

漫 步

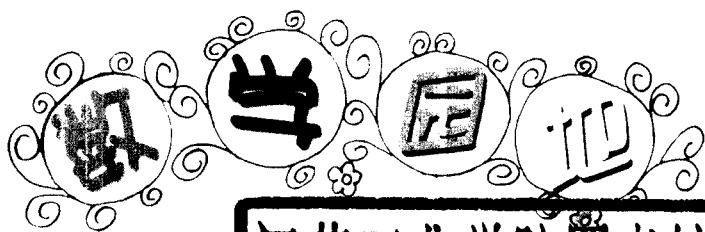
数 学 园 地

马明 马复 著



★ 江蘇教育出版社 ★

漫 步



江苏教育出版社

漫步数学家园

作者 马明 马复
责任编辑 徐正康

出版发行: 江苏教育出版社
(南京市马家街 31 号, 邮政编码: 210009)

网 址: <http://www.edu-publisher.com>

照 排: 苏 中 照 排 中 心

印 刷: 南 京 五 四 印 刷 厂

(南京中和桥 61 号, 邮政编码: 210007)

开本 850×1168 毫米 1/32 印张 8.125 插页 1 字数 126 500

2000 年 10 月第 1 版 2000 年 10 月第 1 次印刷

印数 1—5200 册

ISBN 7—5343—3765—8

G · 3460

定价: 8.60 元

江苏教育版图书若有印刷装订错误, 可向承印厂调换

苏教版图书邮购一律免收邮费, 邮购电话: 025 - 3211774, 8008289797, 邮购地址: 南京市马家街 31 号, 江苏教育出版社发行科。盗版举报电话: 025 - 3300420、3303538。提供盗版线索者我社给予奖励。

点燃学生热爱数学火花的人

(代序)

这本书是我国著名特级教师马明和副教授马复合写的。

第一次知道马明先生,是我上中学的时候。那是缘于他在《中学生学习报》上开的专栏。我从那个专栏中获益良多的同时,也从那时起把他当成了我的老师。

上大学时,教我数学教育学的马复老师是马明先生的儿子。从马复老师那里,我学到了许多现在工作时非常受用的知识。

大学毕业后,我分配到《小学生数学报》,担任一版责任编辑。通过马复老师的引荐,马明先生又成了我的作者,在《小学生数学报》开辟“数学园中话数学”专栏。无论是每次索稿时与马明先生面对面的交流,还是拜读马明先生的大作,我都感到收获很大。

马明先生从事中学数学教学及研究工作四十余年,原任南京师范大学附属中学副校长,现任南京师范大学数学系兼职教授,兼任国家教育部中小学教材审定委员会中学数学学科审查委员,江苏省中小学数学研究会副理事长等职。

数学在培养人的良好品质、发展人的思维能力方面具有重要作用,它具体体现在数学的抽象性、系统性、严密性、逻辑性等方面,在长期的数学教学实践和研究过程中,马明先生一直十分重视数学的内在教育性,他把数学教学作为培养人的整体

工程的一部分,把发展人的素质作为核心。

马明先生为了学生的健康成长,对学生心理和思维的研究付出了极大的努力。在教学中,他常把一些纯数学问题转化为学生关心的实际问题,以引起学生的兴趣;抛出出人意料的结论,让学生坐不住,激起他们强烈的求知欲;利用学生喜欢寻根问底的心理设计教案,不断向学生发问,使学生的思维由潜伏状态变为积极状态,越学越有趣;他还编制一些似是而非、似非而是的数学问题,要求学生判断、猜想和证明,让学生展开直觉思维和逻辑思维的双翼,在数学的领空遨游。他说:“‘热爱’才是最好的老师。”他使他的学生爱数学,爱得热烈,爱得深沉。

在运用数学育人的过程中,马明先生始终十分清醒地认识到中小学数学教育是公民的基础教育,中小学数学要教给学生数学的观念、数学感、数学思想、数学的眼光,而并不是要把学生培养成数学家。几十年来,马明先生以他数学教学的魅力赢得了成千上万的学生和许许多多家长的赞誉。他在教学研究之余,还笔耕不止,为青少年学生、青年教师写下了大量的文章,影响并直接引导着许许多多的数学青年走上了数学教育教育的道路。他是一个善于“点燃学生热爱数学火花的人”。

本书收入的许多篇目,曾经刊载于《小学生数学报》等报刊,深受广大读者的喜爱。其中的《“聚沙成塔”新义》、《追龟记》、《假如时间倒流》、《五猴分桃》等都堪称数学科普小文章的经典之作。我有幸先睹为快,并从中学到很多知识,自然也非常乐意把它介绍给大家。

