

王 武 刘启文 危福秋编写



OXUE FUDAO CONGSHU

小学数学行程和工程问题解析

湖南教育出版社

小学数学行程和工程问题解析

王 武 刘启文 危福秋 编写

责任编辑：邵泰芳

湖南教育出版社出版（长沙市展览馆路14号）

湖南省新华书店发行 湘阴县印刷厂印刷

1982年10月第1版第1次印刷

字数：79,000 印张：4.125 印数：1—30,000

统一书号：7284·96 定价：0.32元

前 言

在小学数学应用题的教学中，行程和工程问题是重要的内容，也是学生难懂、教师难教的部分。为了提高小学高年级学生分析和解答应用题的能力、帮助小学数学教师改进教学方法和提高教学质量，我们编写了这本《小学数学行程和工程问题解析》。

本书是我们解答行程和工程问题的粗浅体会和教学经验的初步总结。解答行程和工程问题，要掌握分析问题的方法和解题的关键。本书在解答问题方面，力求抓住关键，深入浅出；在教法方面的一些建议，也是我们在长期执教过程中反复试验设计而成的。这本书既可供小学数学教师参考，也可以供学生家长辅导子女使用。

全书分为两部分，前一部分是行程问题，后一部分是工程问题。两部分的内容对有关基础知识都作了介绍，对解题方法进行了研究，并指出解题关键和应注意的问题，对教法也作了多方面的探讨，如口讲法、比较法、观察法、幻灯法等。书中的例题和习题，部分是基本题，有分析、解答、验算，以便读者自学；部分是难题，是作为资料编入的，目的在于开拓读者视野，提高解题能力。

由于水平有限，经验不足，书中难免有缺点和错误，恳请读者批评指正。

王 武 刘启文 危福秋

一九八二年四月于长沙

目 录

一、行程问题	(1)
(一)行程问题及其关系式.....	(1)
(二)行程问题一题多解.....	(5)
1.相向与背向而行问题.....	(5)
2.同向而行问题.....	(37)
(三)行程问题的解答步骤.....	(64)
(四)行程问题教学.....	(68)
1.速度概念教学.....	(68)
2.行程中的相遇问题.....	(70)
3.行程中的追及问题.....	(78)
4.行程问题复习课.....	(81)
二、工程问题	(84)
(一)工程问题及其关系式.....	(84)
(二)工程问题一题多解.....	(85)
(三)工程问题的解答步骤.....	(110)
(四)工程问题教学.....	(112)
1.工程问题准备课.....	(112)
2.算术解法教学.....	(115)
3.方程解法教学.....	(118)
4.工程问题复习课.....	(121)
三、自编应用题的教学	(124)

一、行程问题

(一) 行程问题及其关系式

行程问题是以其内容来分类的。凡是涉及到时间、距离、速度这三个量的问题，都可称为行程问题。

由于物体所处的位置前后不同，相隔的距离有远有近，出发的地点和前进的方向也各不一样，其速度有快有慢，行走的时间也有长有短，故行程问题可分为相向相遇问题和同向追及问题两大类。而这两类问题主要又是涉及两个人（或两辆车……等）从两地出发匀速运动的问题。

两个人从两地出发作匀速运动，由行走方向来区别，可分三种情况：（1）相向而行。两个人之间的距离不断缩短，当距离为零时，两人相遇。（2）同向而行。速度慢的一人在前，快的一人在后，两人之间的距离不断缩短，当距离为零时，后者追上前者；反之，若速度快的一人在前，慢的一人在后，两人间的距离将不断拉大，不能追及。（3）反向而行。两人间的距离不断增大。如果两人在环行道路上行走，相向而行与反向而行实质相同，两人都将相遇；如果同向而行，不论速度快的人在先，还是速度慢的人在先，快的都将追及慢的。

