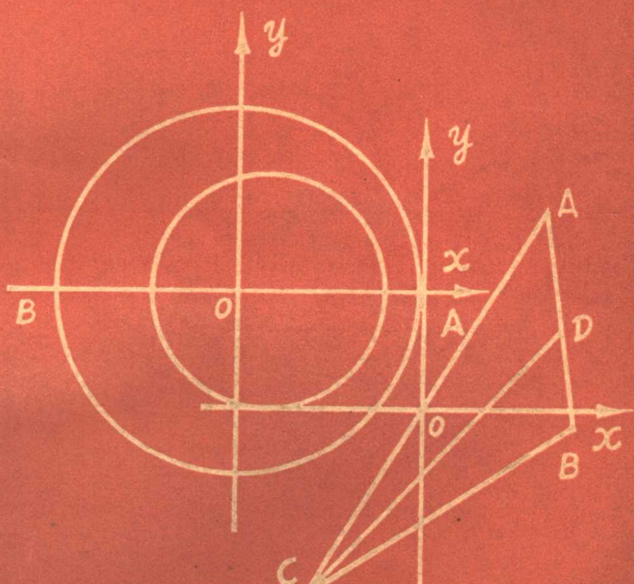
初中数学题精编

几何

第二册



浙江教育出版社

初 中 数 学 题 精 编

几　　何

第 二 册

杨梦一

浙 江 教 育 出 版 社

初中数学题精编

几　何

第二册

杨梦一

浙江教育出版社出版

浙江新华印刷厂印刷

浙江省新华书店发行

*

开本 787×1092 1/32　印张 3.5　字数 77,000

1984年10月第一版

1984年10月第一次印刷

印数：00,001—68,000

统一书号：7346·125

定　价：0.32元

说　　明

初中教师在数学教学过程中，需要选择适量的与教材有密切联系的习题，指导学生学习，借以巩固所学的知识和技能，为此，常常要耗费许多时间和精力．本书就是针对这一情况，经过作者长期积累和筛选编成．它完全按照全日制十年制学校初中数学教材体系设计，以基础题为主，兼及其他．目的是帮助学生学好课本，打好基础．

编写时严格遵循少而精的原则，力求内容新颖，类型多样，并根据教材的内在联系，注意循序渐进，重视复习巩固．对于那些类似或容易混淆的基础知识，采用对比或类比的方法选编题组，给以解决．同时运用"提示"，"注意"等形式，给读者指明思考、分析问题的途径．结合介绍某些合理简捷的解题方法，揭示解题规律，使思路更加开阔．

各章习题分A、B、C三组．A组为基本题；B组略有提高，带有一定的综合性；C组灵活性、综合性较强，难度较大，但数量不多．C组题是供学习能力较强的同学做的．每章后面还有自我检查题，通过它可以检验对各章内容的掌握程度．书后还附答案．教师和学生在使用时，要从实际出发，根据各自的情况酌量选用，不要强求一律．

目 录

第四章 相 似 形

这一章主要研究相似形的概念、判定方法和性质，它以全等形为主要基础. 相似三角形以全等三角形作为自己的特例，它在相似形的系统中是一个重要的组成部分，也是本章的主要内容. 我们在研究全等三角形时，十分强调线段的相等、角的相等、面积的相等，突出了一个"等"字；而在研究相似三角形时，则侧重于线段的比、面积的比，突出了一个"比"字. 从"等"到"比"这是一个由特殊到一般的发展过程. 图形的相似，是现实世界中存在的一种重要和基本的空间形式，并体现了内容十分丰富的数量关系. 图形相似的知识，在生产实践、生活实际中有着广泛的应用. 因此，理解相似形的有关概念、判定方法和性质，牢固掌握关于线段的比、线段的比例的概念和定理，不仅能正确处理关于线段的比和比例的问题，还能通过图形的相似解决一些关于角相等、线段相等、直线垂直和平行等问题，同时提高运算能力、逻辑思维能力和空间想象能力，培养作图技能，这是编配本章各组习题的主要目的.

A 组题每一大题往往由几个小题组成，它紧密围绕教材内容，注意从不同的侧面，用对比、类比、建立前后联系等方法和形式提出问题，着重说明概念、定理等基础知识和基本技能，帮助读者理解教材，重视和打好基础. B 组题则以所应用的主要知识为依据，基本上按照教材内容的先后次序编配，同时注意通过若干道题的安排以达到加深对某一概念或定理的理解，和领会某一解题规律的目的.

