

日本初中数学教材

# 新数学

2

习题集

日本初中数学教材

**新数学习题集**

2

东京书籍编辑部 编  
何 子 岚 译

吉林人民出版社

日本初中数学教材  
新数学习题集

2

东京书籍编辑部 编  
何 子 岚 译

\*

吉林人民出版社出版 吉林省新华书店发行  
长春新华印刷厂印刷

\*

787×1092毫米32开本 48印张 96,000字

1980年12月第1版 1980年12月第1次印刷

印数 1—29,596册

书号: 13091·74 定价: 0.39元

# 目 录

I	数的集合和运算	
	1 数的集合和运算	1
	检查测验	10
II	式子的运算	
	1 单项式和多项式	12
	2 多项式的运算	16
	检查测验	24
III	不等式	
	1 一次不等式	26
	2 联立一次不等式	34
	检查测验	38
IV	联立方程	
	1 二元联立方程	40
	2 三元联立方程	48
	检查测验	52

<b>V</b>	<b>一次函数与图象</b>	
1	一次函数	54
2	一次函数与二元一次方程	64
	检查测验	69
<b>VI</b>	<b>三角形</b>	
1	定理与证明	71
2	外心与内心	77
	检查测验	83
<b>VII</b>	<b>四边形</b>	
1	平行四边形	85
2	特殊的平行四边形	89
	检查测验	95
<b>VIII</b>	<b>相似图形</b>	
1	相似三角形	98
2	平行线与比例	104

3	图形的变换·····	110
4	相似形与度量·····	115
	检查测验·····	120
<b>IX</b>	<b>概率</b>	
1	排列和组合·····	122
2	概率·····	127
	检查测验·····	134
<b>附</b>	<b>提示</b>	

# I 数的集合和运算

## 1 数的集合和运算

### A

- 1 右图是：设自然数集为  $A$ ，整数集为  $B$ ，有理数集为  $C$ 。把集合  $A$ 、 $B$ 、 $C$  进行四则运算的结果，是封闭的在表中画  $\bigcirc$ ，不是封闭的在表中画  $\times$ 。

	加法	减法	乘法	除法
$A$	$\bigcirc$	$\times$		
$B$	$\bigcirc$			
$C$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$	$\bigcirc$

试在表中的空白处，填上合适的  $\bigcirc$  或  $\times$ 。

- 2 关于集合  $A = \{-1, 0, 1\}$ ，回答下列各问：
- ①  $A$  对于加法是否封闭？
  - ②  $A$  对于乘法是否封闭？
  - ③ 在上述①、②中如果不是封闭的情况，举例说明这一事实。
- 3 对于集合  $A = \{2, 4, 6\}$  的元素  $a$ 、 $b$  进行这样的运算，使  $a$  与  $b$  的最大公约数和它们对应。

《新数学》2

(中译本)

§ 1

P. 4

P. 5

问1.2

P. 5

问2

P. 7

例5.4

① 填写右面的运算表。

② 集合  $A$  对于这种运算是否封闭? 如果不是封闭的情况, 试举例说明这一事实。

$b$		2	4	6
$a$				
2				
4				
6				

4 对  $18 \times 26$  的运算如下:

$$18 \times 26 = 18 \times (2 \times 10 + 6) \dots\dots\dots(1)$$

$$= 18 \times (2 \times 10) + 18 \times 6 \dots\dots\dots(2)$$

$$= (18 \times 2) \times 10 + 18 \times 6 \dots\dots\dots(3)$$

$$= 36 \times 10 + 108 = 468$$

这个运算在 (1)  $\rightarrow$  (2), (2)  $\rightarrow$  (3) 的变形中, 用了交换律, 结合律, 分配律中的哪些定律?

5 只能被 3 整除的整数全体的集合  $A = \{\dots\dots, -6, -3, 0, 3, 6, \dots\dots\}$

回答下列各问:

- ① 对于加法是否封闭?
- ② 如有加法的单位元, 指出它。
- ③ 指出关于加法的三个逆元。
- ④ 对于乘法是否封闭?
- ⑤ 如有乘法的单位元, 指出它。

6 在有理数的范围内考虑下列各数, 求关于加法的逆元和求关于乘法的逆元。

- ①  $-4$     ②  $\frac{2}{3}$     ③  $10$     ④  $-1$   
⑤  $-1\frac{1}{2}$

§ 2

P. 8例1  
问2,3

P. 10例1、  
2  
P. 10~12  
问1,2,3

P. 12  
问3



- 7 设  $a, b$  是除以 6 时的剩余类  $R_6 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$  的两个元素,  $R$  中的加法和乘法定义如下:

