

高等工业专科学校试用教材

# 高等数学

下 册

江苏省《高等数学》编写组

江苏教育出版社

高等工业专科、本科用教材

# 高等数学

下册

江苏省《高等数学》编写组

江苏教育出版社

高等工业专科学校试用教材  
高等数学  
下 册

江苏省《高等数学》编写组

---

江苏教育出版社出版  
江苏省新华书店发行 靖江印刷厂印刷  
开本787×1092毫米1/32 印张9.5 字数200,000  
1985年10月第1版 1985年10月第1次印刷  
印数1—13000册

---

书号: 7351·224 定价: 1.60元

责任编辑 王建军

# 前 言

为了适应高等工业专科学校数学教学的需要，大力提高教学质量，改变专科借用本科教材的现状，我们在江苏省高教局的组织领导下，在有关学校的支持下，编写了这本教材，供高等工业专科学校、职业大学各专业使用；也可供要求相近的大学本科、专科、职工大学、业余大学、干部训练班等作为选用教材；还可供具有高中文化水平有志于自学成才的同志选用。

本书在内容选择、结构体系和应用举例诸方面都努力体现专科特色，力求贯彻少而精的原则。教材比较注重学生基本运算能力的训练和运算方法上的归纳与指导；同时还尽可能注意理论与实际的联系以及能力的培养。

本教材实际授课时数为 160 学时左右，分上、下两册出版。上册包括一元函数微积分和微分方程，下册包括向量代数与空间解析几何、多元函数微积分和无穷级数，每节配有习题，各章有复习题，书末附有答案。书中 \* 号内容可供不同专业取舍。

参加本书编写工作的有（以姓氏笔划为序）：王清俊（连云港化学矿业专科学校），江天学（常州工业技术学院），庄海宜（南通纺织工学院），张茂康（扬州工业专科学校），张谭生（南通纺织工学院），吴敬深（连云港化学矿业专科学校），汪瑶同（扬州工业专科学校），杨慧珏、柴伯琪（无锡大学），黄绍贤（扬州工业专科学校），常柏林（盐城工业专科学校），

彭玉芳（常州工业技术学院）。汪瑤同、庄海宜、杨慧珊等同志对稿件作了进一步修改，最后由汪瑤同定稿。

全国工科教材编审委员会编委、南京工学院陶永德副教授审阅了本书全稿，提出了不少改进意见，对完成本教材起了重要的指导作用，对此我们表示衷心的感谢。

由于编者水平有限，书中难免有不妥之处，敬请读者批评指正，以便再版时修改。

江苏省《高等数学》编写组

一九八五年六月

# 目 录

|                                                         |        |
|---------------------------------------------------------|--------|
| <b>第七章 向量代数与空间解析几何</b> .....                            | ( 1 )  |
| <b>第一节 空间直角坐标系与向量</b> .....                             | ( 1 )  |
| 一、空间直角坐标系 ( 1 )   二、向量及其线性运算 ( 3 )   三、向量的坐标表示 ( 6 )    |        |
| 习题 7—1 ( 8 )                                            |        |
| <b>第二节 数量积与向量积</b> .....                                | ( 8 )  |
| 一、两向量的数量积 ( 8 )   二、两向量的向量积 ( 13 )   习题 7—2 ( 17 )      |        |
| <b>第三节 平面的方程</b> .....                                  | ( 18 ) |
| 一、平面的点法式方程 ( 18 )   二、平面的一般式方程 ( 20 )   习题 7—3 ( 23 )   |        |
| <b>第四节 空间直线的方程</b> .....                                | ( 23 ) |
| 一、直线的一般式方程 ( 23 )   二、直线的标准方程 ( 24 )   三、直线的参数方程 ( 26 ) |        |
| 习题 7—4 ( 27 )                                           |        |
| <b>第五节 曲面方程</b> .....                                   | ( 28 ) |
| 一、曲面方程的概念 ( 28 )   二、旋转曲面 ( 29 )                        |        |
| 三、柱面 ( 31 )   习题 7—5 ( 33 )                             |        |
| <b>第六节 空间曲线的方程</b> .....                                | ( 34 ) |
| 一、空间曲线的一般方程 ( 34 )   二、空间曲线的参数方程 ( 35 )   三、空间曲线在坐标面    |        |

