

高等学校教材

理论力学

主编 吴寿镗 张树华

陕西师范大学出版社

理 论 力 学

主 编 吴寿镗 张树华

副主编 雷守文 孙凤麟
王 唐

编 委 (按姓氏笔划为序)

王 唐 达木荣 孙凤麟
安雪松 吴寿镗 罗世彬
张树华 徐友琼 程达三
雷守文 王 唐

陕 西 师 范 大 学 出 版 社

理 论 力 学

主编 吴寿隽 张树华

*

陕西师范大学出版社出版

(西安市陕西师大120信箱)

陕西省新华书店经销 西安电子科技大学印刷厂印刷

*

开本 787×1092 1/32 印张16.75 字数 357 千

1989年12月第1版 1989年12月第1次印刷

印数: 1~4600

ISBN 7-5613-0259-2

G·226 定价: 5.20元

前 言

理论力学是研究宏观低速条件下机械运动一般规律的学科，理论力学课程是高等学校物理类专业的重要基础理论课之一。掌握理论力学对进一步学好有关力学的理论知识和培养解决实际问题的能力，以及进一步学好其它理论物理课程，都有十分重要的意义。

本课程大体上可分为两部分。一部分是通常意义下的牛顿力学，以牛顿运动定律为基础进行讨论；另一部分是分析力学，它与牛顿力学在本质上是-致的，但处理问题的方法有了发展和推广，更适合于研究某些复杂问题并把研究领域扩展到力学以外。在篇幅上牛顿力学约占三分之二，分析力学约占三分之一。

本书是参照1980年原教育部颁布的综合大学物理系理论力学教学大纲编写的，但根据编者多年从事理论力学教学工作的经验体会和有关院校当前的实际情况，作了部分调整。本书注意吸收了部分高等学校物理系理论力学课程的教学经验，较好地处理本课程中基本概念与数学推导，课堂讲授与习题演算等方面的关系，是一本较有特色的教材。

本书编委会成员有主编：吴寿隽、张树华，副主编雷守文、孙凤麟、王唐，编委（按姓氏笔划为序）：王唐、达木荣、孙凤麟、安雪松、吴寿隽、罗世彬、张树华、徐友琼、程达三、雷守文、管寿沧。编写大纲和主要问题均由编委会集体讨论决定，吴寿

鍾，张树华提供了他们多年使用的讲义，程达三、罗世彬提供了第一、二、三章初稿，徐友琼提供了第四章初稿，雷守文提供了第五章初稿，王唐提供了第三章部分初稿和第六章初稿，孙凤麟提供了第七章初稿，管寿沧提供了第八章初稿，张树华提供了第九章至第十三章初稿(分析力学部分)。由吴寿鍾、张树华负责统稿并加工修改，孙凤麟参加了统稿，并在统稿过程中做了许多工作。

陕西师范大学物理系赵密教授详细审阅了书稿，提出了许多重要意见，他还提供了自己编写的讲义供编委们参考。有关院校和物理系的负责同志对本书的编写给予了热情的关怀和支持。陕西师范大学出版社领导同志和责任编辑潘原同志为本书的出版做了大量的工作。编委们谨向他们表示衷心感谢。

本书可作为综合大学，理工科大学，师范院校物理系教材使用，如作适当调整，也可供师专物理系科使用。

由于编委们水平所限，也由于时间仓促，本书肯定还存在许多不足以至错误之处，恳切希望使用本书的师生提出宝贵意见。

编 者

1989年12月12日

目 录

第一编 牛顿力学

第一章 质点运动学	3
§ 1.1 质点运动的描述	3
§ 1.2 速度和加速度的分量表达式	10
习题	28
第二章 刚体运动学	31
§ 2.1 刚体位置的确定	31
§ 2.2 刚体的平动和定轴转动	33
§ 2.3 刚体的平面平行运动	37
§ 2.4 刚体绕固定点的运动	54
§ 2.5 刚体的一般运动	70
习题	76
第三章 质点的复合运动	80
§ 3.1 基本概念	80
§ 3.2 矢量的变化率 速度变换公式	82
§ 3.3 加速度变换公式	87
习题	97
第四章 质点动力学	100
§ 4.1 牛顿运动定律及有关问题	100
§ 4.2 质点运动的微分方程	105
§ 4.3 质点动力学的基本定理和守恒定律	112
§ 4.4 受约束质点的运动	127

