三个数分别填入各空格中, 每个数可以用三次, 使每一横行、竖列、对角线上的三个数之和都等于 48.

	20	
12		
		16

4. 下面是一个按照一定规律排列的数字三角形, 请根据规律填上空缺的数.

$$\begin{array}{ccccccc} & & & & 1 & & & & \\ & & & & 2 & 4 & & & \\ & & & 3 & 6 & 9 & & & \\ & & 4 & 8 & 12 & 16 & & & \\ & 5 & 10 & 15 & () & 25 & & & \\ & 6 & 12 & 18 & 24 & 30 & 36 & & \\ 7 & () & 21 & 28 & 35 & 42 & 49 & & \end{array}$$

B 组

1. 在下面的数字之间插入四则运算符号, 括号及等号, 使之成为等式. 例如 $33 \div 33 + 1 + 1 + 1 - 2 = 2$, 问题是怎样插入才能使等式的结果最大.

$$3 \ 3 \ 3 \ 3 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2$$

2. 在 $\square$ 内填入适当的数字, 使除法竖式成立.



$$\begin{array}{r}
 6 \square 7 \square \square \\
 \square \square \overline{) \square \square \square \square \square 4} \\
 \underline{\square \square} \\
 \square \square \square \\
 \underline{\square \square \square} \\
 \square \square \square \\
 \underline{\square \square \square} \\
 0
 \end{array}$$

3. 在下面的算式中,不同的汉字代表不同的数码.“学习好勤动脑”表示的六位数是几?

$$\text{学习好勤动脑} \times 5 = \text{勤动脑学习好} \times 8$$

4. 在下面算式中的每个小方格内填上适当的数,使得所有四个横向(行)及四个纵向(列)的等式都能成立.

$$\begin{array}{ccccccc}
 4 & + & \square & - & \square & = & 2 \\
 + & & | & & + & & + \\
 \square & - & 2 & + & 0 & = & \square \\
 | & & + & & | & & | \\
 \square & + & \square & - & 6 & = & 6 \\
 || & & || & & || & & || \\
 \square & + & 5 & - & \square & = & 3
 \end{array}$$



第二讲 三角形的等积变换



【赛点要求】

1. 熟练运用三角形的周长、面积等公式及性质, 求图形中相关的量.
2. 巧妙利用三角形的等积变换, 求图中相关的量.



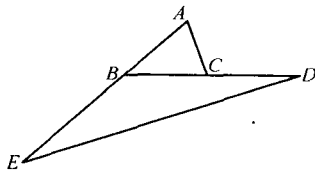
【思路点拨】

1. 常用的性质
 - (a) 三角形的面积 = 底 $\times$ 高 $\div 2$,
 - (b) 等底等高的三角形的面积相等.
2. 常用技巧
 - (a) 借助三角形的常用性质找出等积三角形.
 - (b) 巧添辅助线找出不同形式的等积三角形予以转换.
3. 思维方法
利用三角形的常用性质, 并借助等积转化进行转化.



【赛题精析】

例 1 如下图, 已知三角形 ABC 的面积为 1, $BE = 2AB$, $BC = CD$, 求三角形 BDE 的面积.



分析 利用三角形面积公式和已给的相关条件, 想办法把三角形 BDE 分割成两个三角形, 并与三角形 ABC 发生联系, 根据它们之间的联系, 就可以求出三角形 BDE 的面积.

解 连接 CE (如下页右上图),

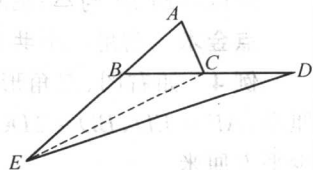
因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle BEC$ 的高相等, 又知 $BE = 2AB$, 根据三角形的面积公式: $S = \text{底} \times \text{高} \div 2$ 可知: $S_{\triangle BEC} = 2S_{\triangle ABC} = 2 \times 1 = 2$.



又从图中可知 $\triangle BEC$ 与 $\triangle CED$ 同高,且 $BC=CD$,所以
 $S_{\triangle BEC} = S_{\triangle CED} = 2$.

所以 $S_{\triangle BED} = S_{\triangle BEC} + S_{\triangle CED} = 2 + 2 = 4$.

点金术 巧添辅助线,找到所求三角形与已知条件的相互间的联系.



例2 如右图,已知三角形 ABC 的周长是20厘米,三角形内一点到三角形三条边的距离都是3厘米,求三角形的面积.

分析 连接 AP, BP, CP ,得到三个三角形,求出三个三角形面积和即可.

解 如下图,连接 AP, BP, CP ,把 $\triangle ABC$ 分割成三个小三角形,即 $\triangle ABP, \triangle APC, \triangle BPC$.