|                    |                  |
|--------------------|------------------|
| 上的投影 (36)          | 习题 7—6 (38)      |
| 第七节 三次曲面           | (39)             |
| 一、椭球面 (39)         | 二、抛物面 (41)       |
| 三、双曲面 (42)         | 习题 7—7 (44)      |
| 复习题七               | (44)             |
| 第八章 多元函数微分法及其应用    | (47)             |
| 第一节 多元函数的概念        | (47)             |
| 一、二元函数的定义 (47)     | 二、二元函数的几何意义 (50) |
| 习题 8—1             | (51)             |
| 第二节 二元函数的极限与连续性    | (52)             |
| 一、二元函数的极限 (52)     | 二、二元函数的连续性 (54)  |
| 习题 8—2             | (57)             |
| 第三节 偏导数与全微分        | (57)             |
| 一、偏导数的定义 (57)      | 二、二阶偏导数 (63)     |
| 习题 8—3 (1)         | (65)             |
| 三、全微分 (66)         |                  |
| 习题 8—3 (2)         | (72)             |
| 第四节 多元函数微分法        | (73)             |
| 一、复合函数微分法 (73)     | 习题 8—4 (1)       |
| (81)               | 二、隐函数微分法 (82)    |
| 习题 8—4 (2)         | (84)             |
| 第五节 多元函数微分法的应用     | (85)             |
| 一、偏导数的几何应用 (85)    | 习题 8—5 (1) (90)  |
| 二、二元函数的极值及其求法 (91) | 习题 8—5 (2)       |
| (97)               | 复习题八 (97)        |
| 第九章 重积分            | (101)            |
| 第一节 二重积分的概念及其性质    | (101)            |
| 一、两个实例 (101)       | 二、二重积分的定义 (104)  |
| 三、二重积分的性质 (106)    | 习题 9—1 (109)     |

|                      |       |
|----------------------|-------|
| 第二节 二重积分的计算法         | (109) |
| 一、在直角坐标系中的计算法        | (110) |
| 二、在极坐标系中的计算法         | (119) |
| 习题9—2                | (123) |
| 第三节 二重积分的应用举例        | (126) |
| 一、几何应用举例             | (127) |
| 二、物理应用举例             | (132) |
| 习题9—3                | (139) |
| 第四节 三重积分的概念及计算法      | (140) |
| 一、三重积分的概念            | (140) |
| 二、三重积分的计算法           | (142) |
| 习题9—4                | (155) |
| 复习题九                 | (157) |
| <b>第十章 曲线积分与曲面积分</b> | (160) |
| 第一节 对弧长的曲线积分         | (160) |
| 一、对弧长的曲线积分的概念        | (160) |
| 二、对弧长的曲线积分的性质        | (162) |
| 三、对弧长的曲线积分的计算法       | (163) |
| 习题10—1               | (166) |
| 第二节 对坐标的曲线积分         | (167) |
| 一、对坐标的曲线积分的概念        | (167) |
| 二、对坐标的曲线积分的性质        | (170) |
| 三、对坐标的曲线积分的计算法       | (171) |
| 习题10—2               | (175) |
| 第三节 格林公式             | (177) |
| 一、格林公式               | (177) |
| 二、曲线积分与路径无关的条件       | (180) |
| 习题10—3               | (183) |
| *第四节 曲面积分            | (184) |
| 一、对面积的曲面积分           | (184) |
| 二、对坐标的曲面积分           | (190) |
| 三、高斯公式               | (202) |
| *习题10—4              | (203) |
| 复习题十                 | (205) |
| <b>第十一章 无穷级数</b>     | (209) |



第一节 无穷级数的敛散性…………… (209)

