應用電磁學

著者
張啓陽

應用電磁學

著者
張啓陽
國立高雄工專電子科教授

東華書局印行

中華民國七十三年八月初版

大專用書 應用電磁學

定價 新臺幣壹佰伍拾元整

(外埠酌加運費滙費)

著者 張 啓 陽

發行人 卓 鑫 淼

出版者 臺灣東華書局股份有限公司
臺北市博愛路一〇五號
電話:3819470 郵撥:6481

印刷者 合 興 印 刷 廠

行政院新聞局登記證 局版臺業字第零柒貳伍號

(73020)

序

研習電磁學是一項獲益鉅大的投資。

研習電磁學也是一個工程人員擴展其知識領域、培養其發展潛力必要的一項訓練。

當一個工程人員在他的研究發展工作上遇到瓶頸而無法突破時，他就會領悟到電磁學知識的重要性。

本書是電磁學入門；書名冠以「應用」兩字，是基於兩點理由。第一、本書除作電磁理論之分析以外，同時也介紹其基本的應用；第二、本書在分析電磁理論時，儘量避免作純數學式的推導，而是側重於具體物理意義的詮釋。因此，本書的內容，具有下列幾項特點：

一、全書以通俗的語體文撰寫，淺顯易懂。

二、每一個觀念都以學生最容易領會的方式來敍述。

三、例題多，使學生有充分的觀摩機會，不盲目摸索；這是其他同類書籍少有的特點。

四、每章中有練習題，章末有習題，都是經廣泛蒐集及精心挑選，具有代表性的題目，對於想參加考試的學生而言，是相當珍貴的資料。

五、每個練習題及習題均附有答案。

六、書末的附錄計有重要常數表、電磁學人名一覽表，電磁學常用數學公式，以及希臘字母表，都是其他電磁學課本上找不到的。

七、本書內容完整，題目豐富，但篇幅並不大，可以說相當精簡。

本書委由信譽卓著的東華書局出版，其編輯、校對、印刷、裝訂等各方面的水準，都是有目共睹的，這本應用電磁學自不例外。

儘管如此，疏漏之處亦在所難免，尚祈各方先進多多指教。

張　啟　陽

謹識於國立高雄工專

目　　次

第一章　基本工具——向量

第二章　眞空中之靜電場

第三章　高斯定律及其應用

第四章 靜電問題分析及應用

第五章 眞空中的靜磁場

第一章

基本工具—向量

第一節　基本觀念

在電磁學裏面，我們常常須要討論許許多多性質不同的量。例如，我們說今天的氣溫是攝氏27度，或者說一個電子所具有的電量是 -1.60×10^{-19} 庫侖，意思就很明確了；像這樣，只需用單獨一個數據即可表示的量，就是**純量**（scalar），在電磁學裏面，電量、電動勢、電磁能、電磁通量等等，都是純量。

有些量則不同；我們除了要指出它的大小以外，同時還要說明其方向，因此僅用一個數據來表示它是不够的，必須要同時用兩個或兩個以上的數據才可以；其中一個數據表示它的大小，其餘的表示方向，這種量就稱爲**向量**（vector）。舉例而言，設某車以每秒4米的速度朝東偏北30度的方向開去，這敍述裏面就用到了兩個數據：「每秒4米」代表速度的大小（卽速率），「東偏北30度」則代表速度的方向；缺少任何一個數據的話，意思就不明確了。是故，速度應爲一向量。在電磁學裏面，電磁場强度、電磁力、電磁通量密度等等，都是很重要的向量。

一般而言，二維空間的向量必須包含兩個數據，三維空間的向量就必須包含三個數據，才足以表示明確的意義。

向量也可以用圖形來表示，例如上述的速度向量可用圖1-1來表示，圖中箭頭的長度代表該向量的大小，箭頭的指向，就是向量的方向。另外，爲了稱呼上的方便，對每一向量我們均可賦予它一個字母