行程问题的关系式，有以下几种情况：

1)行程问题中最基本的数量有时间、距离和速度。其中最主要的是速度。因为从速度概念可以导出行程问题的关系式，而这个关系式包括距离和时间。运动物体走同样的路程花的时间少表示快，花的时间多表示慢。可见时间和路程是表示物体运动快慢不可缺少的两个因素。因此，我们可以得出速度的概念：速度是用来表示物体运动快慢的物理量，它等于单位时间内所通过的路程。或者说，运动物体所经过的路程与通过这段路程所用的时间的比叫做运动的速度。

由速度概念可得出关系式：

速度 = 路程 ÷ 时间

$$V = S \div T$$

关系式中，V表示速度，S表示路程，T表示走完路程S所花的时间。

由 $V = S \div T$ 可推出

$$S = V \times T \text{ 和}$$

$$T = S \div V$$

这三个等式是行程问题中最基本的关系式。

关系式中的数值单位：速度V的单位是根据路程S和时间T的单位决定的，有厘米/秒，公里/小时等。时间单位有秒、分、小时等；路程的单位有厘米、米、公里等。

例1、某运动员在一次长跑中，用2小时跑完了24公里的距离，他的速度是多少？

解：根据公式 速度 = 距离 ÷ 时间

所以：速度 = $24 \div 2 = 12$ (公里/小时)

答：他的速度是每小时12公里。

2) 如果从两个匀速运动的物体在同一路程上相背而行，同向而行来考究行程问题的话，其关系式有以下两种情况：

① 如果两个物体从两地相向而行或同地相背而行时，距离、速度、时间三者之间的关系式为：

$$S = V_1 T_1 + V_2 T_2$$

式中的 S 表示两运动物体所走过的路程， V_1 、 V_2 分别表示两个运动物体的速度， T_1 、 T_2 分别表示两个运动物体所用的时间。如果两者所用的时间相等，即 $T_1 = T_2$ ，则上式变为：

$$S = (V_1 + V_2) T$$

例2、甲乙两车从两站同时相对开出，甲车以每小时40公里的速度先走1小时，然后乙车才以每小时38公里的速度出发，5小时后两车相遇，问两站的距离是多少？

解：根据距离公式： $S = V_1 T_1 + V_2 T_2$

得： $S = [40 \times (1 + 5) + 38 \times 5]$

$$= 240 + 190 = 430(\text{公里})$$

答：两站距离为430公里。

例3、甲乙两人同时从两城相向而行，甲每小时行5公里，乙每小时行4公里，6小时后相遇，问两城的距离多少公里？

解：根据公式 $S = (V_1 + V_2) T$

得： $S = (5 + 4) \times 6 = 54(\text{公里})$

答：两城的距离为54公里。

② 如果两个物体作同向运动，两者通过的路程差为 S' ，

甲物体的速度为 V_1 ，所用的时间为 T_1 ；乙物体的速度为 V_2 ，所用的时间为 T_2 ，它们之间的关系式有：

假如甲的速度大于乙的速度，即 $V_1 > V_2$ ，

则 $S' = (V_1 - V_2) T_1$

假如乙的速度大于甲的速度，即 $V_2 > V_1$

则 $S' = (V_2 - V_1) T_2$

3) 船在河中航行时分为三个速度，一是船在静水中的速度，即动力速度，简称为船速；二是流水速度，简称为水速；三是船在河水中运行的实际速度。包括顺流速度和逆流速度。

这三者的关系式为：

顺流速度 = 船速 + 水速

逆流速度 = 船速 - 水速

由上面两个关系式又可以推出：

船速 = (顺流速度 + 逆流速度) $\div$ 2

或 水速 = (顺流速度 - 逆流速度) $\div$ 2

例4、河岸上的两镇相距 44.2 里，一只船顺水行用 1.3 小时，逆水行用 1.7 小时，求水速和船速。

解：因为两镇距离 44.2 里，顺水行用 1.3 小时，逆水行用 1.7 小时，所以：

顺水速度 $44.2 \div 1.3 = 34$ (里)/小时

逆水速度 $44.2 \div 1.7 = 26$ (里)/小时

因为：船速 + 水速 = 34

船速 - 水速 = 26

所以 船速 = $(34 + 26) \div 2 = 60 \div 2 = 30$ (里)