一、无穷级数及其敛散性(209) 二、无穷级数的基本性质(212) 三、级数收敛的必要条件(213) 习题11—1(215)

第二节 常数项级数的审敛法…………… (216)

一、正项级数的审敛法(216) 二、交错级数的审敛法(221) 三、绝对收敛与条件收敛(223) 习题11—2(224)

第三节 幂级数…………… (225)

一、函数项级数的一般概念(225) 二、幂级数及其收敛性(226) 三、幂级数的运算(231) 习题11—3(234)

第四节 函数展开为幂级数…………… (235)

一、泰勒公式(235) 二、泰勒级数(237) 三、把函数展开成幂级数(239) 习题11—4(245)

\*第五节 傅立叶级数…………… (246)

一、周期为 $2\pi$ 的函数的傅立叶级数(246) 二、定义在 $[-\pi, \pi]$ 或 $[0, \pi]$ 上的函数的傅立叶级数(257) 三、周期为 $2l$ 的函数的傅立叶级数(263)

\*习题11—5(269) 复习题十一(270)

习题答案…………… (274)

## 第七章 向量代数与空间解析几何

空间解析几何是用代数方法来研究空间几何问题的，本章在建立空间直角坐标系后，将介绍向量及其运算，并以向量为工具来讨论空间的平面和直线，最后介绍空间的曲面和曲线的方程。

### 第一节 空间直角坐标系与向量

#### 一、空间直角坐标系

过空间一个定点 $O$ 作三条相互垂直的数轴 $Ox$ 、 $Oy$ 、 $Oz$ ，这就建立了一个空间直角坐标系。定点 $O$ 称为**坐标原点**，三条数轴称为**坐标轴**，分别为 $x$ 轴、 $y$ 轴、 $z$ 轴，各坐标轴的顺序和正向可按右手法则规定如下：以右手握住 $z$ 轴，让右手的四指从 $x$ 轴正向以 $\frac{\pi}{2}$ 角度转向 $y$ 轴正向时，大拇指所指方向就是 $z$ 轴正向。每两条坐标轴可以确定一个平面，这样的平面共有三个，统称为**坐标平面**，顺次为 $xy$ 面、 $yz$ 面、 $zx$ 面，其中 $xy$ 面是由 $x$ 轴与 $y$ 轴确定的，其余类同。这三个平面相互垂直，且把空间分成八个部分，每一部分称为一个**卦限**，含有正向 $x$ 轴、正向 $y$ 轴和正向 $z$ 轴的那个卦限称为**第一卦限**（图7—1）。

设 $P$ 为空间的一点（图7—2），过点 $P$ 作垂直于三坐标轴

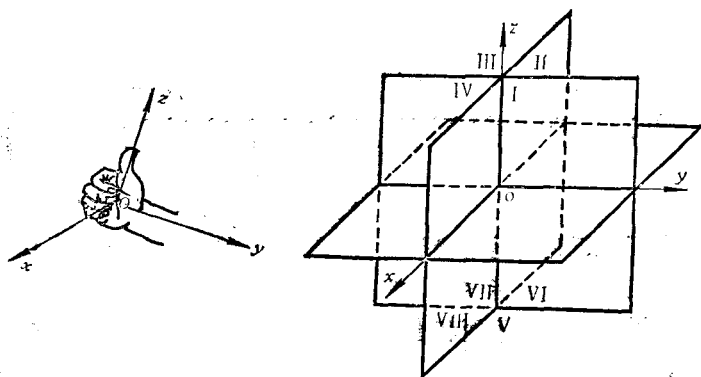


图 7-1

的平面，与三坐标轴分别相交于 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 三点，设这三点在 $x$ 轴、 $y$ 轴、 $z$ 轴上的坐标顺次为 $x$ 、 $y$ 、 $z$ ，于是空间的一点 $P$ 唯一地确定了一个有序数组 $(x, y, z)$ 。反之，已知一个有序数组 $(x, y, z)$ ，在空间必有唯一确定的一点与它对应，因此空间的所有点与全体有序数组 $(x, y, z)$ 之间建立了一一对应的关系。