$a + b =$  ( $a$  与  $b$  的和除以 6 得到的余数)。

$a \times b =$  ( $a$  与  $b$  的积除以 6 得到的余数)。

- ① 在剩余类  $R_6$  中, 计算:
- ⑦  $2+5$     ⑧  $4+4$     ⑨  $2 \times 5$
- ⑩  $4 \times 4$
- ⑫ 剩余类  $R_6$  对于运算  $+$  是否封闭?
- ⑬ 对于加法运算, 交换律是否成立?
- ⑭ 如果有运算  $\times$  的单位元, 指出它。
- ⑮ 如果有关于运算  $+$  的 3, 5 的逆元, 指出它。

## B

- 1 确定集合  $A, B, C, D$  如下:

$$A = \{\dots, -10, -5, 0, 5, 10, \dots\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$C = \{-1, 0, 1\}$$

$$D = \{\dots, \frac{1}{8}, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8, \dots\}$$

回答下列各问:

- ① 哪个集合对于加法运算是封闭的?
- ② 哪个集合对于减法是封闭的?

“封闭”的含义

要集合  $A$  的任意元素  $a, b$  之间进行运算 (符号  $\Delta$ ) 所得的结果点 ( $a \Delta b$ ) 总成为  $A$  的元素时, 叫做集合  $A$  对于运算  $\Delta$  是封闭的。

- ③ 如果有对乘法是封闭的集合，指出它。
- ④ 如果有对除法（除以 0 的情况除外）是封闭的集合，指出它。

2 设两个数为  $a$ 、 $b$ ，规定运算  $\circ$  如下：

$$a \circ b = 2a - b$$

试从下列  $A \sim D$  中选出此时对于运算  $\circ$  不是封闭的集合，并举例说明它不是封闭的。

$$A = \{x \mid x \text{ 是自然数}\} \quad B = \{x \mid x \text{ 是整数}\}$$

$$C = \{x \mid x \text{ 是能被 6 整除的整数}\}$$

$$D = \{\dots, -5, -3, -1, 1, 3, 5, \dots\}$$

- 3 右面各运算中，(1)  $\rightarrow$  (2)， $42 \times (11 \times \frac{2}{7}) \dots\dots (1)$   
 (2)  $\rightarrow$  (3)，(4)  $\rightarrow$  (5) 的变形  $= 42 \times (\frac{2}{7} \times 11) \dots\dots (2)$   
 中都运用了运算定律。  
 ① 哪个变形运用了交换律？  $= (42 \times \frac{2}{7}) \times 11 \dots\dots (3)$   
 $= 12 \times 11$   
 ② 哪个变形运用了结合律？  $= 12 \times (10 \div 1) \dots\dots (4)$   
 $= 12 \times 10 + 12 \times 1 \dots\dots (5)$   
 ③ 哪个变形运用了分配律？  $= 120 \div 12$   
 $= 132$

4 关于正的奇数集  $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, \dots\}$ ，

回答下列各问：

- ①  $A$  对于加法是否封闭？如果不是封闭时，举例说明  $A$  不是封闭的。
- ②  $A$  的元素中，是否存在加法的单位元？如果存在，指出它。

- ③  $A$ 对于乘法是否封闭的?如果不是封闭的,举例表示 $A$ 不是封闭的。
- ④  $A$ 的元素中,是否存在乘法的单位元?如果存在,试指出它。
- ⑤ 集合 $A$ 的关于乘法的五个非单位元的逆元是否存在,如果存在,试举出来。
- 5 对于两个数 $a$ 、 $b$ , $\odot$ 表示使 $a(b+1)$ 对应的运算,即 $a \odot b = a(b+1)$ ,关于这个运算,回答下列各问:

① 计算:

⑦  $3 \odot 4$       ⑧  $5 \odot 8$       ⑨  $2 \odot (-3)$

⑩  $(-1) \odot 1$

② 这个运算中,交换律和结合律是否成立?

- 6 对于集合 $B = \{0, 1, 2, 3\}$ 的元素 $a$ 、 $b$ ,考虑取 $a$ 、 $b$ 中较小者(如 $a$ 、 $b$ 为同一个数时,则为该数本身)与之对应的运算 $\cdot$ 。

关于这个运算,回答下列各问:

①  $0 \cdot 1 = 0$        $2 \cdot 2 = 2$

$2 \cdot 3 = 2$

求下列结果:

⑦  $2 \cdot 1$       ⑧  $3 \cdot 0$

⑨  $3 \cdot 3$

$a \backslash b$	0	1	2	3
0		0		
1				
2			2	2
3				

- ② 填完右面的运算 $\cdot$ 的表。
- ③ 集合 $B$ 对于此运算 $\cdot$ 是否封闭的?
- ④ 对于此运算 $\cdot$ ,交换律能否成立?
- ⑤ 对于此运算 $\cdot$ ,结合律能否成立?

