

计算给水度的潜水蒸发 经验公式之研讨

张世法

(南京水文研究所)

叶水庭

(华东水利学院)

水利部南京水文研究所

一九八〇年十月

计标给水度的潜水蒸发公式之研讨*

张世法

叶水庭

(南京水文研究所)

(华东水利学院)

在用水均衡法进行大面积地下水资流评价时,为了估计水均衡方程中补给项和消耗项,经常需要用到给水度这一最基本的水文地质参数。在一个水均衡区,给水度从确定的精度直接决定了降雨补给系数 α 、潜水蒸发系数 C 的精度,因而从的精度对地下水资流评价起着十分重要的作用。

给水度 μ 的确定方法很多,有所谓简则法、抽水试验法、水平衡法和动态资料相关法等。在我国水利部门,由于积累了大量的地下水动态长期观测资料,这就为动态资料相关法推算给水度 μ 提供了有利条件。在这次淮河流域地下水资流评价工作中,计标给水度经验公式法得到普遍的应用。由于这一方法与一定的潜水蒸发公式相联系,不同公式求得的给水度 μ 数值也不相同。为了更好地进行地下水资流评价,本文试对这一方法及其求得的成果进行了初步分析和论证。由于我们掌握的资料较少,工作做得不多;加之水平所限,不妥之处请批评指正。

一、方法的基本原理

根据长观井地下水动态资料,绘制历年逐日地下水位过程线,参图1。为便于与降雨过程进行对照,在图上方相交绘出日

* 参加本项工作的还有山东省聊城地区水利局苗晓芳同志。本文在写作过程中,得到华东水利学院胡毅敏副教授,治淮委员会邵正工程师帮助。致以谢忱。

降雨柱状图。在图上选择无降雨补给，无排泄，无开采时段 Δt ，求出该时段由潜水蒸发而引起的水位降深 Δh ，尺相应的地下水平均埋深 $\bar{\Delta}$ 。根据分析井点附近的水文气象站水石蒸发资料，统计时段 Δt 的水石蒸发量，并乘以折减系数化称为E601型水石蒸发量，以 E_0 表示，计算比值 $\frac{\Delta h}{E_0}$ ，同样可计算其它选定时间段的 $\frac{\Delta h}{E_0}$ ，然后在图(1-b)上点绘 $\frac{\Delta h}{E_0} \sim \bar{\Delta}$ 线

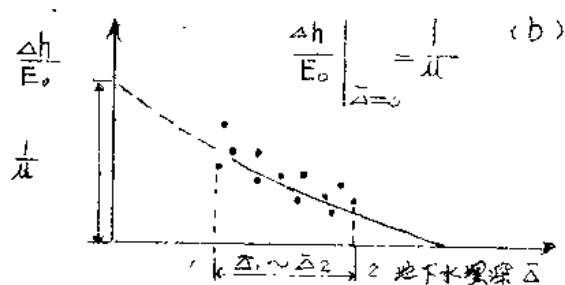
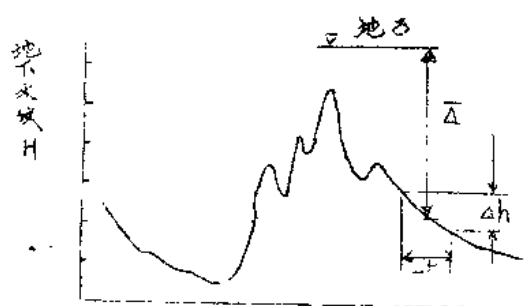
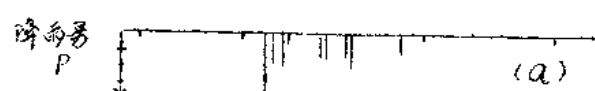


图1 地下水动态资料估计 μ 值示意图

验点并绘出关系线，将关系线外延与纵横坐标轴相交，其截距即为 $1/\mu$ ，因为由 μ 定义，时段 Δt 内的潜水蒸发 E_g 为 Δh 与 μ 之积，即 $E_g = \Delta h \cdot \mu$ 或 $\Delta h = \frac{E_g}{\mu}$ ，设若地下水位接近地表时，潜水蒸发与水石蒸发相等，则当 $\Delta = 0$ ，有 $E_g = E_0$ 。

$$\text{因而有 } \left. \frac{\Delta h}{E_0} \right|_{\Delta=0} = \frac{E_g}{E_0} \cdot \frac{1}{\mu} \Big|_{\Delta=0} = \frac{1}{\mu} \Big|_{\Delta=0}$$