这组数 $(x, y, z)$ 就称为点 $P$ 的坐标，记为 $P(x, y, z)$ 。其中 $x$ 称为横坐标， $y$ 称为纵坐标， $z$ 称为竖坐标。

显然，原点 $O$ 的坐标为 $(0, 0, 0)$ ；在 $x$ 轴上的点， $y = z = 0$ ；在 $y$ 轴上的点， $z = x = 0$ ；在

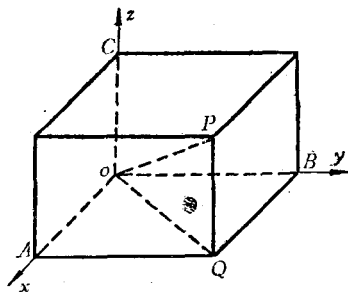


图 7-2

$z$ 轴上的点， $x = y = 0$ ；在 $yz$ 面上的点， $x = 0$ ；在 $zx$

面上的点,  $y = 0$ ; 在  $x y$  面上的点,  $z = 0$ .

从图7-2可以看出

$$|OQ|^2 = |OA|^2 + |AQ|^2 = |OA|^2 + |OB|^2 = x^2 + y^2,$$

$$|OP|^2 = |OQ|^2 + |QP|^2 = |OQ|^2 + |OC|^2 = x^2 + y^2 + z^2,$$

所以, 点  $P(x, y, z)$  与原点  $O(0, 0, 0)$  的距离是

$$|OP| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}.$$

## 二、向量及其线性运算

### 1. 向量的概念

在一些物理量中, 如力、位移、速度等, 它们除有大小外还有方向, 这种既有大小又有方向的量称为**向量**.

我们用有向线段  $\overrightarrow{OP}$  来表示向量(图7-3), 其中  $O$ 、

$P$  分别为向量  $\overrightarrow{OP}$  的起点和终点, 线段的长度  $|OP|$  表示向量  $\overrightarrow{OP}$  的大小. 也可用粗体字母  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ 、 $\cdots$  表示向量.

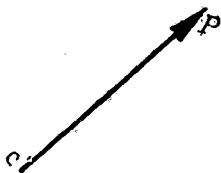


图 7-3

对于向量, 我们只考虑其大小和方向, 不考虑其起点, 向量可以平行地自由移动(称为**自由向量**). 因此, 如果两向量  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$  的大小相等, 方向相同, 就称它们是**相等的**, 记作  $\mathbf{a} = \mathbf{b}$ .

向量的大小称为**向量的模**, 向量  $\mathbf{a}$  的模记作  $|\mathbf{a}|$ . 模等于1的向量称为**单位向量**, 模等于零的向量称为**零向量**, 记作  $\mathbf{0}$ , 零向量的方向不定.

## 2. 向量的加减法

设有两个非零向量  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ ，平移  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$  使起点重合，并以  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$  为边作平行四边形（如图 7—4 所示），那么，以  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$  的起点为起点的对角线所表示的向量定义为**两向量之和**，记作  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ ，这就是向量加法的**平行四边形法则**。由于向量  $\mathbf{b}$  的起点可以平行移动到  $\mathbf{a}$  的终点，因而向量的加法也可理解为：以向量  $\mathbf{a}$  的终点为向量  $\mathbf{b}$  的起点作向量  $\mathbf{b}$ ，然后作出由  $\mathbf{a}$  的起点到  $\mathbf{b}$  的终点的向量，即为  $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ ，这是向量加法的**三角形法则**，这个法则可以推广到求任意有限个向量的和。

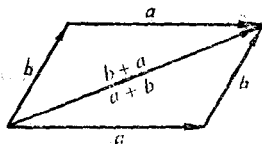


图 7—4

从图 7—4、7—5 可以看出：向量的加法满足交换律和结合律，即

$$\mathbf{a} + \mathbf{b} = \mathbf{b} + \mathbf{a};$$

$$(\mathbf{a} + \mathbf{b}) + \mathbf{c} = \mathbf{a} + (\mathbf{b} + \mathbf{c}).$$

