高中数学水平检测

（理科）

民盟北京市委群力中学教学咨询处　编

中国环境科学出版社

高中数学水平检测（理科）

民盟北京市委群力中学教学咨询处　编

编写者　刘景波　鲁纯诚　盛珍娥　刘彭芝
贾宝清　张玉云　段宝琴

中国环境科学出版社

内 容 简 介

本丛书根据教学大纲要求，由北京市十多所重点学校有多年丰富教学经验的教师，在近几年来毕业总复习的基础上汇编、整理而成。本书注意了基础知识和基本方法的训练，立足于培养学生分析问题与解决问题的能力，既强调知识的系统性，又突出总结分析问题的规律与解题方法，使读者通过练习达到巩固基础知识和学会解题方法的目的。

本书主要内容包括三部分：一、复习导语；二、自我检测题；三、练习题参考答案。

本书可供高中学生和自学青年课外练习，以及高中数学教师参考。

高中数学水平检测（理科）

民盟北京市委群力中学教学咨询处 编

编写者 刘景波 鲁纯诚 盛诊娥 刘彭芝 贾宝清 张玉云 段宝琴

*

中国环境科学出版社出版

崇文区东兴隆街69号

北京市通县马驹桥印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行 各地新华书店经售

*

1989年3月第 一 版 开本：787×1092 1/32

1989年3月第一次印刷 印张：9

印数：1—23 100 字数：198千字

ISBN 7-80010-311-0/G·096

定价：2.90元

前　言

为了帮助高中毕业生在考前按教学大纲的要求，系统地复习巩固中学阶段学过的各科知识，并将知识转化为能力，从而提高学生毕业后参加工作、升学应考的实际能力和水平，民盟北京市委智力开发部所属群力中学教学咨询处，邀请并组织北京人大附中、北大附中、清华附中、师大实验中学、北京三中、四中、二十二中、师院附中、京工附中、地质附中、铁道附中、八一中学、一〇一中、西城教研中心、海淀教科所、海淀进修学校等16个教学、科研单位的有丰富教学经验的教师及科研人员，编写了《高中水平检测》丛书。

这套丛书共9册。各册均以本学科教学大纲为基础，以课内知识为主体，并适当兼顾课外知识。除对复习内容、要点作必要提示外，本册书计有11个单元的训练测试题目，并附有参考答案及评分标准，便于同学进行自我水平检测。全书内容既照顾到一般同学的实际水平，又有一定深度、广度和难度。

本丛书可做为高中同学的总复习用书，也可做为教师指导高三同学复习的教学参考书。

全套丛书的组织工作是由刘英、李彩群、张栩、任宝义、娄树华等同志负责的。编写工作是在繁忙的教学之余进行的，限于水平和时间，定有不足之处，恳请读者批评指正。

民盟北京市委群力中学教学咨询处

1988年7月

复习导语

高三数学（理科）自我测试题，是根据教学大纲和统编教材的要求，结合教学实际编写的。它是在近几年高中毕业班总复习的基础上，整理、汇编而成的。

任何学问都包括知识和能力两个方面，而能力比知识更为重要。对于数学来说，能力是指解决问题的才智，这就要求我们具有某种程度的独立见解、判断力、能动性和创造精神。因此中学数学的首要任务就是加强解题训练，这就是编写本书的目的。

总体来说，这本书有下面三个特点：

1.涉及的知识面较宽。对于教材中的重要内容，易混淆的概念都在习题或习题的解答中用到了，并且是从不同的方面和深度加以应用的。对于书中重要的法则，定理，也考虑到了对它们的不同用法。

2.从解题方法上看，本书涉及的解法较全。例如，有直接证明法，也有间接证明法；有代数法、几何法、三角法，也有解析法；有综合法、演绎法、也有分析法等等。总之，对于教学大纲所要求掌握的方法在此都涉及到了。

3.本书除一些基本题外，还有一些创造性才能解答的习题。习题易而不俗，难而不偏。从编排顺序上是由易到难，由简到繁，由浅入深，由模仿到创造，以达到启发读者自己总结出解题规律和分析方法的目的。