计算题的答案附于书后．对一些较难的题目，则在题后给予适当的提示．

本章的第四大节“位似形”是选学内容，不配习题．

一　成比例的线段

[A　组]

[线段的比和成比例的线段]

1．(1) 什么叫做线段的量数？长为 5.01 厘米的线段的量数等于多少？长为 a 分米的线段的量数呢？

(2) 同一条线段的量数是不是只有一个？为什么？

(3) 线段的量数的取值范围是怎样的？

2．(1) 什么叫做两条线段的比？它与所采用的长度单位有没有关系？

(2) 已知线段 $AB=3\,\text{cm}$, $CD=20\,\text{mm}$．下列四个式子中哪一个最合理？哪几个有缺点或错误？为什么？

① $AB:CD=3:20$;　　② $AB:CD=30:20$;

③ $AB:CD=20:30$;　　④ $AB:CD=3:2$．

(3) 线段 a 和 b 的长度如下，求 a 和 b 的比：

① $a=3.2\,\text{cm}$,　　$b=2.4\,\text{cm}$;

② $a=3\dfrac{3}{4}\,\text{dm}$,　　$b=4.14\,\text{dm}$;

③ $a=1.05\,\text{m}$,　　$b=350\,\text{mm}$;

④ $a=\dfrac{1}{3}\,\text{m}$,　　$b=33\dfrac{1}{3}\,\text{cm}$．

(4) 等腰直角三角形中，求两条直角边的比以及直角边和

斜边的比。

(5) 含 30° 角的直角三角形中，求 30° 角所对的直角边和斜边的比以及另一条直角边和斜边的比。

(6) 求三角形的中位线和第三边的比。

(7) 求正方形的边和对角线的比。

注意 求两条线段的比时，(1) 必须先把长度单位化成相同，再按"第一线段:第二线段 = 第一线段的量数:第二线段的量数"写出式子，并约去最大公约数；(2) 如果没有要求取近似值，那么可用无理数表示，如 $1:\sqrt{2}$；(3) 在没有指出线段的长度的情况下，可用其中的一条线段作为1个长度单位，求出另一条线段的量数，如把三角形的中位线作为1个长度单位，第三边的量数就是2。

3．两地间的实际距离是250米，画在图上的距离是5厘米．求这张图的比例尺．

注意 图上距离和实际距离的比叫做比例尺，它实际上是两条线段的比，通常表示成"$1:m$"(m 是正整数)的形式。

4．(1) 什么叫做成比例的线段、比例内项、比例外项和第四比例项？

(2) 如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，那 $a=c$ 或 $b=d$ 吗？

(3) 如果 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，且 $a=c$，那么 $b=d$ 吗？

(提示：$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ 只表示左右两个关于线段的比相等，不能肯定两个比的前项或后项分别相等．)

5．a、b 和 x 是三条线段，填充下列各空格：

(1) 如果它们满足关系式 __________，那么 x 是 a 和 b 的

比例中项；

(2) 如果 x 是 a 和 b 的比例中项，那么它们满足关系式 ________.

注意 这里的命题(1)和(2)是两个互为逆命题的真命题(如果填正确的话)，是根据比例中项的定义得到的。一般地，从每个概念的定义都可以得到两个互逆的真命题，其中的一个可以作判定定理用，另一个可以作性质定理用。

[**比例的性质**]

6．(1) 为什么说"关于数的比和比例的各种性质，完全适用于线段的比和成比例的线段"？

(2) 有关比例的定理中的数取值时有什么限制？

(提示：零不能作分母或除数．)

7．(1) 叙述比例的基本定理，并加以证明。

(2) 由 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow ad=bc$ 可知，比例式和等积式可以互化，但是比例式化成等积式是唯一的，反之等积式化成比例式就不唯一．已知 a、b、c、d 都不等于零，填充下列各空格：

① 用 ab 除 $ad=bc$ 的两边，得________，这是____定理的结论；

② 用____除 $ad=bc$ 的两边，得________，这是反比定理的结论．

注意 "$\Rightarrow$"叫做推理符号，读作"推出"．如"$\because\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'$，$\therefore AB=A'B'$"就可表示成"$\triangle ABC\cong\triangle A'B'C'\Rightarrow AB=A'B'$"．又如"$\because 3x-2>0$，$\therefore x>\frac{2}{3}$"可以表示成"$3x-2>0\Rightarrow x>\frac{2}{3}$"．而"$\left.\begin{matrix}a=c\\b=c\end{matrix}\right\}\Rightarrow a=b$"就是"$\because a=c$、$b=c$，$\therefore$

$a=b$". 因为 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Rightarrow ad=bc$，同时 $ad=bc\Rightarrow\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，所以可以把它们合写成 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}\Leftrightarrow ad=bc$. "$\Leftrightarrow$"表示从左端可以推出右端，且从右端也可以推出左端，读作"等价于".