习 题	138
第五章 质点的有心运动	146
§ 5.1 质点在有心力场中运动的基本特征	146
§ 5.2 质点的轨道微分方程——比耐公式	150
§ 5.3 开普勒定律和万有引力定律	155
§ 5.4 行星运动	159
§ 5.5 人造天体的运动理论	161
* § 5.6 圆与椭圆轨道的稳定性	168
* § 5.7 α 粒子 散射	171
习 题	174
第六章 非惯性系质点动力学	177
§ 6.1 非惯性系中质点的动力学方程	177
§ 6.2 地球自转的动力学效应	186
习 题	197
第七章 质点组动力学	201
§ 7.1 质点组	201
§ 7.2 质点组的动量定理与动量守恒定律	205
§ 7.3 质点组的动量矩定理及动量矩守恒定律	210
§ 7.4 质点组的动能定理与机械能守恒定律	216
§ 7.5 两体问题	223
§ 7.6 弹性碰撞 实验室系与质心系	228
§ 7.7 变质量质点的运动	238
习 题	249
第八章 刚体动力学	255
§ 8.1 刚体动力学基本方程与平衡方程	255
§ 8.2 惯量张量	264

§ 8.3	刚体的定轴转动	274
§ 8.4	刚体的平面平行运动	285
§ 8.5	刚体绕定点的转动	297
* § 8.6	高速陀螺的近似理论及回转效应	315
* § 8.7	拉摩进动	321
习 题		322

第二编 分析力学

第九章	虚功原理 达朗伯原理	335
§ 9.1	约束 虚位移	335
§ 9.2	自由度 广义坐标 广义力	342
§ 9.3	虚功原理	350
§ 9.4	达朗伯原理 动力学普遍方程	360
习 题		363
第十章	拉格朗日方程	366
§ 10.1	拉格朗日方程	366
§ 10.2	拉格朗日方程的第一积分	384
* § 10.3	运动守恒定律与时空对称性	393
§ 10.4	在平衡位置附近的微振动 简正坐标	397
* § 10.5	广义拉格朗日函数	422
习 题		430
第十一章	哈密顿正则方程	437
§ 11.1	正则方程	437
§ 11.2	正则方程的第一积分	443
§ 11.3	泊松括号 泊松定理	453
* § 11.4	相空间	460

习题	464
第十二章 力学的变分原理	467
§ 12.1 变分法初步	467
§ 12.2 哈密顿原理	477
* § 12.3 最小作用量原理	489
习题	494
*第十三章 正则变换 哈密顿-雅可比方程	497
§ 13.1 正则变换	497
§ 13.2 哈密顿-雅可比方程	511
§ 13.3 相积分和角变量	522
习题	527

第 一 编

牛 顿 力 学

原书空白页

第一章 质点运动学

为了研究物体机械运动的一般规律，首先要解决怎样描述物体机械运动的问题。理论力学的这部分内容称为运动学。本章首先讨论怎样描述质点的机械运动，它是整个运动学的基础。

§ 1.1 质点运动的描述

所谓**质点**是具有质量的几何点，它是一种理想模型。当研究物体的机械运动时，如果该物体的大小和形状对所研究的问题影响很小，即在一定的精确程度范围内，可以认为物体上各点的运动状态差别很小以致可略去不计，这时就可以把该物体抽象化为一个质点。物体能否看作质点，决定于所研究问题的性质而不取决于它的绝对大小。对于不能看成质点的物体，我们可以把它看成是由许多小质量元所组成的，每个小质量元可以看作质点。这就是说，所有物体可以看成质点或者质点的集合，因此质点运动学也是整个运动学的基础。

1. 参照系

当我们说一个物体处于运动或静止状态，总是相对另外选定的物体或物体系而言的，这个物体或物体系就称为**参照系**（或参考系）。如果选择不同的参照系，对同一个物体同一运动的描述（位置、速度、加速度、轨道等）就会有不同的结果。所以，在研究物体的机械运动时，首先要明确是相对于

哪一个参照系。虽然选择不同参照系所得的结果不同，但它们都是对同一运动的客观描述，因而都是正确的，所以，在运动学问题中参照系可以任意选取。如果参照系选取得适当，对物体运动的描述就比较简单，否则则会显得复杂。