- ⑥ 此运算的单位元是什么？  
 ⑦ 关于此运算，集合  $B$  中三个非单位元的逆元是否存在？如果存在，指出它。

7 有一个仪表，沿字盘转一圈为 7（仪表的指针转一圈回到 0）。

- ① 8、10、12 分别以哪个刻度表示？  
 ② 设  $6 \oplus 2$  的运算，就是从刻度 6 向右转两个刻度。即：



$$6 \oplus 2 = 1$$

根据同一想法，分别指出表示下列各运算结果的刻度：

- ⑦  $4 \oplus 5$       ①  $3 \oplus 6$   
 ②  $2 \oplus 3 \oplus 5$     ②  $4 \oplus 2 \oplus 6$   
 ③ 假设②的运算方法是加法时，能否说集合  $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  对于加法是封闭的？

单位元、逆元的含义

- 关于集合  $M$  的运算  $\circ$ ，如果存在对于  $M$  的任意元素  $a$  成为  $a \circ e = e \circ a = a$  的元素  $e$  时， $e$  叫做运算  $\circ$  的单位元。
- 如果存在对于  $M$  的各元素  $a$  成为  $a \circ a' = a' \circ a = e$  的  $M$  的元素  $a'$  的话， $a'$  叫做关于运算  $\circ$  的逆元。

- ④ 是否存在关于加法的单位元？如果存在，指出它。  
 ⑤ 是否存在 0、1 的关于加法的逆元如果存在，指出它。
- 8 设剩余类  $R_3 = \{0, 1, 2\}$  的两个元素为  $a$ 、 $b$ ，确定  $R_3$  的乘法运算如下：

$$a \times b = (a, b \text{ 之积用 } 3 \text{ 去除时的余数})$$

关于此运算  $\times$ ，回答下列各问：

- ① 右表是在剩余类  $R_3$  中进行乘法运算所得结果的一

部分，试在空栏内填数，做完此表。

$a \backslash b$	0	1	2
0	0		
1			
2			

- ② 根据表，求下列  $x$ ：
- ⑦  $2 \times x = 0$     ①  $x \times 1 = 2$
- ③ 剩余类  $R_3$  对于此运算  $\times$  是否封闭？
- ④ 关于此运算，结合律是否成立？
- ⑤ 剩余类  $R_3$  的乘法的单位元是什么？
- ⑥ 分别指出关于此乘法的 1、2 的逆元。

### C

- 1 右表是对集合  $A = \{1, 2, 3\}$  的两个元素  $a$ 、 $b$  进行运算  $\cdot$  的结果的归纳。

$a \backslash b$	1	2	3
1	3	1	2
2	1	2	3
3	2	3	1

- ① 集合  $A$  对于运算  $\cdot$  是否封闭的？
- ② 集合  $A$  的子集  $B = \{2, 3\}$ ，对于此运算  $\cdot$  是否封闭的？如果不是封闭时，举例表示。
- ③ 关于运算  $\cdot$  交换律能否成立？结合律能否成立？如果不能成立时，举例表示。
- ④ 如果有运算  $\cdot$  的单位元，指出它。
- ⑤ 如果具有关于运算  $\cdot$  的 1、2 的逆元，分别指出它。
- 2 具备下列 ⑦、①、②、⑤ 性质的集合  $A$ ，是什么样的集合？用列举所有元素的方法回答。
- ⑦  $A$  对于减法、乘法封闭，但对于除法不封闭。

①  $A \equiv \{x \mid x \text{ 是整数}\}$

②  $12 \in A, \quad 20 \in A$

③  $2 \notin A, \quad 5 \notin A$

3 以两个字母  $a, b$  为元素的集合  $M = \{a, b\}$  具有:

$\phi, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$

四个子集, 在这四个子集之间, 可以考虑构成交集的运算。对此, 回答下列各问:

	$\phi$	$\{a\}$	$\{b\}$	$\{a, b\}$
$\phi$	$\phi$	$\phi$		
$\{a\}$	$\phi$	$\{a\}$		
$\{b\}$				
$\{a, b\}$				

① 右表表示运算  $\cap$  的一部分结果试完成它。

② 集合  $M$  对于运算  $\cap$  是否封闭?

③ 运算  $\cap$  的单位元是什么?

4 剩余类  $R_4 = \{0, 1, 2, 3\}$  的两个元素为  $a, b$  时, 确定在  $R_4$  中的运算  $\triangle, \blacktriangle$  如下:

$a \triangle b = (a \text{ 与 } b \text{ 的和除以 } 4 \text{ 时的余数})$

$a \blacktriangle b = (a \text{ 与 } b \text{ 的积除以 } 4 \text{ 时的余数})$

解此时的下列方程: (设  $x \in R_4$ )

①  $1 \triangle 2 \triangle 3 = x$       ②  $2 \blacktriangle 2 \blacktriangle 2 = x$

③  $x \triangle 2 = 1$       ④  $3 \blacktriangle x = 2$

⑤  $(2 \triangle 2) \blacktriangle 3 = x$       ⑥  $3 \triangle (3 \blacktriangle 2) = x$

5 下列①~⑥的各种情况,  $(a, b) \rightarrow c$  的形式的对应, 分别表示下列①~⑥中的哪个运算?