$$\text{水速} = (34 - 26) \div 2 = 8 \div 2 = 4 (\text{里})$$

答：水速为4里，船速为30里。

(二) 行程问题一题多解

1. 相向与背相而行问题

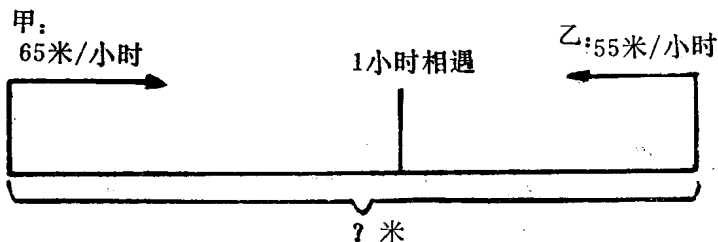
例1、甲乙两人从东西两个城市同时相对而行，甲每分钟走65米，乙每分钟走55米，1小时后两人在途中相遇。求东西两城间的距离。

解法一：

已知条件和所求问题：

	速 度	时 间	距 离
甲	每分钟行65米	1小时后相遇	求东西两城间的距离？
乙	每分钟行55米		

图示：



分析：甲乙两人从东西两城同时相对而行，1小时后相遇，故两城间的距离是甲乙两人共走的路程；而求他们共走的路程，只要分别求出他们各自走的路程。

分步解答：

(1) 两人相遇时甲走了多少米？

$$65 \times 60 = 3900 \text{ (米)} = 3.9 \text{ (公里)}$$

(2) 两人相遇时乙走了多少米？

$$55 \times 60 = 3300 \text{ (米)} = 3.3 \text{ (公里)}$$

(3) 两城相距多少米？

$$3900 + 3300 = 7200 \text{ (米)} = 7.2 \text{ (公里)}$$

综合算式：

$$65 \times 60 + 55 \times 60 = 3900 + 3300 = 7200 \text{ (米)}$$

答：两城相距7200米(7.2公里)

验算：〔7200 - (65 × 60)〕 ÷ 55 = 1 (小时)

或〔7200 - (55 × 60)〕 ÷ 65 = 1 (小时)

解法二：

分析：要求“东西两城间的距离”，就必须知道速度和时间。两人同时相对而行，相遇时间为1小时，故求出速度和后，就可根据基本公式：距离 = 速度 × 时间，求出东西两城的距离。

分步解答：

(1) 两人的速度和是：65 + 55 = 120 (米)/分

(2) 东西两城间的距离是：120 × 60 = 7200 (米)

综合算式：(65 + 55) × 60 = 120 × 60 = 7200 (米)

答：东西两城间的距离7200 (米)

例2、两列火车分别从甲乙两个车站同时相对开出，第一列火车每小时行48.65公里，第二列火车每小时行47.35公里，

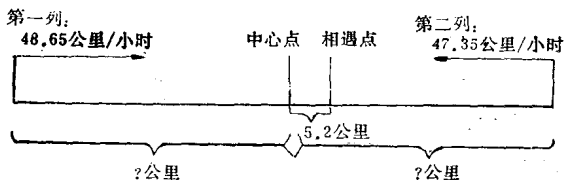
如果在相遇时，第一列火车比第二列火车共多行 5.2 公里，那么相遇时，每列火车各行多少公里？

解法一：

已知条件和所求问题：

速 度	距 离	时 间
第一列火车每小时行 48.65 公里 第二列火车每小时行 47.35 公里	第一列火车比第二列火车共多行 5.2 公里 每列火车各行了多少公里？	几小时后相遇？

图示：



分析：此题解答的关键是求出从开车到相遇时所用的时间。由题中知道，第一列车比第二列车多行了 $(48.65 - 47.35)$ 公里，又相遇时第一列车比第二列车多行了 5.2 公里。那么，就可求出两车相遇的时间，进而求出两车各行的距离。