2. 质点位置的确定 运动方程

要描述质点相对某一个参照系的机械运动，首先要确定质点在任一时刻相对该参照系所处的空间位置。在力学中通常采用如下三种方法：

1) 矢量法

质点 P 的位置用一矢量

$$\mathbf{r} = \overrightarrow{OP}$$



图 1.1-1

来确定，通常取 O 点与参照系上原点重合，则 $\mathbf{r}$ 称为质点 P 的**位置矢量**，简称**位矢**（见图1.1-1）。

质点 P 的位矢可表示为 t 的函数

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) \quad (1.1-1)$$

上式又称为质点的**运动方程**。

在质点运动过程中，由不同时刻位矢的末端 P 所连成的空间曲线就是质点的**运动轨道**。

2) 坐标法

在选定参照系中引入一个坐标系，质点 P 的位置就可以用坐标系中的一组坐标来唯一地确定。这里需要说明一下参照系与坐标系的关系。参照系是我们用以观察与描述物体运动的标准物体，参照系确定后物体的运动情况就已经完全确定。坐标系则是描述运动的数学工具，在确定了参照系后，坐标系还可以有多种选择。常用的坐标系有直角坐标系（常

称笛卡儿坐标系)、平面极坐标系、柱面坐标系和球面坐标系等。此外,坐标系的框架(坐标架)可以固连在参照系上,也可以相对参照系运动。在本书中不加声明时,通常都认为坐标架固连在参照系上面。

直角坐标系(图 1.1-2)

将质点 P 的位置用一组直角坐标 x 、 y 、 z 完全确定。质点运动时,它们可分别表示为时刻 t 的函数。

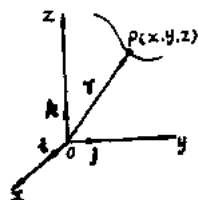


图 1.1-2

$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1.1-2)$$

式中 $x(t)$ 、 $y(t)$ 、 $z(t)$ 是单值的、连续的和可以微商的函数。对于实际的运动质点来说,上述要求通常总是满足的。(1.1-2)式是质点运动方程的直角坐标表达式,如果由方程(1.1-2)中的各式消去 t ,可得质点的运动轨道方程。

由矢量代数可知,质点的位置矢量表示法和直角坐标表示法之间的关系为

$$\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k} \quad (1.1-3)$$

其中 $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ 分别是沿 x 、 y 、 z 轴正方向的单位矢量。它们构成直角坐标系的一套正交基矢。任何矢量都可以表示成它们的线性组合。直角坐标系是最常用的一种坐标系。

平面极坐标系(图 1.1-3)

若质点在平面内运动,它的位置只要用两个坐标(例如 x 、 y)即可确定。在许多实际问题中,人们常常选用平面极坐标系。平面极坐标系的取法是:在质点运动的平面内,任

取一点 O 作为极点，通过极点画一直线作为极轴（极点与极轴均与参照系相固连），这样，质点 P 的位置就可用 r 、 θ 两个坐标唯一地确定（见图 1.1-3），其中 r 是极点到质点 P 的距离，即 P 点位矢 $\mathbf{r}$ 的大小，是一个标量； θ 是极轴与位矢 $\mathbf{r}$ 之间的夹角，称为极角，通常取逆时针方向为 θ 的正方向。

质点运动时，它在任一时刻 t 的平面极坐标可表示为 t 的函数

$$\begin{cases} r = r(t) \\ \theta = \theta(t) \end{cases} \quad (1.1-4)$$

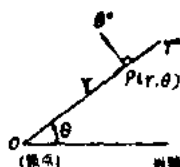


图 1.1-3

同样，式中 $r(t)$ 和 $\theta(t)$ 都是单值、连续和可微商的。式(1.1-4)称为质点运动方程的平面极坐标表达式。

以 $\mathbf{r}^0$ 表示位矢 $\mathbf{r}$ 方向上的单位矢量（径向单位矢量）， θ^0 表示垂直于 $\mathbf{r}$ 而指向 θ 增大方向上的单位矢量（横向单位矢量）。 $\mathbf{r}^0$ 和 θ^0 构成平面极坐标系中的一套正交基矢，它们的方向随 θ 而变化， P 点的位矢可以表示为

$$\mathbf{r} = r\mathbf{r}^0 \quad (1.1-5)$$

上式表示确定 P 点位置的矢量法和平面极坐标法之间的联系。

柱面坐标系(图 1.1-4)