向量的减法，可以看作向量加法的逆运算。规定：若  $\mathbf{b} + \mathbf{c} = \mathbf{a}$ ，则  $\mathbf{c}$  称为  $\mathbf{a}$  与  $\mathbf{b}$  的差，记作  $\mathbf{c} = \mathbf{a} - \mathbf{b}$

（图 7—6）。

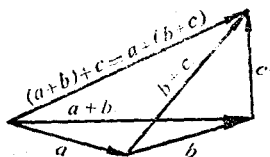


图 7—5

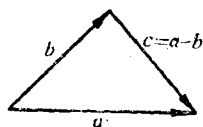


图 7—6

与已知向量  $\mathbf{a}$  的模相等而方向相反的向量称为  $\mathbf{a}$  的**负向量**，记作  $-\mathbf{a}$ 。

应用负向量的概念，可以把向量的减法变成向量的加法来运算，即

$\mathbf{a} - \mathbf{b} = \mathbf{a} + (-\mathbf{b})$  (图 7-7)。

### 3. 数乘向量

**定义** 向量 $\mathbf{a}$ 与数量 $\lambda$ 的乘积 $\lambda\mathbf{a}$ 仍是一个向量,  $\lambda\mathbf{a}$ 的模是 $|\lambda| \cdot |\mathbf{a}|$ 。当 $\lambda > 0$ 时,  $\lambda\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{a}$ 的方向相同; 当 $\lambda < 0$ 时,  $\lambda\mathbf{a}$ 与 $\mathbf{a}$ 的方向相反。

$\lambda = 0$ 时,  $\lambda\mathbf{a} = \mathbf{0}$ ;  $\lambda = 1$ 时,

$1 \cdot \mathbf{a} = \mathbf{a}$ ;  $\lambda = -1$ 时,  $(-1) \cdot \mathbf{a} = -\mathbf{a}$ 。

数乘向量满足结合律与分配律, 即

$$\mu(\lambda\mathbf{a}) = (\mu\lambda)\mathbf{a},$$

$$\lambda(\mathbf{a} + \mathbf{b}) = \lambda\mathbf{a} + \lambda\mathbf{b},$$

$$(\lambda + \mu)\mathbf{a} = \lambda\mathbf{a} + \mu\mathbf{a},$$

其中 $\lambda, \mu$ 都是数量。

设 $\mathbf{a}$ 为非零向量, 令 $\lambda = \frac{1}{|\mathbf{a}|}$ , 于是 $\lambda\mathbf{a} = \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$ ,  $\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$ 的模等于 1, 故 $\frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$ 是一个与 $\mathbf{a}$ 同向的单位向量, 记作 $\mathbf{a}^\circ = \frac{\mathbf{a}}{|\mathbf{a}|}$ , 因此 $\mathbf{a}$ 可以表示为

$$\mathbf{a} = |\mathbf{a}|\mathbf{a}^\circ.$$

这将给以后的向量运算带来很大方便。例如, 设 $\mathbf{i}$ 是与 $x$ 轴同向的单位向量,  $\overrightarrow{OA}$ 是 $x$ 轴上的一个向量, 点 $A$ 的坐标为 $x$ , 则不论 $\overrightarrow{OA}$ 的方向是否与 $x$ 轴同向, 都有

$$\overrightarrow{OA} = x\mathbf{i},$$

且当 $x > 0$ 时,  $\overrightarrow{OA}$ 与 $x$ 轴的方向相同; 当 $x < 0$ 时,  $\overrightarrow{OA}$ 与 $x$ 轴的方向相反。