分步解答：

(1) 两车运动时间为：

$$5.2 \div (48.65 - 47.35) = 4 \text{ (小时)}$$

(2) 第一列火车行了多少公里？

$$48.65 \times 4 = 194.6 \text{ (公里)}$$

(3) 第二列火车行了多少公里?

$$47.35 \times 4 = 189.4 \text{ (公里)}$$

综合列式:

$$48.65 \times [5.2 \div (48.65 - 47.35)]$$

$$= 48.65 \times 4 = 194.6 \text{ (公里)}$$

$$47.35 \times [5.2 \div (48.65 - 47.35)]$$

$$= 47.35 \times 4 = 189.4 \text{ 公里}$$

答: 第一列火车行了194.6公里。

第二列火车行了189.4公里。

$$\text{验算: } 48.65 \times [5.2 \div (48.65 - 47.35)]$$

$$- 47.35 \times [5.2 \div (48.65 - 47.35)]$$

$$= 194.6 - 189.4 = 5.2 \text{ (公里)}$$

解法二:

分析: 题中给出两列火车的速度, 以及相遇时第一列火车比第二列火车共多行了5.2公里; 若设 x 小时后两车相遇, 那么, 可根据两车所行距离的等量关系列出方程。

设: x 小时后两车相遇,

则第一列火车行了 $48.65x$ 公里,

第二列火车行了 $47.35x$ 公里。

因两车相遇时, 第一列火车比第二列火车共多行了5.2公里, 所以得方程:

$$48.65x - 5.2 = 47.35x$$

$$48.65x - 47.35x = 5.2$$

$$1.3x = 5.2$$

$$x = 4$$

答：第一列火车行了 $48.65 \times 4 = 194.6$ （公里）。

第二列火车行了 $47.35 \times 4 = 189.4$ （公里）。

例3、甲乙两火车站相距1300公里，两列火车同时从两站相向开出，快车每小时行70公里，慢车每小时行50公里，几小时后两车还相距100公里？

解法一：

已知条件和所求问题：

距 离	速 度	时 间
甲乙两站相距 1300公里	快车每小时行70公里 慢车每小时行50公里	几小时后两车还 相距100公里？

分析：此题是相向运动问题。假设两车相遇时，他们共行的路程应为 $(1300 - 100) = 1200$ （公里）。现题中给出了两车的速度，因此，可根据关系式：距离 ÷ 速度 = 时间，求出几小时后两车还相距100公里。

分步解答：

（1）两车的速度和是多少？

$$70 + 50 = 120 \text{（公里）}$$

（2）两车相遇的时间是多少？

$$(1300 - 100) \div 120 = 1200 \div 120 = 10 \text{（小时）}$$

综合算式：

$$(1300 - 100) \div (70 + 50) = 10 \text{（小时）}$$

答：过10小时后，两车还相距100公里。

验算： $1300 - (10 \times 70 + 10 \times 50) = 100$ 公里

解法二：

分析：此题是相向而行的问题。可以设想若没有这100公里，那么两车就相遇了。因此，若设 x 小时后两车相遇，就可根据两车共走的距离列出方程了。

设： x 小时后两车相遇。依题意得：

$$70x + 50x = 1300 - 100$$

$$120x = 1200$$

$$x = 10$$

答：同上（略）。

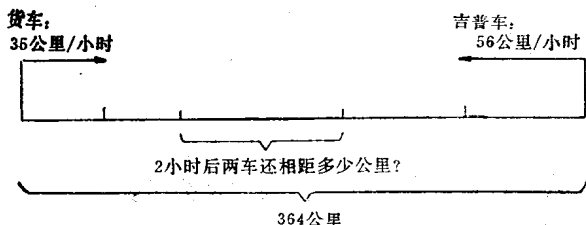
例4、甲乙两地相距364公里，一辆货车以每小时35公里的速度从甲地驶向乙地，一辆吉普车以每小时56公里的速度从乙地同时出发驶往甲地，出发2小时后两车相距多少公里？从出发到相遇要多少小时？