8．(1) 叙述合比定理、分比定理、合分比定理和等比定理.

(2) 证明合比定理(或分比定理)时，是怎样想到在原比例式的两边都加1或都减1的？

9．已知 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$，求证：$\frac{a}{a+b}=\frac{c}{c+d}$，并指出证明过程中用了哪几个定理和各用了几次.

10．已知 $\frac{a}{b}=\frac{3}{2}$，求下列各式的值，并分别指出所根据的定理：

(1) $\frac{b}{a}$；　(2) $\frac{a+b}{b}$；　(3) $\frac{a-b}{a}$；

(4) $\frac{a-b}{a+b}$；　(5) $\frac{a-3}{b-2}$.

11．根据下列各条件，分别求 $\frac{a}{b}$ 的值：

(1) $3a-4b=0$；　(2) $\frac{a+b}{b}=\frac{7}{5}$；

(3) $\frac{a-b}{b}=\frac{2}{3}$；　(4) $\frac{a+b}{a-b}=\frac{5}{2}$；

(5) $a^2-b^2=0$；　(6) $a^2+b^2=2ab$.

12．填充下列空格：

(1) 如果 $2a:x=x:3b$，那么 x 是 $2a$ 和 $3b$ 的________.

(2) 如果 $x^2=6ab$，那么

① x 是 $6a$ 和___的比例中项；

② x 是____和 $3a$ 的比例中项；

③ x 是 $\frac{1}{2}a$ 和____的比例中项.

注意 虽然 $2a:x=x:3b \Leftrightarrow x^2=6ab$，但比例式只说明 x 是 $2a$ 和 $3b$ 的比例中项，而 $x^2=6ab$ 不只说明 x 是 $2a$ 和 $3b$ 的比例中项. 理由如第 7(2) 题开头所述.

13. 如图 4-1，已知 $\frac{AB}{AD}=\frac{BC}{EC}=\frac{5}{2}$，求 $\frac{AB}{BD}$ 和 $\frac{BE}{EC}$ 的值.

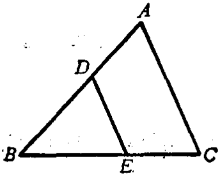


图 4-1

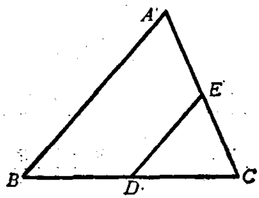


图 4-2

14. 如图 4-2，已知 $\frac{AC}{EC}=\frac{BC}{DC}$，求证：

(1) $\frac{BC}{AC}=\frac{DC}{EC}$； (2) $\frac{BD}{DC}=\frac{AE}{EC}$.

[平行线分线段成比例]

15. (1) 叙述平行线分线段成比例定理，并说明得出这个定理时主要用了哪一个定理.

(2) 如果把平行线等分线段定理中的“一组平行线”改成“三条平行线”，那么这三条平行线在一条直线上截得的两条线段和在任何另外一条与它们相交的直线上截得的两条线段是否对应成比例？

(3) 平行线分线段成比例定理所说的四条线段中是否有相等的线段？

(提示：应在“有相等的线段”、“没有相等的线段”和“不一

定有相等的线段"中选择一个进行回答.)

(4) 说明平行线分线段成比例定理和平行线等分线段定理之间的关系.

(提示：平行线等分线段定理是平行线分线段成比例定理的特例.)

16．(1) 平行线分线段成比例定理的推论是怎样的？它是怎样从定理直接推得的？

(2) 平行线分线段成比例定理的推论的第一部分内容是"平行于三角形一边的直线截其他两边,所得线段对应成比例."它和平行线等分线段定理的推论有什么关系？

17．$\triangle ABC$中，D和E分别是AB和AC上的点，且$DE \parallel BC$.