雍峥嵘

目 录

一丝不苟	1
追龟记	4
“聚沙成塔”新义	6
只靠感觉不行	8
倒过来想	10
改一改“通分”的习惯做法	12
该怎样放牛奶瓶	14
等分图形	16
淘汰制比赛	18
项链问题	20
取水	22
假如时间倒流	24
另换一条思路	26
还原	28

用图表说明还原过程	30
抢三十	32
农妇卖蛋	34
以退为进	37
1995 与 2000	39
一个必胜的游戏	41
“把水倒掉”	43
化归为计算“面积”	45
植树问题	47
鸡兔同笼	49
假设法	51
求积	53
分类	55
头发问题	57
走出展览厅	59
马回原位	61
数一数长方形	63
页码与铅字(1)	65
页码与铅字(2)	67
最高的与最矮的	69
从分羊的故事说起	71
有借有还	73
回收啤酒瓶	75

借给农妇 1 只蛋	77
五猴分桃	79
巧解“五猴分桃”	81
先扣不添	83
细胞繁殖	86
埃及分数	88
筛选质数	91
一道题的筛选法	93
“韩信点兵”的筛选法	95
让图伴你思维	97
用图标出公共部分	99
请图来帮忙	101
让图动起来	103
拉橡皮筋	105
翻杯子	109
您算错了	111
斯坦因豪斯问题	113
缩小范围逐个验证	115
里程碑上的数	117
记数趣事	119
进位制	121
五进制	123
二进制	126

等臂天平称物	128
猜数游戏	130
超重的药瓶	132
只要称一次	134
周期与个位数	137
怎样返回	140
胆大心细	142
你的朋友——数学符号	144
让未知数参加运算	147
学会推理	149
五个集训队	152
用示意图帮助分析	154
要慎重些	156
互换位置	158
手表准吗	160
茶杯盖的故事	162
需要数学机智	164
周长一定的图形面积	166
从“朝三暮四”的故事谈起	168
付邮资	171
插上思维的翅膀——想像	174
上楼的问题(1)	178
上楼的问题(2)	181

去掉最高分和最低分	185
能看到几块小积木	187
涂漆的积木块	192
正方体的展开图	196
正方体的截面图	198
计算圆的半径	201
和、差、积的故事	203
拳头能穿过吗	207
能滚动的图形	210
选数	214
图形的面积(1)	216
图形的面积(2)	219
格点正方形	222
数学中的剪与拼(1)	224
数学中的剪与拼(2)	227
回到简单情况	230
让实验记录说话	233
观察与思维	235
测验你的能力、耐力(1)	237
测验你的能力、耐力(2)	239
测验你的能力、耐力(3)	242
尝试“做数学”(1)	245
尝试“做数学”(2)	248



一 丝 不 苟

做任何事都要一丝不苟,学数学更是这样。

如果甲数比乙数大,乙数比丙数大,那么甲数一定比丙数大;

如果甲数 = 乙数, 乙数 = 丙数, 那么甲数 = 丙数;

甲数比乙数小,乙数比丙数小,那么甲数一定比丙数小。

这就是数的传递性,也叫递移律。你或许认为它很简单,也很明了,没有什么可讲究的。

然而,一件出人意料的事情发生了。

甲、乙、丙三位同学每天早晨练习短跑,老师将三人的成绩以及名次逐日记录下来。一段时间后老师说:

“在多数情况下,甲的名次在乙的名次之前;

“在多数情况下,乙的名次在丙的名次之前;

“在多数情况下……”

下面的话,小马虎不想听了,他直嚷嚷:“根据递



移律,甲的名次更在丙的名次之前!”

可是,老师却宣布:“在多数情况下,丙的名次又在甲的名次之前。”

请看老师前三天的记录:

日 期	第一名	第二名	第三名
1	甲	乙	丙
2	乙	丙	甲
3	丙	甲	乙

对这张表进行统计发现,在3天中有2天,

甲的名次在乙的名次之前(第1、3天);

乙的名次在丙的名次之前(第1、2天);

丙的名次在甲的名次之前(第2、3天)。

这说明,在多数情况下,丙的名次又在甲的名次之前。





太奇怪了!是递移律错了,还是小马虎错了?

请看:甲、乙、丙三支篮球队进行循环赛,甲队胜乙队,乙队胜丙队,你能说,根据递移律,不用再赛,甲队一定胜丙队吗?