①  $(4, 2) \rightarrow -4, (3, 3) \rightarrow -2, (5, 1) \rightarrow -6,$

$$(4, 8) \longrightarrow 2$$

$$\textcircled{2} \quad (4, 2) \longrightarrow 4, \quad (3, 3) \longrightarrow 3, \quad (5, 1) \longrightarrow 5,$$

$$(4, 8) \longrightarrow 8$$

$$\textcircled{3} \quad (4, 2) \longrightarrow 1, \quad (3, 3) \longrightarrow 0, \quad (5, 1) \longrightarrow 2,$$

$$(4, 8) \longrightarrow -2$$

$$\textcircled{4} \quad (4, 2) \longrightarrow 5, \quad (3, 3) \longrightarrow 4, \quad (5, 1) \longrightarrow 3,$$

$$(4, 8) \longrightarrow 7$$

$$\textcircled{5} \quad (4, 2) \longrightarrow 2, \quad (3, 3) \longrightarrow 0, \quad (5, 1) \longrightarrow 4,$$

$$(4, 8) \longrightarrow 4$$

$$\textcircled{6} \quad (4, 2) \longrightarrow 0 \quad (3, 3) \longrightarrow -3, \quad (5, 1) \longrightarrow 3,$$

$$(4, 8) \longrightarrow -12$$

$$\textcircled{7} (a, b) \longrightarrow a - b$$

$$\textcircled{1} (a, b) \longrightarrow (a \text{ 与 } b \text{ 的最大公约数})$$

$$\textcircled{2} (a, b) \longrightarrow a + b - 4$$

$$\textcircled{3} (a, b) \longrightarrow (a \text{ 与 } b \text{ 的最小公倍数})$$

$$\textcircled{4} (a, b) \longrightarrow |a - b|$$

$$\textcircled{5} (a, b) \longrightarrow a - (b + 2)$$

$$\textcircled{6} (a, b) \longrightarrow a - 2b$$

$$\textcircled{7} (a, b) \longrightarrow b - (a + 2)$$

$$\textcircled{8} (a, b) \longrightarrow \frac{a+b}{2}$$

$$\textcircled{9} (a, b) \longrightarrow \frac{a-b}{2}$$

$$\textcircled{10} (a, b) \longrightarrow a + 2b$$

$$\textcircled{11} (a, b) \longrightarrow (a \text{ 的约数与 } b \text{ 的约数的个数之和})$$

6 上面的第 5 题的跟①~⑥对应的⑦~⑪的运算中:

- ① 举出交换律成立的所有运算。  
 ② 这些运算可以在全体整数的集合中考虑时，举出所有具有单位元的运算。

## 检查测验

/100

限制时间40分钟

- 1 自然数全体集合  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  对于减法不封闭。为了使联结集合  $N$  与某整数集合  $M$  的  $N \cup M$  对于减法封闭， $M$  必须是什么样的集合？用列举所有元素的方法写出集合  $M$ 。（设  $N \cap M = \phi$ ） (20分)
- 2 对于属于集合  $\{0, 2, 4\}$  的两个数  $a, b$ ，规定用  $\circ$  表示使  $a - b$  的绝对值对应的运算，即：

$$a \circ b = |a - b|$$

对于这个运算，回答下列各问： (各10分—40)

- ① 集合  $\{0, 2, 4\}$  对于运算  $\circ$  是否封闭？  
 ② 对于运算  $\circ$ ，交换律是否成立？  
 ③ 对于运算  $\circ$ ，举出一个结合律不成立的实例。  
 ④ 是否有运算  $\circ$  的单位元？如果有，写出它。
- 3 设剩余类  $R_5 = \{0, 1, 2, 3, 4\}$  的两个元素为  $a, b$ ，确定在  $R_5$  中的加法与乘法如下：

$$a + b = (a \text{ 与 } b \text{ 之和除以 } 5 \text{ 时的余数})$$

$$a \times b = (a \text{ 与 } b \text{ 之积除以 } 5 \text{ 时的余数})$$

① 进行下列运算：

②  $1 + 4$

③  $2 \times 3$

④  $(2 + 4) \times 3$



$$\textcircled{2} \quad (4 \times 2) + 1$$

- ② 分别写出在剩余类  $R_5$  中的加法和乘法的单位元。
- ③ 关于剩余类  $R_5$  的加法的各元素的逆元中，如果有三个逆元，试写出它来。又如果有关于乘法的三个逆元，写出它。