作爲標示，例如圖 1-1 中的速度向量，我們直接就可稱之爲V向量。

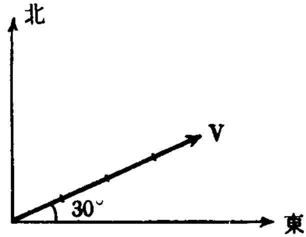

圖 1-1 向量圖示法。

在許多運算過程中，常常需要將一個向量的大小及方向分開來討論，在這種情況之下，我們可作如下之處理。首先，讓我們令向量V的大小爲V（很明顯的，在圖 1-2 中，$V=4$ m/sec）；那麼，

$$\frac{\mathbf{V}}{V}=\mathbf{a}_V \tag{1.1}$$

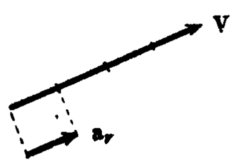

圖 1-2 單位向量。

即代表大小爲 1 的向量，稱爲單位向量 (unit vector)（見圖1-2)。(1.1) 式可改寫爲

$$\mathbf{V}=\underset{\substack{\uparrow\\ \text{大小}}}{V}\;\underset{\substack{\uparrow\\ \text{、方向}}}{\mathbf{a}_V} \tag{1.2}$$

亦即，若將一個向量分成大小及方向兩個部份來考慮，則其方向的部份可以用一個同方向的單位向量來表示，此種用來表示方向的單位向量都不附帶任何單位。

【練習題 1.1】設一電子運動速率爲 2.0×10^6m/sec，並令 x 及 y 方向的單位向量分別爲 $\mathbf{a}_x$ 及 $\mathbf{a}_y$，則當電子運動爲：（a）正 x 方向；（b）負 x 方向；（c）與 x、y 方向均成 45° 的方向時，速度向量如何表示？

答：（a）2.0×10^6 $\mathbf{a}_x$ m/sec；

（b）-2.0×10^6 $\mathbf{a}_x$ m/sec；

（c）$\pm1.4\times10^6$ $(\mathbf{a}_x+\mathbf{a}_y)$m/sec。

第二節　向量的基本運算

在第一節的（1.1）式及（1.2）式中，我們已經看到向量可以和純量相乘或相除，這就是一種很基本的向量運算。一向量被一純量乘或除時，所得到的結果仍是向量，其大小改變了，但是方向不變。

向量還可以作許多運算，下面我們舉出最基本、最常用的四種：

（一）**向量的加法**：向量只能與單位相同的向量相加，而不能與純量或單位不同的向量相加。向量如何相加呢？這就要從實際觀察去着手。

如圖 1-3 所示，設有兩個力 $\mathbf{F}_1$ 及 $\mathbf{F}_2$ 同時拉一個物體。若令 $\mathbf{F}_1$ 與 $\mathbf{F}_2$ 置於相同的起點，並以 $\mathbf{F}_1$ 與 $\mathbf{F}_2$ 爲兩邊作一平行四邊形，則由原起點可作平行四邊形的對角線向量 $\mathbf{F}$。由實驗我們發現，若以 $\mathbf{F}$ 代替原先之 $\mathbf{F}_1$ 及 $\mathbf{F}_2$ 來拉動物體，所產生的效果完全相同。我們稱 $\mathbf{F}$ 爲 $\mathbf{F}_1$ 與 $\mathbf{F}_2$ 之**向量和**，以數學式子表示出來，就是

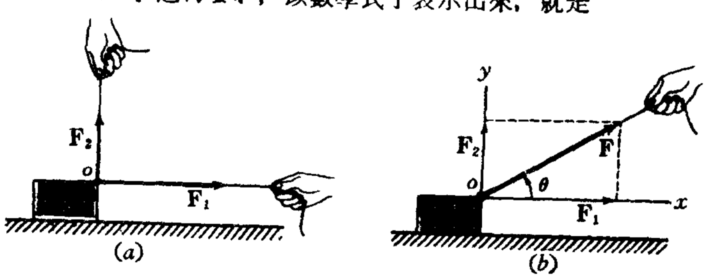

圖 1-3　向量的相加。

$$\mathbf{F}=\mathbf{F}_1+\mathbf{F}_2 \tag{1.3}$$

在求向量和的作圖過程中，若相加之兩向量起點不在同一點，則必須將向量平移至同一起點才可以。

向量相加具有可交換性（commutativity），卽

$$\mathbf{C}=\mathbf{A}+\mathbf{B}=\mathbf{B}+\mathbf{A} \tag{1.4}$$

（二）向量的減法：我們規定$-\mathbf{B}$係爲一與向量$\mathbf{B}$大小相等但方向相反之向量，那麼向量$\mathbf{A}$與$\mathbf{B}$相減可視爲$\mathbf{A}$與$-\mathbf{B}$之向量和，卽