这当然不行。

再仔细阅读递移律,它只说明对于甲、乙、丙三个数的大小来说,是具有传递性的,对其他事物就不一定具有这种传递性了。

可见,数学这门科学是十分严密的,学习时要一丝不苟,来不得半点含糊。

想一想:试举两个生活实例,一个可用递移律,一个不可用递移律。



追 龟 记

兔子跑得快，而乌龟却步履迟缓。

一天，乌龟对兔子说：“你让我先走一段，然后再起步追我。不过，你是永远也追不上我的。”兔子很生气：“那我就试试吧！”

一位年老的智者在一旁却说：“不要试了，兔子的确是永远也追不上乌龟的。”

下面就是这位智者的理由(如下图)：



先让乌龟从起点走完一段路，到达甲地，然后兔子从起点追赶乌龟。

当兔子跑到甲地时，乌龟已经走到乙地，因此，兔子在甲地是追不上乌龟的。





于是，龟、兔在各自的起点又向前跑，当兔子跑到乙地时，也赶不上乌龟，因为这时乌龟又向前走了一段路，到达丙地。

兔子又向前追赶。当兔子赶到丙地时，乌龟又向前走了一段，兔子还是追不上乌龟。

根据上面的道理，兔子总是落后乌龟一段路。

因此，智者说：“不必试了，不必试了。”

兔子听后很气馁，也说：“不必试了，不必试了，我是永远永远也赶不上乌龟的。”

这时，年老的智者又笑了：“错了！错了！兔子振作起来，你是可以追上乌龟的。”

果然不错，兔子很快也就追上了乌龟。

当然，这个故事是人编的。

小朋友，你能向兔子说清楚它能追上乌龟的理由吗？

为了便于说明问题，假设乌龟先走的一段路程长 100 米，乌龟每秒爬行 0.1 米，兔子每秒奔跑 1.1 米，因此每秒兔子比乌龟多走 1 米。这说明，只需 100 秒，兔子就可赶上乌龟了。

人类是在数量中生活的，如果离开数量，许多问题就说不清楚。“追龟记”中的智者故意让你离开具体的数量（兔子与乌龟的速度），以致兔子产生永远也追不上乌龟的错觉。



“聚沙成塔”新义

成语“聚沙成塔”比喻积少可以成多，勉励人们凡事只要持之以恒，终为大观。与另一成语“集腋成裘”有相同喻义。

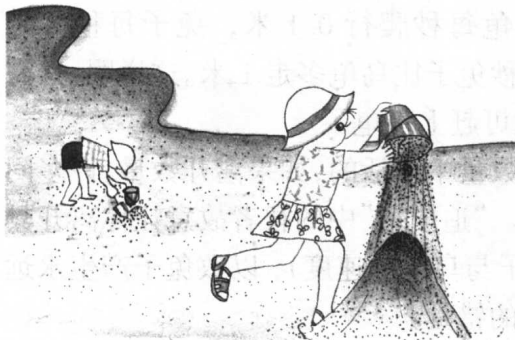
用数学眼光读此成语，又有新义。

甲每天聚沙 1 千克，成年累月无休止，并传之子子孙孙，的确可以成塔，因为

$$1 + 1 + 1 + \cdots$$

这个加法算式中加数的个数无休止地增加，所得的和可以比任何大的数还要大。

每天聚沙不止，一定能成塔吗？



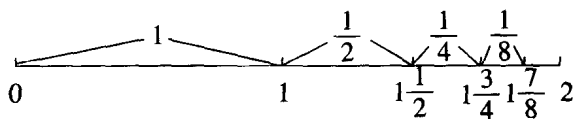
试看另一例：乙第 1 天聚沙 1 吨（不少了），第 2 天聚沙 $\frac{1}{2}$ 吨（也不能算少），第



3 天聚沙 $\frac{1}{4}$ 吨, 第 4 天聚沙 $\frac{1}{8}$ 吨, 第 5 天聚沙 $\frac{1}{16}$ 吨
 ……每天聚沙都是前一天的一半, 成年累月不止, 并
 传之子子孙孙, 能成塔吗? 请看, 在

$$1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \cdots$$

这个加法算式中, 虽然加数的个数无休止地增加, 和
 也不断地增加, 但这个和永远不会超过 2(吨), 只要
 看下图就可以知道了。



这说明乙虽然每天聚沙不止, 由于每天聚沙都
 比前一天少, 总和不超过 2 吨。所以, 这样聚沙是不
 能成塔的。

每次比前次少, 就一定不能成塔吗?

再看一例: 丙第 1 天聚沙 1 千克(很少), 第 2 天
 聚沙 $\frac{1}{2}$ 千克(更少), 第 3 天聚沙 $\frac{1}{3}$ 千克(越来越
 少), 第 4 天聚沙 $\frac{1}{4}$ 千克, 第 5 天聚沙 $\frac{1}{5}$ 千克……成
 年累月不休止, 并传之子子孙孙, 能成塔吗?