解法一：

已知条件和所求问题：

距 离	速 度	时 间
两地相距364公里 出发两小时后两车 相距多少公里	货车每小时35公里 吉普车每小时56公里	从出发到相遇 要多少小时

图示:



分析: 两车是同时相向而行, 所以两车的速度和是 $35 + 56 = 91$ (公里), 根据公式: 时间 = 距离 ÷ 速度, 就可以求出两车相遇的时间, 以及出发 2 小时后两车相距的里数了。

分步解答:

(1) 两车的速度和是

$$35 + 56 = 91 \text{ (公里)}$$

(2) 出发 2 小时后两车相距多少公里?

$$364 - (91 \times 2) = 364 - 182 = 182 \text{ (公里)}$$

(3) 几小时后两车相遇?

$$364 \div (35 + 56) = 364 \div 91 = 4 \text{ (小时)}$$

综合算式:

$$364 - (35 + 56) \times 2 = 182 \text{ (公里)}$$

$$364 \div (35 + 56) = 4 \text{ (小时)}$$

答: 两车出发 2 小时后相距 182 (公里), 出发到相遇需要 4 小时。

$$\begin{aligned} \text{验算: } 35 \times 4 + 56 \times 4 &= 140 + 224 \\ &= 364 \text{ (公里)} \end{aligned}$$

解法二:

分析：设两车从出发到相遇要经过 x 小时，从而可用代数式（ $35x$ 和 $56x$ ）分别表示两车所行的距离，这样，就可以根据两车共走的距离等于364公里的等量关系列出方程：

设：两车 x 小时后相遇，则 x 小时后，货车行的距离为 $35x$ 公里，吉普车行的距离为 $56x$ 公里。

依题意得：

$$35x + 56x = 364$$

$$91x = 364$$

$$x = 4 \text{ (两车 2 小时后的距离参看解法一(2))}$$

答：两车出发 2 小时后相距 182 公里，出发到相遇经过 4 小时。

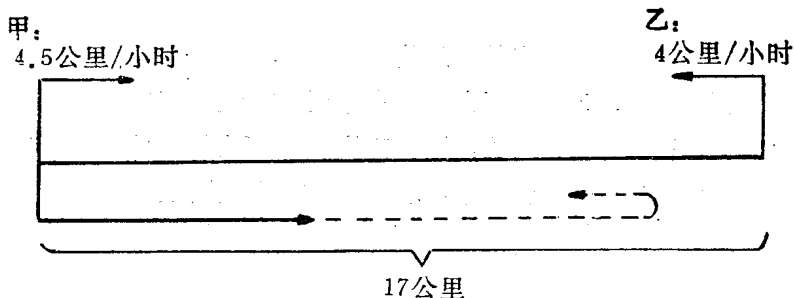
例 5、甲、乙两队学生，从相隔17公里的两地出发相向而行，一个同学骑自行车以每小时14公里的速度在两队之间往返联络（停歇时间不计），如果甲队学生每小时走4.5公里，乙队学生每小时走4公里，问两队学生相遇时，骑自行车的学生共行多少里？

解法一：

已知条件和所求的问题：

距 离	时 间
两地距离17公里 骑自行车的学生共行多少公里？	甲队学生每小时走4.5公里 乙队学生每小时走4公里 骑自行车的学生每小时行14公里

图示:



分析:要求“骑自行车的学生共行多少公里”,关键是求出他运动的时间,而这个时间正是两队学生由出发到相遇的时间。

分步解答:

(1)两队学生几小时后相遇?

$$17 \div (4.5 + 4) = 2 \text{ 小时}$$

(2)骑自行车的学生共行多少公里?

$$14 \times 2 = 28 \text{ (公里)}$$

答:骑自行车的学生共行28公里。

验算略去。

解法二:

分析:设骑自行车的学生共行 x 公里,可用代数式表示他运动的时间。而这个时间也正好是两队学生由出发到相遇的时间,这样,就可以利用时间的等量关系列出方程了。

设:骑自行车的学生共行 x 公里,依题意得:

$$\frac{x}{14} = \frac{17}{4.5 + 4}$$