学习数学，必须作足量的习题，但是作题的目的和方法要正确，而且习题的数量要适当，以培养自己良好的解题习惯。所谓良好的解题习惯是指以下五个方面：

1.作题的目的是为了深刻地理解并准确地掌握知识，更重要的是在作题过程中不断地提高自己分析问题和解决问题的能力。所以我们应先复习基础知识，然后作题，而不要边作题边查课本的公式和法则。当我们在解决过程中遇到较大阻力时，不能灰心，要努力回忆有关的知识，寻找有用的信息，直到把问题解决为止。所以从某种程度上来说，解题的过程，就是不断克服困难和战胜困难的过程。那种忘了就查书，不会就问人（并非指不能问人）的作题习惯是不好的。

2.认真审题。搞清哪些条件是已知的，哪些数量或关系是未知的，并把已知条件和所求（或求证）的结论沟通起来，选好方法之后再动笔。特别注意的是在审题过程中，要挖掘出题目中的隐含条件。

3.解答必须严谨，每个步骤都要有可靠无误的根据。有的学生在解题时，往往顾此失彼，以偏概全，产生很多漏洞，究其原因，就在于这些学生没有正确理解概念，对定理、公式的条件掉以轻心。所以我们解题时一定要思路清晰，考虑周密，步骤严谨，这也是进一步发展逻辑思维的基础。

4.解题时要注意一题多解，这样可以培养自己从多方面、多角度考虑问题、认识问题和解决问题的习惯。当我们想好一种解法之后，应再进一步想想是否有其它解法，从而比较各种解法的优劣，选出最佳方法。我们宁可少作些题，也要用两种甚至三种以上的方法作好一个题。

5.一法多用，不断总结。我们要不断地总结自己作题的经验、体会。在解答一个问题之后，要想想解答本题用了哪些基础知识，是怎么用的；解决本题的方法还可以应用到哪些问题上去，有没有一般性；由这个题目的解答还可以得到

什么结论和方法；改变一下已知条件，会得到什么样的题目，又如何解答等等。

“伟大的科学发现可以解决重大的问题，但是在解答任何一个问题时都包含着发现的颗粒，你解答的也许是很普通的题目，但是如果它能唤起你求知的欲望，驱使你去创造，如果题目又是你自己解出来的，你就会经历从事发现所必需的智力的紧张，同时体验到胜利的欢乐。”（坡里亚：《怎样解题？》）

目　　录

自我检测题

一、 集合与函数

1.选择题（每题只有一个结论正确）

（1）由5个元素组成的集合的子集个数是（　　）。

(A) 31； (B) 32； (C) 10； (D) 1。

（2）下列不等式中解集是R的是（　　）。

(A) $x^2+2x+1>0$； (B) $\frac{1}{x}-1<\frac{1}{x}$；

(C) $\sqrt{x^2}>0$； (D) $(\frac{1}{3})x>0$。

（3）$A=\{0, 1\}$，$B=\{x|x\subseteq A\}$。A与B的关系正确的是（　　）

(A) $A\subset B$； (B) $A\in B$； (C) $B\in A$； (D) $B\subset A$。

（4）若$X=\{x|x\geqslant 2, x\in N\}$ $Y=\{y|y\geqslant 0, y\in Z\}$其中$f$：$x\rightarrow y=x^2-2x+2$则以上对应关系是（　　）。

(A) 一一映射； (B) 映射； (C) 非映射； (D) 以上全不对。

（5）$y=3x-2x^2$在$(\frac{3}{4},+\infty)$上的反函数是(　　)。

(A) $y=\frac{3\pm\sqrt{9-8x}}{4}$； (B) $y=\frac{3+\sqrt{9-8x}}{4}$；

(C) 不存在反函数； (D) $y=\frac{3-\sqrt{9-8x}}{4}$。

（6）$y=(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)+15$的值域是（　　）。

(A) $y\geqslant 15$; (B) $y\geqslant 14$; (C) $y\in R$; (D) $y\in R^+$

(7) $f(x)=2x^2$, $g(x)=2^x$, 满足 $f[g(x)]=g[f(x)]$ 的所有 x 的值是（　　）。

(A) $x\in R$; (B) $x=\frac{1\pm\sqrt{3}}{2}$; (C) $x\in R^+$; (D) $x\in Q^+$。

(8) 偶函数 $f(x)$ 在 $[0, 4]$ 上递增，那么 $f(-\pi)$ 与 $f(\log_2\frac{1}{16})$ 的大小关系是（　　）。

(A) $f(-\pi)<f(\log_2\frac{1}{16})$;