以上就是由地下水动态资料求给水度 μ 的一般步骤和基本原理。

二 潜水蒸发公式计算成果比较

在用上述方法时，常由于受资料的限制， $\frac{\Delta h}{E_0} \sim \bar{\Delta}$ 线验点局限于一定的埋深范围内，为推算 μ 值，需将关系线外延，当外延幅度较大时，为减少外延的任意性，人们从一定的概念出发，建议了不同的潜水蒸发公式来拟合 $\frac{\Delta h}{E_0} \sim \bar{\Delta}$ 关系。支渭河流域采用

过以下三种潜水蒸发公式：

(一) 潜水蒸发公式

1. 柯夫达公式，该式有以下关系。

$$\mu \cdot \Delta h = E_0 \left(1 - \frac{\Delta}{\Delta_m}\right)^n \quad \text{或} \quad (1)$$

$$E_g = E_0 \left(1 - \frac{\Delta}{\Delta_m}\right)^n \quad (1-1)$$

式中 Δ_m —— 根限埋深，当 $\Delta \geq \Delta_m$ ，则潜水蒸发 $E_g = 0$

n —— 为指数，随气候及水文地质条件变动，一般在 1~3 范围，多数分析取 1。

2. 双曲型公式，其基本关系为

$$\mu \cdot \Delta h = E_0 (1 + \Delta)^{-n} \quad (2)$$

式中 n 为指数，其余符号同上。

范文昌工程师用 1951~1952 年地区地下水动态资料分析得到 [2]

$$\Delta h = 33.7 E_0^{1.01} (1 + \Delta)^{-2.18}$$

安徽省水利所用五道沟实验站地下水动态资料得到 [3] (2-1)

$$\Delta h = 41.0 E_0^{1.17} (1 + \Delta)^{-3.5} \quad (2-2)$$

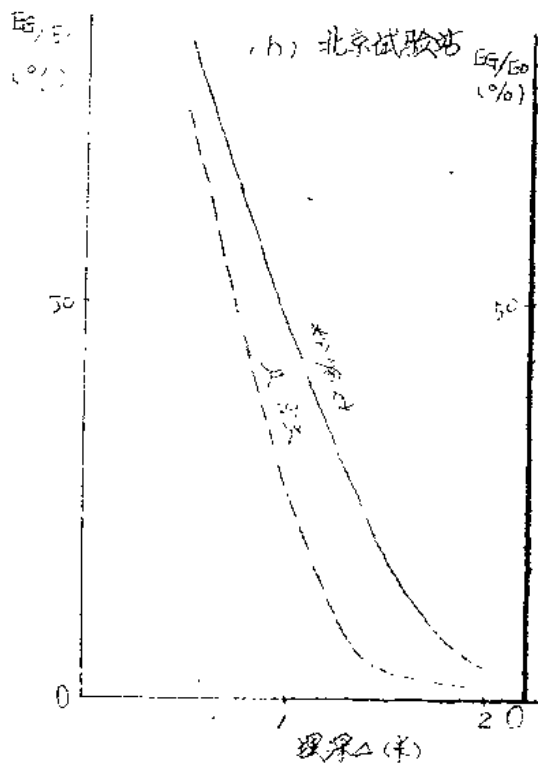
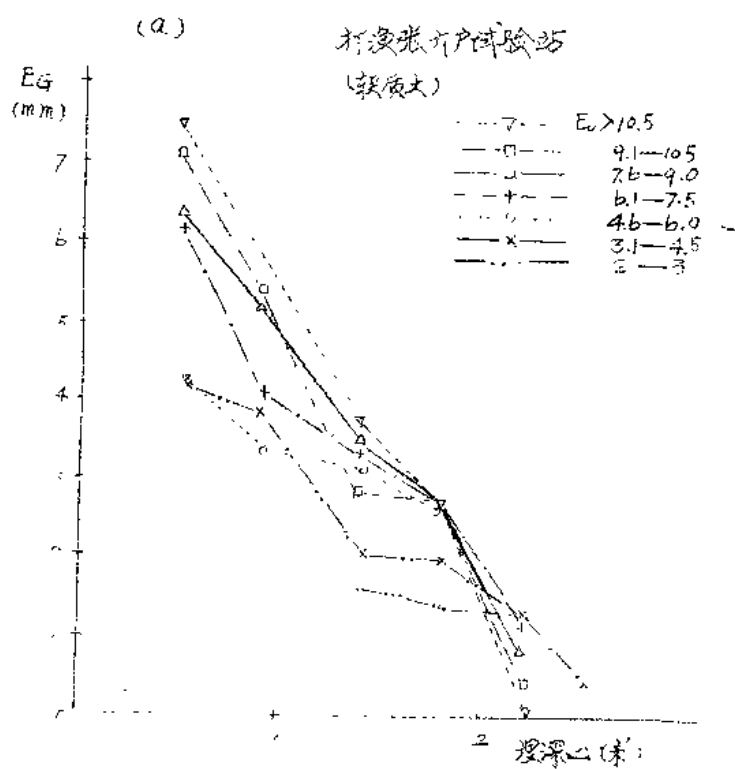
3. 指数型公式，我们和钱同志都先后用过下列指数型公式 [4] [5]