$$\mathbf{D}=\mathbf{A}-\mathbf{B}=\mathbf{A}+(-\mathbf{B}) \tag{1.5}$$

如圖 1-4 所示。

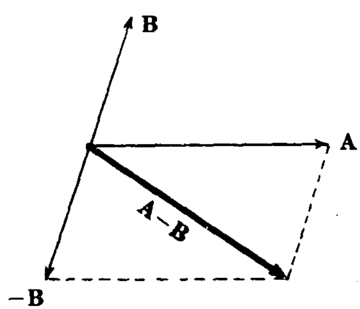

圖 1-4 向量的減法。

（三）向量的內積：在電磁學裏面，我們往往要計算能量的問題，如電能、磁能等，而要產生能量則必須有能量的來源，這來源通常就是由一力或數個力所做的功（work）。說得明確一點，若作用於一物體之各力所作的功爲W，則該物體必然增加能量W（若W爲負，則表示物體能量減少）；同理，若作用於一物體之各力所作的功爲零，則該物體之能量必保持定值。現在讓我們看看圖 1-5 所示的例子。一

物體置於水平面上，而以一力F推動之，當物體移動了L距離時，該力共作了多少功呢？要計算這個問題，我們必須了解，並不是所有的力都用來有效的推動物體，明言之，$F\sin\theta$ 這個部份是向下「壓」，而不是推動物體；實際上眞正推動物體的有效部份是 $F\cos\theta$，因此，所作的功應該是

$$W=(F\cos\theta)L=FL\cos\theta \tag{1.6}$$

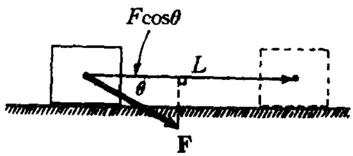

圖 1-5　功的計算。

若將物體的位移視爲一向量，以**L**表示之，我們可將（1.6）式寫成

$$W=\mathbf{F}\cdot\mathbf{L} \tag{1.7}$$

（唸做"F dot L"），稱爲**F**與**L**兩個向量的內積（inner product）。在 MKSA 單位制中，力**F**的單位是牛頓（N），位移**L**單位是米（m），功W之單位則爲焦耳（J）。

推廣而言，若有兩個任意向量**A**及**B**，夾角爲α，則內積爲

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=AB\cos\alpha \tag{1.8}$$

由此，我們可以得到下列兩個公式：

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{A}=A^2 \tag{1.9}$$

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}=\mathbf{B}\cdot\mathbf{A} \tag{1.10}$$

（四）向量的外積： 兩個向量**A**與**B**除了可以用上述方法求內積以外，爲了配合實用上的需要，有時還要求它們的外積（outer product）。圖 1-6 所示者爲一個平行四邊形，其相鄰兩邊長度分別爲A及

B，由簡單的公式我們可以知道它的面積應爲

$$S = Ah = A(B\sin\alpha) = AB\sin\alpha \tag{1.11}$$

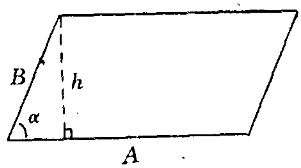

圖 1-6 平行四邊形。

也就是說，平行四邊形面積等於其兩鄰邊長度以及該兩鄰邊夾角的正弦的總乘積。我們規定夾角 α 應介於 0 至 π 之間。

照一般粗淺的想法，（1.11）式中所得的面積 S 好像應該是沒有方向觀念，但稍微仔細想一想，面積應該是有方向的。比如說，當你將一枚硬幣置於桌子上時，就會有「朝上」的一面，也有「朝下」的一面，這「朝上」、「朝下」就是很明顯的方向觀念，而且，我們很自然的規定此方向爲面的法線方向。因此，（1.11）式應該寫成如下的向量式

$$\mathbf{S} = (AB\sin\alpha)\ \mathbf{a}_n = \mathbf{A}\times\mathbf{B} \qquad (\mathbf{a}_n \text{ 爲單位法線向量}) \tag{1.12}$$