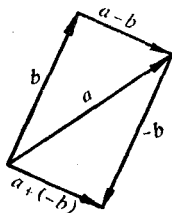


图 7-7

### 三、向量的坐标表示

上面从几何角度介绍了向量及其运算，但是有些问题仅靠几何方法是很难解决的。现在用代数方法来讨论向量及其运算。

在空间直角坐标系中，沿  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴的方向分别取单位向量  $\mathbf{i}$ 、 $\mathbf{j}$ 、 $\mathbf{k}$ ，称为基本单位向量。

设向量  $\mathbf{a}$  的起点在坐标原点  $O$  (图7—8)，过  $\mathbf{a}$  的终点  $P(x, y, z)$  作三个平面，分别垂直于三条坐标轴，并顺次交于点  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 。

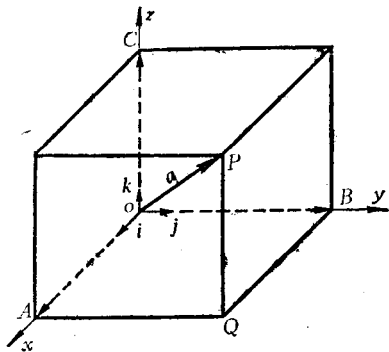


图 7—8

因  $\overrightarrow{OA}$  在  $x$  轴上，点  $A$  的

坐标是  $x$ ，故有  $\overrightarrow{OA} = x\mathbf{i}$ ，同理有  $\overrightarrow{OB} = y\mathbf{j}$ ， $\overrightarrow{OC} = z\mathbf{k}$ ，从而有

$$\mathbf{a} = \overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k},$$

上式称为向量  $\mathbf{a}$  的坐标表示式，简记为

$$\mathbf{a} = \{x, y, z\}.$$

$x$ 、 $y$ 、 $z$  也称为向量  $\mathbf{a}$  的坐标，而  $(x, y, z)$  恰是向量  $\mathbf{a}$  的终点  $P$  的坐标。向量  $x\mathbf{i}$ 、 $y\mathbf{j}$ 、 $z\mathbf{k}$  分别叫做  $\mathbf{a}$  在  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴上的分向量。显然，零向量的三个坐标全为零，即  $\mathbf{0} = \{0, 0, 0\}$ ，基本单位向量的坐标分别为： $\mathbf{i} = \{1, 0, 0\}$ ，

$$\mathbf{j} = \{0, 1, 0\}, \mathbf{k} = \{0, 0, 1\}.$$

例1 已知 $\mathbf{a} = \overrightarrow{AB}$ 是以 $A(x_1, y_1, z_1)$ 为起点,  $B(x_2, y_2, z_2)$ 为终点的向量(图7-9), 求向量 $\mathbf{a}$ 的坐标.

$$\begin{aligned} \text{解 } \mathbf{a} = \overrightarrow{AB} &= \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \\ &= (x_2\mathbf{i} + y_2\mathbf{j} + z_2\mathbf{k}) - (x_1\mathbf{i} + y_1\mathbf{j} + z_1\mathbf{k}) \\ &= (x_2 - x_1)\mathbf{i} + (y_2 - y_1)\mathbf{j} + (z_2 - z_1)\mathbf{k}, \end{aligned}$$

即  $\mathbf{a} = \{x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1\}$ .

由此可知, 起点不在坐标原点的向量的坐标, 恰好等于向量终点坐标与起点坐标之差.

利用向量的坐标表示式、向量加法的交换律与结合律, 以及数乘向量的结合律与分配律, 可进行如下运算:

$$\begin{aligned} \text{设 } \mathbf{a} &= \{a_x, a_y, a_z\}, & \mathbf{b} &= \{b_x, b_y, b_z\}, \\ \text{即 } \mathbf{a} &= a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}, & \mathbf{b} &= b_x\mathbf{i} + b_y\mathbf{j} + b_z\mathbf{k}, \\ \text{则 } \mathbf{a} \pm \mathbf{b} &= (a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}) \pm (b_x\mathbf{i} + b_y\mathbf{j} + b_z\mathbf{k}) \\ &= (a_x \pm b_x)\mathbf{i} + (a_y \pm b_y)\mathbf{j} + (a_z \pm b_z)\mathbf{k}, \\ \lambda\mathbf{a} &= \lambda(a_x\mathbf{i} + a_y\mathbf{j} + a_z\mathbf{k}) \\ &= (\lambda a_x)\mathbf{i} + (\lambda a_y)\mathbf{j} + (\lambda a_z)\mathbf{k}. \quad (\lambda \text{ 为数量}) \end{aligned}$$