(1) 已知$AD=5\,\text{cm}$, $DB=3\,\text{cm}$, $AE=4\,\text{cm}$, 求EC;

(2) 已知$AB=9\,\text{cm}$, $AD=6\,\text{cm}$, $AE=5\,\text{cm}$, 求AC;

(3) 已知$AC=12\,\text{cm}$, $EC=4\,\text{cm}$, $DB=5\,\text{cm}$, 求AD;

(4) 已知$AD=4\frac{1}{2}\,\text{cm}$, $DB=3\,\text{cm}$, $AC=5\,\text{cm}$, 求AE和EC.

18．将梯形的两腰AD和BC延长相交于M点，已知$AD=3.3\,\text{cm}$, $BC=2\,\text{cm}$, $DM=2.1\,\text{cm}$, 求CM.

19．(1) 已知线段$a=2\,\text{cm}$, $b=3\,\text{cm}$, $c=2.2\,\text{cm}$, 求a、b、c的第四比例项——线段d的长.

(2) 已知线段$a=2\,\text{cm}$, $b=3\,\text{cm}$, $c=2.2\,\text{cm}$, 应用平行线分线段成比例定理的推论，求作a、b、c的第四比例项——线段d, 并量出它的长度,看与(1)中计算的结果是否相符.

20．已知线段 a、b、c，用直尺和圆规求作下列等式中的线段 x：

(1) $ab=cx$；　　　　(2) $a:x=b:c$；

(3) $x=\dfrac{2ab}{c}$；　　　　(4) $b^2=ax$.

（提示：先把已知等式改写成 x 是第四比例项的比例式，再根据平行线分线段成比例定理作图．(3) 式中的 $2ab$ 可看作 $2a\cdot b$ 或 $a\cdot 2b$.）

21．(1) 平行线分线段成比例定理的推论的逆命题就是课本中哪一个定理？

(2) 证明课本第 184 页的定理时，用了什么方法？

注意　同一法也是一种证题的方法，它和反证法统称为间接证法．用同一法证题的要点是：(1) 作出符合命题结论的图形；(2) 证明所作图形也具有题设图形所具有的性质；(3) 根据某些图形的唯一性（例如，过两点的直线是唯一的；过已知点和已知直线垂直的直线是唯一的；线段的中点是唯一的；已知直线上，在已知点同旁，和已知点的距离等于定值的点是唯一的.）断定所作图形和题设图形重合（即同一）；(4) 肯定命题的结论成立．

22．画出课本第 184 页的推论的图形，并根据“其中一边和这边上截得的一条线段与另一边和另一边上截得的对应线段成比例”写出两个比例式，并指出证明结论成立的关键是得到怎样的一个比例式？

23．叙述三角形中位线定理，并指出“三角形的中位线平行于第三边”与课本第 184 页的定理的关系．

24．小结一下，已经学过的判定两条直线平行的方法有哪六种，从课本中一一找出来．

25．$\triangle ABC$ 中，延 AB 至 B'，使 $AB'=3AB$，再延长 AC 至 C'，

使 $AC'=3AC$，连结 $B'C'$．求证：$B'C'\parallel BC$．

26．(1) $\triangle ABC$ 中，已知 $AB=AC$，BD 和 CE 是两条高．求证：$DE\parallel BC$．

(2) 等腰 $\triangle ABC$ 中，BD 和 CE 是两底角 $\angle B$ 和 $\angle C$ 的平分线．求证：$DE\parallel BC$．

[三角形内角平分线性质定理]

27．三角形内角平分线性质定理是怎样的？它是应用哪一个定理或推论证明的？

28．$\triangle ABC$ 中，BD 是内角的平分线．

(1) 已知 $AD:DC=8:5$，$AB=16\,\text{cm}$，求 BC；

(2) 已知 $AB=10\,\text{cm}$，$BC=15\,\text{cm}$，$AC=20\,\text{cm}$，求 AD 和 DC；

(3) 已知 $AB:BC=2:7$，$DC-AD=1\,\text{mm}$，求 AC．

29．(1) $\triangle ABC$ 中，D 是 BC 边上的一点，且 $\dfrac{BD}{DC}\neq\dfrac{AB}{AC}$，试用反证法证明：$AD$ 不是 $\angle A$ 的平分线．