(B) $f(-\pi)>f(\log_2\frac{1}{16})$;

(C) $f(-\pi)\neq f(\log_2\frac{1}{16})$;

(D) $f(-\pi)=f(\log_2\frac{1}{16})$。

(9) A 是 B 的充分条件，B 是 C 的充要条件，D 是 C 的必要条件，则 D 是 A 的（　　）。

(A) 充要条件； (B) 充分条件； (C) 必要条件；
(D) 非充分非必要条件。

(10) 下列函数中哪一个为奇函数（　　）。

(A) $y=\cos mx$; (B) $y=\sqrt{(1-x)^2}+\sqrt[3]{(1+x^2)}$;

(C) $y=x^2+\sin x$; (D) $y=\frac{1-a^x}{a^x+1}$。

(11) 下列各组中图象完全相同的是（　　）。

(A) $y=x$ 与 $y=2^{\log_2 x}$; (B) $y=2x+1$ 与 $y=\frac{x-1}{2}$;

(C) $xy=1$与$y=\frac{1}{x}$ ；　(D) $y=\mathrm{tg}x$与$x=\mathrm{arctg}y$。

(12) 若$\log_a(\pi-2.5)<\log_b(\pi-2.5)<0$。$a$，$b$是不等于1的正数，那么下列关系中正确的是（　）。

(A) $1<b<a$；(B) $a<b<1$；(C) $1<a<b$；

(D) $b<a<1$。

(13) $\lg^2x+(\lg3+\lg5)\lg x+\lg3\lg5=0$的两根是$\alpha$，$\beta$。那么$\alpha$，$\beta$的值是（　）。

(A) $\lg3\cdot\lg5$；(B) $\lg15$；(C) 15；(D) $\frac{1}{15}$；

(14) 在区间$(-\infty, 0)$上为增函数的是（　）

(A) $y=-\log_{\frac{1}{2}}(-x)$ ；　(B) $y=\frac{x}{1-x}$；

(C) $y=-(x+1)^2$ ；(D) $y=1+x^2$ 。

(15) 设S，T是两个非空集合，且$S\not\subseteq T$，$T\not\subseteq S$，令$X=S\cap T$，那么$S\cup X$等于（　）。

(A) X；(B) T；(C) ϕ；(D) S。

(16) 如果n是正整数，那么$\frac{1}{8}[1-(-1)^n](n^2-1)$的值是（　）。

(A) 一定是零；(B) 一定是偶数；(C) 不一定是整数；

(D) 是整数但不一定是偶数。

(17) 在从A到B的映射中，下列说法正确的是(　)。

(A) B中的某一元素b的原象可能不止一个；

(B) A中的某一元素a的象可能不止一个；

(C) A中的两个不同元素所对应的象必须不同；

(D) B中的两个不同元素的原象可能相同。

（18）就有关A，B两事向全班50名学生调查赞成与否。赞成A的人数是全体的五分之三，其余不赞成；赞成B的人比赞成A的多3人，其余不赞成。另外，对A，B都不赞成的学生人数比对A，B都赞成的学生的三分之一多一人。则对A，B都赞成的学生人数是（　　）。