（唸做 "**A** cross **B**"），稱爲 **A** 與 **B** 之外積。向量的外積仍爲向量，其大小如（1.11）式所示，其方向與 **A**、**B** 兩向量均成垂直。如圖 1-7 所示。爲便於記憶起見，我們規定，當右手手指由 **A** 掃至 **B** 時，拇指所指卽爲 $\mathbf{A}\times\mathbf{B}$ 的方向；反之，若右手手指由 **B** 掃至 **A**，則拇指的指向就是 $\mathbf{B}\times\mathbf{A}$ 的方向。根據此一規定，我們馬上可以得到下一關係:

$$\mathbf{B}\times\mathbf{A} = -\mathbf{A}\times\mathbf{B} \tag{1.13}$$

亦卽，外積之運算是不可交換的。

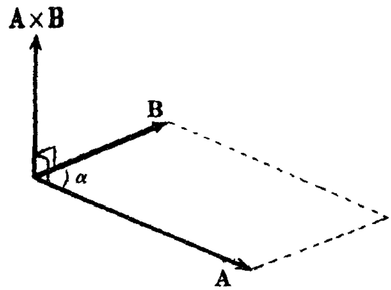

圖 1-7　向量之外積。

【練習題 1.2】若|A+B|及|A−B|代表向量 A+B 及 A−B 的大小，則：
(a)|A−B|是否恒等於|B−A|？(b)|A+B|=|A−B|時，A與B的夾角是幾度？

答：(a) 是；(b) 90°。

【練習題 1.3】設 $\mathbf{a}_x$ 及 $\mathbf{a}_y$ 分別代表 x 及 y 方向之單位向量，試求：
(a) $\mathbf{a}_x\cdot\mathbf{a}_y$；(b) $\mathbf{a}_x\cdot\mathbf{a}_x$；(c) $\mathbf{a}_x\times\mathbf{a}_x$。

答：(a) 0；(b) 1；(c) 0。

第三節　直角坐標系統（一）

向量的基本運算大致上已如上一節所述，然在實際計算時，我們往往發現很多技術上的困難。比如說，向量加、減時，必須利用三角形法作圖，當遇到許多向量相加減時，所作圖形必然錯綜複雜，難以精確掌握。又如求向量內積或外積時，必須先量出兩個向量的夾角 α，而一般 α 並非特別角，更增加計算上的困擾。因此，我們必須尋求一個妥善的辦法來克服此一問題，就是利用坐標系統（coordinate system）來處理。

由於電磁學計算上的需要，我們要考慮三種不同的三度空間的坐

標系統，卽直角坐標系統（rectangular coordinate system)、圓柱坐標系統（cylindrical coordinate system)、以及球坐標系統（spherical coordinate system)。

直角坐標系統中，有三個互相垂直的坐標軸，卽 x、y、z 等三個軸，分別由三個單位向量 $\mathbf{a}_x$，$\mathbf{a}_y$，$\mathbf{a}_z$ 標示其方向，如圖 1-8 所示。爲求統一起見，我們規定三個坐標軸的方向應該遵照下列順序：

$$\mathbf{a}_x \times \mathbf{a}_y = \mathbf{a}_z,\quad \mathbf{a}_y \times \mathbf{a}_z = \mathbf{a}_x,\quad \mathbf{a}_z \times \mathbf{a}_x = \mathbf{a}_y \tag{1.14}$$

亦卽必須符合 $x \longrightarrow y \longrightarrow z$ 的輪換次序，此種坐標系統就叫做右手坐標系統（見圖 1-8)。

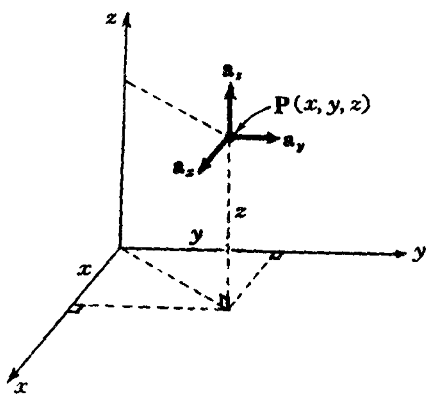

圖 1-8 直角坐標系統。

現在，讓我們來看看向量如何用坐標系統來處理。利用向量可以平移的原理，我們可以將任意向量 A 平移至坐標系統的原點，如圖 1-9 所示。然後從向量 A 的尖端向下作一垂直線與 xy 平面相交於一點，再從此交點向 x 軸及 y 軸分別再做垂線，我們因而可得到三個互相垂直的向量 $A_x\mathbf{a}_x$，$A_y\mathbf{a}_y$，$A_z\mathbf{a}_z$，稱爲向量 A 的分向量（vector components)，此三個分向量的大小分別是 A_x，A_y，A_z，稱爲向量