$$\mu \cdot \Delta h = E_0 e^{-a\Delta} \quad (3)$$

式中 a 为指数，其余符号意义同上。

(二) 潜水蒸发公式与试验效果比较

上述各式都系一种经验性配线公式，为了比较其与实际资料配合的优劣，现就北京、石家庄、打渔张等试验站潜水蒸发与埋深试验资料整理为以下关系图，参图 2



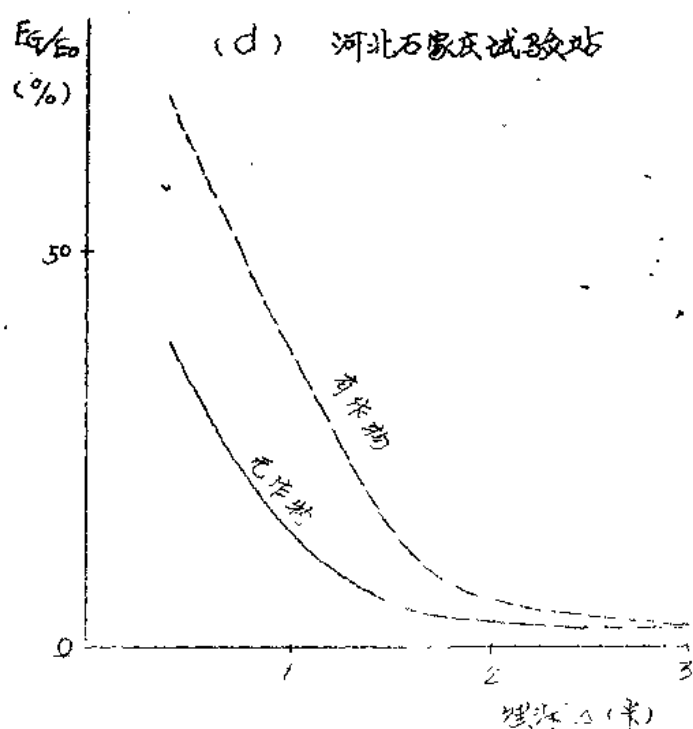


图2 各试验站 $\frac{E_g}{E_0}$ (或 E_g) $\sim \Delta$ 关系曲线图

由图可见，对壤质土，潜水蒸发 E_g 与埋深 Δ 基本呈直线关系（图2-a）或关系线的主要部分也近似呈直线关系，尾部潜水蒸发绝对量很小（图2-b）。以上两种情况表明，柯克达（ $n=1$ ）公式有其适用性，双曲型、指数型公式难以得到良好的配合。对粘性较重的亚粘土、黄土质亚粘土（图2-c）和石家庄试验站资料（图2-d）上述三类潜水蒸发公式在中部都能得到较好的配合（图3-a, b），但双曲型首部有时偏高（如图3-a情况）致使 extrapolated 到 $\Delta=0$ 时，在纵轴上截距偏大，因此推算的 E_0 值可能偏小。以图2-b“粘土”为例情况来看，指数公式尾部数值偏低。