或记为

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \pm \mathbf{b} &= \{a_x \pm b_x, a_y \pm b_y, a_z \pm b_z\}, \\ \lambda\mathbf{a} &= \{\lambda a_x, \lambda a_y, \lambda a_z\}. \end{aligned}$$

由此可见, 对向量的运算可以转化为普通的代数运算.

例2 已知 $\mathbf{a} = \{1, -2, 3\}$ ,  $\mathbf{b} = \{1, 5, -4\}$ ,

求  $2\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$ .

解 因  $2\mathbf{a} = \{2, -4, 6\}$ ,  $3\mathbf{b} = \{3, 15, -12\}$ ,

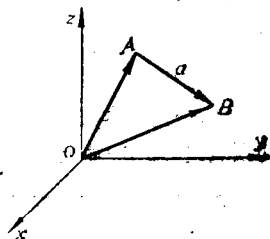


图 7-9



所以

$$\begin{aligned}2\mathbf{a} - 3\mathbf{b} &= \{2 - 3, -4 - 15, 6 - (-12)\} \\ &= \{-1, -19, 18\}.\end{aligned}$$

## 习 题 7—1

1. 在空间直角坐标系中, 定出点  $A(3, 1, 2)$  与  $B(2, -1, 3)$  的位置, 并求出它们关于 (1) 各坐标面; (2) 各坐标轴; (3) 原点的对称点的坐标.

2. 一立方体放置在  $xy$  平面上, 其底面的中心与原点相合, 底面的顶点在  $x$  轴和  $y$  轴上. 已知立方体的边长为  $a$ , 求其它各顶点的坐标.

3. 已知平行四边形  $ABCD$ , 设  $\overrightarrow{AB} = \mathbf{a}$ ,  $\overrightarrow{AD} = \mathbf{b}$ , 试用  $\mathbf{a}$  和  $\mathbf{b}$  表示向量  $\overrightarrow{MA}$ ,  $\overrightarrow{MB}$ ,  $\overrightarrow{MC}$  和  $\overrightarrow{MD}$ , 这里  $M$  是平行四边形对角线的交点.

4. 已知向量  $\mathbf{a} = \{3, 5, -1\}$ ,  $\mathbf{b} = \{2, 2, 2\}$ ,  $\mathbf{c} = \{4, -1, -3\}$ , 求 (1)  $2\mathbf{a} - 3\mathbf{b} + 4\mathbf{c}$ ; (2)  $m\mathbf{a} + n\mathbf{b}$  ( $m, n$  是常数).

5. 设向量  $\mathbf{a} = \{3, 2, 1\}$ ,  $\mathbf{b} = \{1, -1, 2\}$ ,  $\mathbf{c} = \{x, y, z\}$ , 问当  $x, y, z$  分别取什么值时, 等式  $3\mathbf{a} - 5\mathbf{b} + 2\mathbf{c} = \mathbf{0}$  才能成立?

## 第二节 数量积与向量积

### 一、两向量的数量积

首先, 我们来建立空间两向量的夹角的概念. 设在空间有两向量  $\mathbf{a}$ 、 $\mathbf{b}$ , 交于点  $M$  (图7—10). 在两向量所决定的平面上, 从一向量的正向到另一向量的正向所需旋转的角度为  $\theta$  (限定

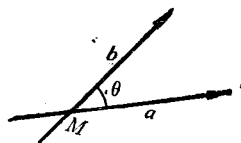


图 7—10