从中可知: $S_{\triangle ABC}$

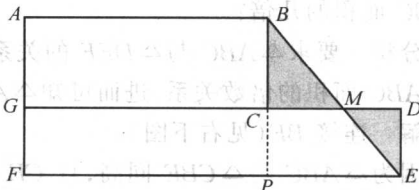
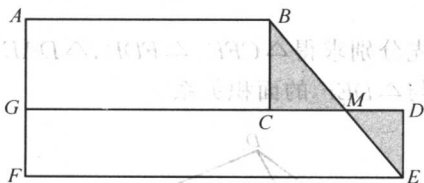
$$\begin{aligned} &= S_{\triangle ABP} + S_{\triangle APC} + S_{\triangle BPC} \\ &= AB \times 3 \div 2 + AC \times 3 \div 2 + BC \times 3 \div 2 \\ &= (AB + AC + BC) \times 3 \div 2 \\ &= 20 \times 3 \div 2 = 60 \div 2 = 30 \text{ (平方厘米)}. \end{aligned}$$

所以三角形 ABC 的面积为30平方厘米.

点金术 利用分割法,建立起所求三角形与已知条件之间的桥梁.

例3 如图,长方形 $ABCG$ 的长是7厘米,宽是4厘米,长方形 $DEFG$ 的长是10厘米,宽是2厘米,那么三角形 BCM 的面积与三角形 DEM 的面积差是多少平方厘米?

分析 延长 BC 交 FE 于 P 点,见下图.



要求 $\triangle BCM$ 的面积比 $\triangle DEM$ 的面积大多少,只要求出 $\triangle BPE$ 的面积比长方形 $CPED$ 的面积大多少即可.

解 延长 BC 交 FE 于 P 点.因为 $\triangle BPE$ 减去长方形 $CPED$ 的面积就是 $\triangle BCM$ 减去 $\triangle EDM$ 的面积.

又 $S_{\triangle BPE} = PE \times BP \div 2 = (4+2) \times (10-7) \div 2 = 6 \times 3 \div 2 = 9$ (平方厘米),

$S_{\text{长方形}CPED} = PE \times ED = (10-7) \times 2 = 3 \times 2 = 6$ (平方厘米).



所以 $\triangle BCM$ 与 $\triangle DEM$ 的面积差为 $9-6=3$ (平方厘米).

点金术 利用一个共同面积(不变面积)进行巧妙转化.

例4 如右图,三角形 ABC 的面积为5平方厘米, $AE=ED$, $BD=2DC$,则阴影部分面积是多少平方厘米.

分析 通过面积转换,即 $\triangle ABF$ 或 $\triangle DBF$ 的面积就是阴影部分的面积.然后根据已知条件,找出该阴影部分与整个三角形的面积关系即可.

解 连接 DF (见右图).

因为 $AE=ED$,所以 $S_{\triangle ABE}=S_{\triangle DBE}$, $S_{\triangle AEF}=S_{\triangle DEF}$,阴影部分的面积就等于 $\triangle ABF$ 或 $\triangle DBF$ 的面积.

因为 $BD=2DC$,所以 $S_{\triangle DBF}=2S_{\triangle DCF}$,又因为

$$S_{\triangle ABC}=S_{\triangle ABF}+S_{\triangle DBF}+S_{\triangle DCF},$$

$$=2S_{\triangle DCF}+2S_{\triangle DCF}+S_{\triangle DCF}=5S_{\triangle DCF}=\frac{5}{2}S_{\triangle DBF},$$

$$\text{所以 } S_{\triangle DBF}=\frac{2}{5}S_{\triangle ABC}=\frac{2}{5}\times 5=2(\text{平方厘米}).$$

点金术 利用等底等高找出相等面积的三角形再进行转化.

例5 如右图,把 $\triangle ABC$ 的 BA 边延长一倍到 D 点, CB 边延长两倍到 F 点, AC 边延长三倍到 E 点,连接 DE , EF , FD ,得到 $\triangle DEF$.问 $\triangle DEF$ 的面积是 $\triangle ABC$ 面积的几倍?

分析 要求 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的关系,可先分别求得 $\triangle CFE$, $\triangle FDB$, $\triangle DAE$ 面积与 $\triangle ABC$ 面积的倍数关系.进而可知 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$ 的面积关系.

解 连接 BE (见右下图):

因为 $\triangle ABC$ 与 $\triangle CBE$ 同高,且 $CE=3AC$,所以 $S_{\triangle BCE}=3S_{\triangle ABC}$.

又 $\triangle BEC$ 与 $\triangle FBE$ 同高,且 $FB=2BC$,所以 $S_{\triangle FBE}=2S_{\triangle BCE}$.

所以 $S_{\triangle FCE}=6S_{\triangle ABC}+3S_{\triangle ABC}=9S_{\triangle ABC}$.

同理,可求出 $S_{\triangle EDA}=4S_{\triangle ABC}$,