（A）15人；（B）21人；（C）32人；（D）没有。

（19）若 $f(x)=\lg\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$，$-1<x<1$则

$f\left(\frac{3x+x^3}{1+3x^2}\right)$用$f(x)$表示的是（　　）。

（A）$-f(x)$；（B）$2f(x)$；（C）$3f(x)$；

（D）$[f(x)]^2$。

（20）在下列各题中，$y=ax^2+bx$与$y=ax+b(ab\neq 0)$的图象只可是（　　）。

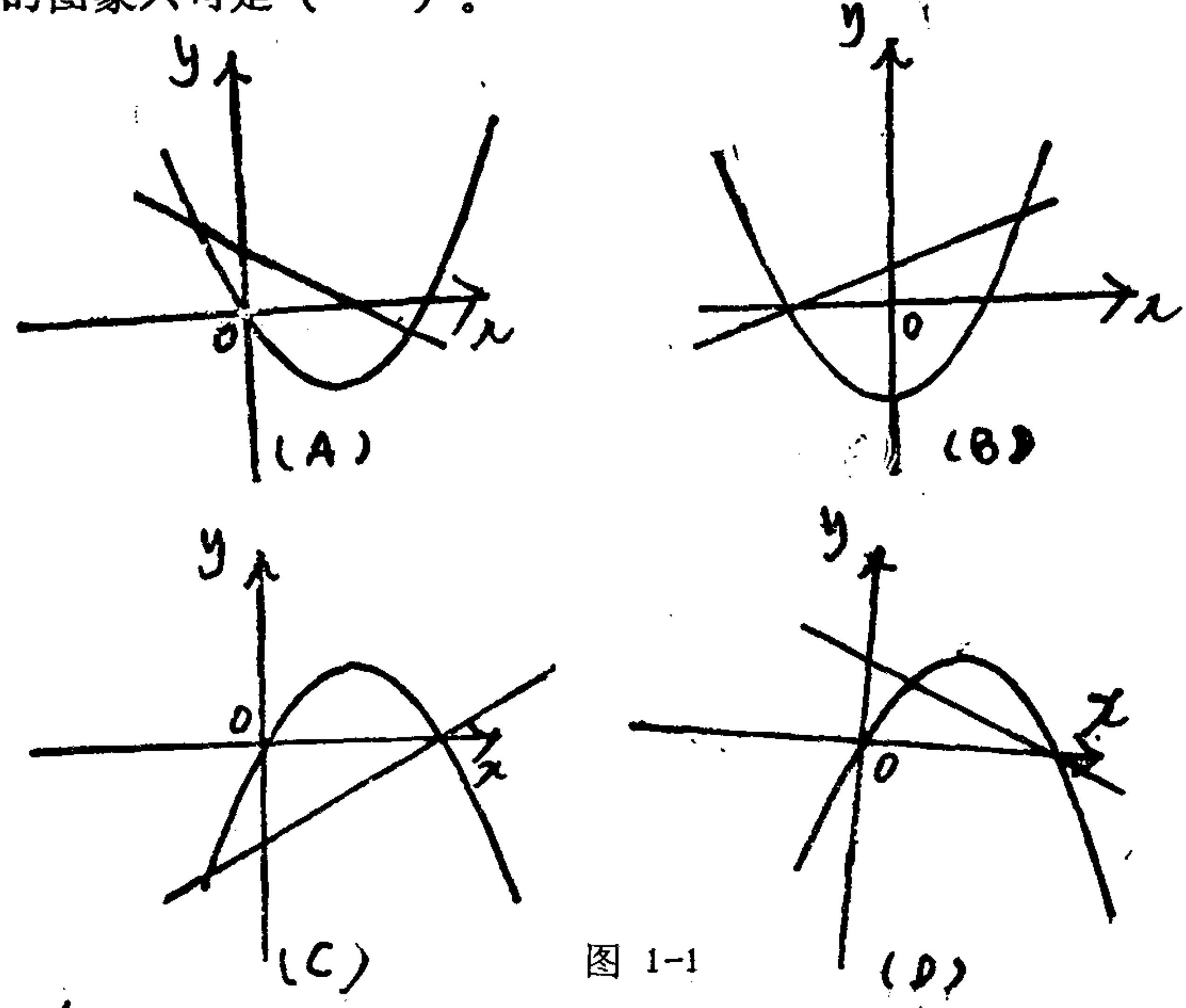

图 1-1

2.填空

（1）写出一个幂函数的解析式，使其图象关于 y 轴对称且在（0，$+\infty$）上递减。________。

（2）写出下列各函数的定义域：

① $y=\dfrac{x^{0}}{\sqrt{\lg(x+3)}}$的定义域是________。

② $y=\dfrac{\log_{\frac{1}{2}}(2-x-x^{2})}{\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^{x}-1}}$的定义域是________。