柱面坐标系由直角坐标系与平面极坐标系结合而成，其作法是选择一个与参照系固连的直角坐标系 $Oxyz$ (图 1.1-4)，在 Oxy 平面内，以 O 为极点， Ox 直线作为极轴建立平面极坐标系，再和 z 坐标结合起来，质点 P 的位置由一组坐标 r 、 θ 、 z 唯一地确定。

质点运动时，它在任一时刻 t 的柱面坐标可表示为 t 的

函数

$$\begin{cases} r = r(t) \\ \theta = \theta(t) \\ z = z(t) \end{cases} \quad (1.1-6)$$

式中 $r(t)$, $\theta(t)$ 和 $z(t)$ 是单值、连续和可微商的。上式是质点运动方程的柱面坐标表达式。

柱面坐标系的一套正交基矢是 $\mathbf{r}^0$ 、 θ^0 、 $\mathbf{k}$ 。其中 $\mathbf{r}^0$ 是由 O 点指向 P' 点 (P 点在 Oxy 平面上的投影) 方向上的径向单位矢量, θ^0 是相应的横向单位矢量, $\mathbf{k}$ 是 z 轴方向上的单位矢量。 $\mathbf{r}^0$ 和 θ^0 的大小虽然不变, 但其方向会随 θ 不同而改变, $\mathbf{k}$ 则是大小方向都不变的常矢量。 P 点的位矢 $\mathbf{r} = \overrightarrow{OP}$ 可表示为

$$\mathbf{r} = r\mathbf{r}^0 + z\mathbf{k} \quad (1.1-7)$$

上式表示确定 P 点位置的矢量法和柱面坐标法之间的联系。

球面坐标系(图 1.1-5)

在球面坐标系中质点 P 的位置由 r , θ , φ 三个坐标唯一地确定(图 1.1-5)。其中 r 是质点与坐标原点之间的距离, 即位矢 $\mathbf{r}$ 的大小, θ 是 $\mathbf{r}$ 与 z 轴之间的夹角, φ 是 O 点到 P' 点 (P 点在 Oxy 面上的投影)的连线与 Ox 轴之间的夹角。

质点运动时, 它在任一时刻 t 的球面坐标可表示为 t 的

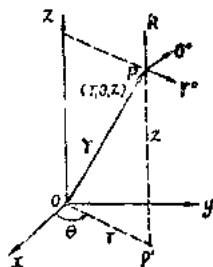


图 1.1-4

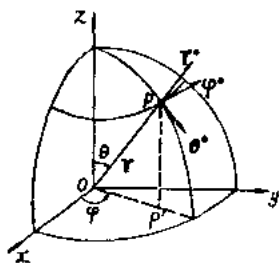


图 1.1-5

某一函数

$$\begin{aligned}r &= r(t) \\ \theta &= \theta(t) \\ \varphi &= \varphi(t)\end{aligned}\quad (1.1-8)$$

式中 $r(t)$, $\theta(t)$, $\varphi(t)$ 是单值、连续和可微商的。上式是质点运动方程的球面坐标表达式。球面坐标系的一套正交基矢是 $\mathbf{r}^0$ 、 θ^0 、 φ^0 ，它们分别是沿 r 、 θ 和 φ 增加方向上的单位矢量。 $\mathbf{r}^0$ 和 θ^0 的方向均随 θ 和 φ 的改变而变化，而与 r 之值无关， φ^0 的方向只随 φ 的改变而变化，与 r 、 θ 之值无关。 P 点的位矢 $\mathbf{r} = \overrightarrow{OP}$ 可表示为

$$\mathbf{r} = r\mathbf{r}^0 \quad (1.1-9)$$

上式表示确定 P 点的位置的矢量法和球面坐标法之间的联系。

3) 自然法(图 1.1-6)

如果质点相对所选参照系的运动轨道已知，则可用自然法来确定它的位置。

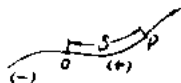


图 1.1-6

在已知轨道上任选一固定点 O 作为原点(图 1.1-6)，规定弧长单位和弧长的正方向(在图中标出)， P 点的位置就可由弧坐标 S 这个代数量唯一地确定，弧长 $|S| = \widehat{OP}$ 。

质点 P 沿轨道运动时，它在任一时刻 t 的弧坐标可表示为 t 的某一单值、连续和可微商的函数。

$$S = S(t) \quad (1.1-10)$$

上式称为质点的弧坐标方程，就是以自然法表示的运动方程。

3. 位移、速度和加速度

为了描述质点运动时它的位置随时间变化的动态过程，