(2) D 是 $\triangle ABC$ 的 BC 边上的一点，根据下列条件分别判定 AD 是不是 $\angle A$ 的平分线：

① $AB=12\,\text{cm}$，$AC=15\,\text{cm}$，$BD=8\,\text{cm}$，$DC=10\,\text{cm}$；

② $AB=12\,\text{cm}$，$AC=56\,\text{cm}$，$BD:DC=14:3$；

③ $AB=\dfrac{5}{11}AC$，$BD=2\,\text{dm}$，$DC=4.5\,\text{dm}$；

④ $AB=60\,\text{mm}$，$AC=28\,\text{cm}$，$BD=\dfrac{3}{17}BC$．

30．等腰 $\triangle ABC$ 中，顶角 A 等于 $36°$，BD 是 $\angle B$ 的平分线，求证：(1) $AB:AD=BC:CD$；(2) $AD^2=AC\cdot CD$．

31．已知线段 $AB=5\,\text{cm}$，用三角形内角平分线性质定理把 AB 分成 $3:4$ 的两部分．

[B　组]

32．(1) 已知 P 是线段 AB 上的一点，且 $AP:PB=3:2$．求 $AP:AB$ 和 $BP:AB$．

(2) 已知 P 是线段 AB 上的一点，且 $AP:PB=m:n$．求 $AP:AB$ 和 $BP:AB$．

33．(1) 已知 Q 是线段 AB 的延长线上一点，且 $BQ=\frac{1}{2}AB$．求 $AQ:AB$ 和 $BQ:AB$．

(2) 已知 Q 是线段 AB 的延长线上一点，且 $AQ:BQ=5:2$．求 $AB:AQ$ 和 $AB:BQ$．

34．(1) 已知线段 AB 的长为 12 cm，在 AB 的延长线上取一点 C，使 $AC:CB=5:1$．求延长线段 BC 的长．

(2) 一条长 56 cm 的线段被分成 1:3:5 的三部分．

① 求每一部分的长；

② 求每一个分点把全线段被分成的两部分的比．

35．求证：

(1) 底相等的三角形，面积的比等于底边上的高的比．

(2) 高相等的三角形，面积的比等于高所在的边的比．

36．Rt$\triangle ABC$ 中，CD 是斜边 AB 上的高，写出关于 AB、BC、CA、CD 的一个比例式．

37．把合分比定理的结论写成 $\frac{(a-b)+2b}{a-b}=\frac{(c-d)+2d}{c-d}$ 后，试用证明合比定理的方法找出合分比定理的另一种(与课本证法不同)证法．

38．已知 $\frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}$．求 $\frac{b}{a+b+c}$．

39．(1) 求证：$x:a=y:b=z:c \Leftrightarrow x:y:z=a:b:c$。

(2) 已知 $x:y:z=2:3:5$，且 $2x+y=4$．求 x、y 和 z。

(3) 已知 $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{6}$，且 $3y=2z+6$．求 x、y 和 z。

(4) 把 $\frac{x}{a}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ 看作关于 x、y、z 的一个方程组时，它含有几个独立的方程？它的解能否唯一确定？

注意 从 $\frac{x}{b}=\frac{y}{b}=\frac{z}{c}$ 可得 $bx=ay$、$cy=bz$、$az=cx$ 三个方程，但是其中任何一个可以从其余两个得出，如在前两个中消去 y，就得出第三个．因此含有三个比的等比式实际只表示两个独立的方程．一般地说，如果(独立)方程的个数少于未知数的个数，那么方程(组)的解是不能唯一确定的。第 39 题的第(2)、(3)小题中能求得 x、y、z 的值，而第(4)小题中就不能，原因就在这里。

40．已知 x 和 y 满足下列等式，求 $\frac{x}{y}$ 的值：

(1) $\frac{x}{y}-\frac{y}{x}=0$；　　(2) $6x^2-5xy-6y^2=0$。

注意 (1) 从第 11 题和第 40 题可以看出，如果已知等式或化去已知等式的分母以后所得的等式，不含常数项，那么一般地说，可以求得关于已知等式中两个字母的比值；如果含有常数项，那么就不能求得比值．比如可以从 $3x-2y=0$ 中求得 x、y 的比值，却不能从 $3x-2y+1=0$ 中求得 x、y 的比值．(2) 从等积式 $ax=by$ 可得 $\frac{x}{y}=\frac{b}{a}$，因此求 x、y 的比值的关键是得到 $ax=by$，即 $ax-by=0$．而求得 $ax-by=0$ 的常用方法是分解因式．要注意不能漏解，第 40 题的(1)、(2)两小题都有两个值．

41．已知线段 AB 的长等于 1 个长度单位，在 AB 上取一点 P，