③$y=\sqrt{\sin x}+\sqrt{16-x^{2}}$的定义域是________。

④$y=\log_{a}\log_{a}\log_{a}x$ 的定义域是________。

⑤$y=\dfrac{\arcsin(x-2)}{\sqrt{\log_{3}(x^{2}-1)-1}}$的定义域是________。

⑥$y=\lg\cos\lg x$ 的定义域是________。

⑦$y=\sqrt{\cos x^{2}}$ 的定义域是________。

⑧$y=\sqrt{\lg(x^{2}+x+2)}+\left(\frac{1}{2}\right)^{x}$ 的定义域是________。

⑨设$f(x)$的定义域是$x\in[0,1]$，那么当$a>0$时，$f(x+a)+f(x-a)$的定义域是________。

⑩设$f(u)$的定义域是（0，1），那么$F(x)=f(\sin x)$的定义域是________________。

（3）求下列各函数的值域：

①$y=5-3x$ 在$x\in[0,4]$的值域是________。

②$y=3x^{2}-2x+2\frac{1}{3}$在$x\in\left[-\frac{1}{2},\frac{1}{4}\right]$的值域是________。

③$y=\dfrac{(x-1)^2}{x^2+1}$的值域是________。

④$y=x^2+\dfrac{1}{x^2}+1$的值域是________。

⑤$y=\sqrt{-x^2+x+2}$的值域是________。

⑥$y=\dfrac{5x-1}{3x+2}$　　的值域是________。

⑦$y=\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}$的值域是________。

⑧$y=\dfrac{1}{(x-1)(2x-1)}$的值域是________。

⑨$y=lg(1-2cosx)$ 的值域是________。

⑩$y=x-\sqrt{x-1}$的值域是________。

(4) 如果 $f(x)=3x^2-1$，那么 $f(x-1)^2=$________。$f[f(x)]=$________。如果 $f(2x)=3x^2-1$，那么 $f(x)=$________。如果 $f(x+\dfrac{1}{x})=x^2+\dfrac{1}{x^2}$，那么 $f(x)=$________。

(5) $y=(2m^2-7m-9)x^{m^2-9m+19}$　　当m为何值时

①y是关于x的正比例函数，且图象倾角为钝角，$m=$________。

②y是关于x的反比例函数，且图象在第一与第三象限内。$m=$________。

(6) 比大小：

① $(\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{2}{3})^{\arccos\frac{1}{2}}$ ______ $(\log_{\frac{1}{2}}\dfrac{4}{5})^{\arccos\frac{1}{2}}$;

② $(\arccos\frac{\sqrt{2}}{2})^{\log_{\frac{1}{2}}\frac{2}{3}}$ ______ $(\arccos\frac{\sqrt{2}}{2})^{\log_{\frac{1}{2}}\frac{4}{5}}$；

③若 $f(x)=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$ 的对称轴方程是 $x-2=0$，试比较 $f(\frac{\sqrt{2}}{2})$ 与 $f(\pi)$ 的大小______。

④ 3^{303} ______ 2^{454}。

⑤ $\sqrt{2}^{\sqrt{3}}$ ______ $\sqrt{3}^{\sqrt{2}}$。

⑥ $\log_{\frac{2}{3}}\frac{3}{2}$ ______ $\log_{\frac{3}{2}}\frac{2}{3}$。

⑦ $\log_n(n+1)$ ______ $\log_{(n+1)}(n+2)\quad (n>1,\ n\in N)$

⑧ $\log_4 62$ ______ $\log_3 28$。

⑨ $(\sqrt{5}+\sqrt{6})^{77}$ ______ $(\sqrt{8}+\sqrt{3})^{77}$。

⑩ $5^{\log_9 7}$ ______ $3^{\log_3 7}$。

(7) ① $y=\sqrt{-x^2+2x+3}$ 的最大值是______。

②若 $x\in R$，$y=(x^2+4x+5)(x^2+4x+2)+2x^2+8x+1$ 的最小值是______。

③ $y=\frac{5}{2x^2-4x+3}$ 的极值是当 $x=$ ____，$y=$ ____。

④ $y=6-\sqrt{x^2-6x+5}$ 的最大值是当 $x=$ ____，时，$y_{max}=$ ______。

⑤ $y=x^2-3x+2$ 在 $x\in(-\infty,\ 0]$ 的极值是______；在 $x\in[0,\ +\infty)$ 的极值是______；在 $x\in[1,\ 3]$ 的极值是______在 $x\in(2,\ 3)$ 的极值是______。

(8) 已知：$A=\{1,\ 2,\ x^2-x+1\}$ $B=\{0,\ x+2,$

x^2+2x+4，$x^3+2x^2-2x+1\}$且$A\cap B=\{1, 3\}$则$A\cup B=$________。

(9) 已知：$A=\{x \mid x\in R\}$ $B=\{y \mid y\in R\}$，A里的元素x按对应关系$x\to y=\mathrm{tg}2x$与B里元素对应。则A里的元素$\mathrm{arctg}2$的象是________。

(10) K为正数且对于每个正数x，函数

$[f(x^2+1)]^{\sqrt{x}}=K$。设$y>0$则$\left[f\left(\frac{9+y^2}{y^2}\right)\right]^{\sqrt{\frac{12}{y}}}$的值是________。

(11) $f(x^n)=\ln x$且$n\in N$则$f(2)=$________。

(12) ①若$y=f(x)$是奇函数，且当$x\geqslant 0$时，$f(x)=x(2-x)$，则当$x<0$时$f(x)$的解析式________。

②若$y=f(x)$是偶函数，且当$x>0$时$f(x)=x(1-x)$求当$x<0$时$f(x)$的解析式________。

(13) 在定义域相同的条件下，

①奇函数与奇函数的积是________。

②奇函数与偶函数的积是________。

③偶函数与偶函数的积是________。

(14) 若$f(x)>0$且$f(x)$为减函数，则$y=[f(x)]^2$是____函数；$y=\left(\frac{1}{3}\right)^{f(x)}$是____函数；$y=\frac{1}{f(x)}$是________函数；$y=\sqrt{f(x)}$是____函数。

(15) 若$f(x)$是增函数，$g(x)$是减函数，$K(x)$是减函数，则$f[g(x)]$是____函数。$g[f(x)]$是____函数。$g[K(x)]$是____函数。

(16) 判断下列各函数的奇偶性：

①$y=3x^2+2$　在$x\in[2, 5]$上是______。

②$y=-3x$　　在$x\in[-1, 1]$上是______。

③$y=\lg\dfrac{\sin x-\cos x}{\sin x+\cos x}$是______。

④$y=\lg(x+\sqrt{x^2+1})$是______。

⑤$y=4x^2+\cos 2x+1$　是______。

⑥$y=\dfrac{e^{\sin x}+1}{e^{\sin x}-1}$是______。

⑦$y=\sqrt[3]{(2x-5)^2}+\sqrt[3]{(2x+5)^2}$是______。

⑧$y=3^x+\lg x^3$是______。

⑨$f(x)=\sqrt{1-x^2}\quad\sqrt{x^2-1}$　　是______。

⑩$f(x)=x\left(\dfrac{1}{2^x-1}+\dfrac{1}{2}\right)$　是______。

(17) $f(x)$是以4为周期的奇函数，且$f(-1)=1$则$f(5)=$______。

(18) $f(x)=2|x|+3$，　$g(x)=4x-5$又$f[p(x)]=g(x)$。求$p(3)=$______。

(19) 写出$y=-\dfrac{2x-3}{x-3}$的图象是由$y=-\dfrac{3}{x}$的图象经过怎样的位置变换而得到的。

(20) 若$\log_a x=2$，$\log_b x=3$，$\log_c x=6$求$\log_{abc}x$的值______。

3.某年级先后举行数、理、化三科竞赛，学生中至少参加一科的人：数学203人，物理179人，化学165人；参加两科的人：数学、物理143人，数学、化学116人，物理、化学97人；三科都参加的是89人。求参加竞赛的学生总数。

4.方程$x^2-ax+b=0$的两根为α，β。方程$x^2-bx+c=0$