此外就柯克达公式来说，对黄土质亚粘土试验资料，其配线方程为：

$$E_g = E_0 \left(1 - \frac{\Delta}{10}\right)^{11}$$

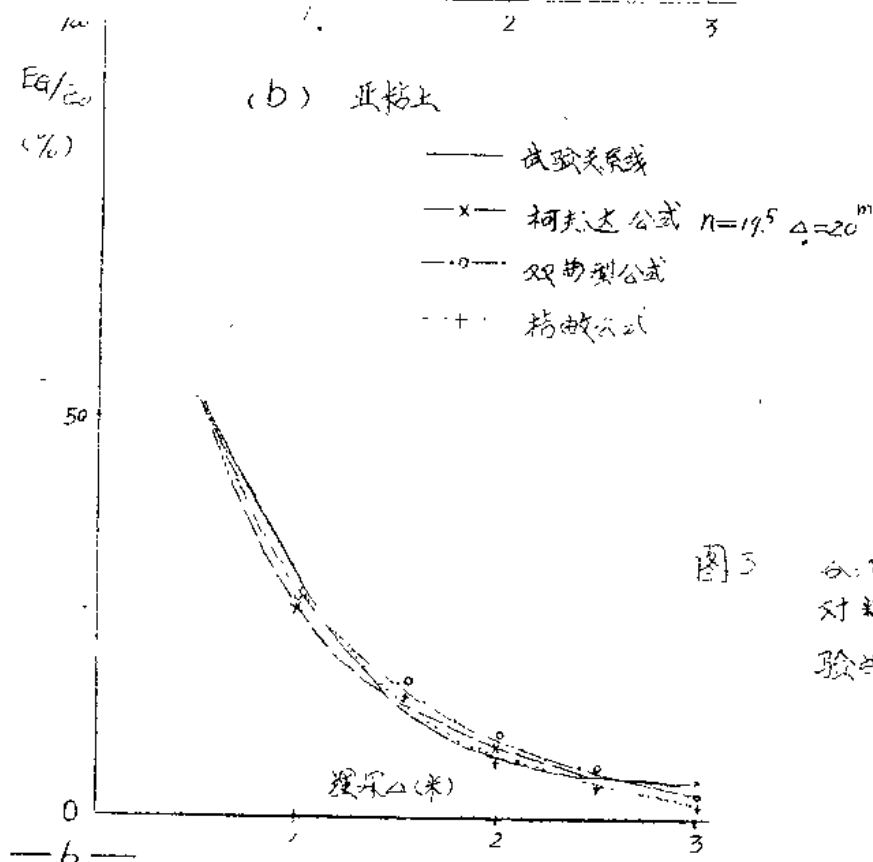
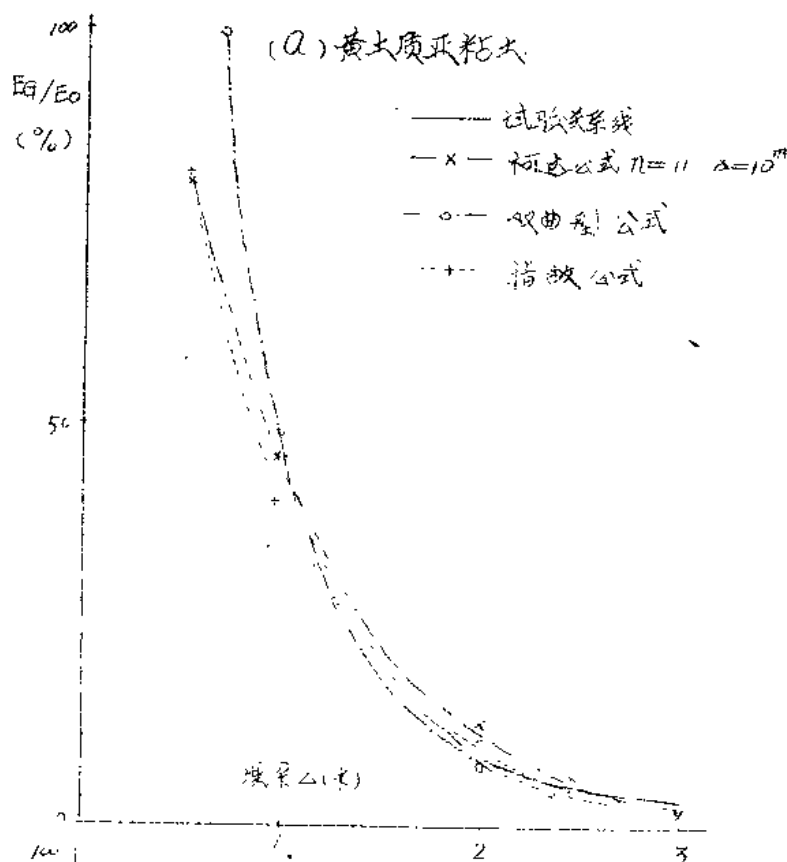


图3 国外试验公式
对粘土 $\frac{E_g}{E_0} \sim \Delta$ 试
验曲线拟合情况图

对亚粘土试验资料配线方程为： $E_G = E_0(1 - \frac{\Delta}{20})^{19.5}$

从上述两个个例情况来看，对粘性较重的大壤，柯夫达公式中的 n 值比目前一般所认为 1—3 要大得多。同样，这样推得的极限埋深也超出一般认为的极限埋深范围。由于柯夫达公式中 n, Δ_m 取值大，因而其计算成果与双曲型、指数型公式也相近。

从以上与试验资料对比来看，柯夫达公式对轻、重质大壤只要公式的参数 n, Δ_m 取得适当，与试验资料都可得到较好的配合。对轻质大壤， $\frac{\Delta h}{E_0} \sim \Delta$ 接近线性关系，双曲型、指数型公式，配线较差。这一意见尚待积累更多的试验资料作进一步分析和校验。

(三) 计算实例的成果比较：

根据江苏徐州南四湖湖西地区水蒸发和地下水动态资料（参表 1），用三种潜水蒸发公式求得结果如表 2，各关系曲线与试验点据配合情况见图 4

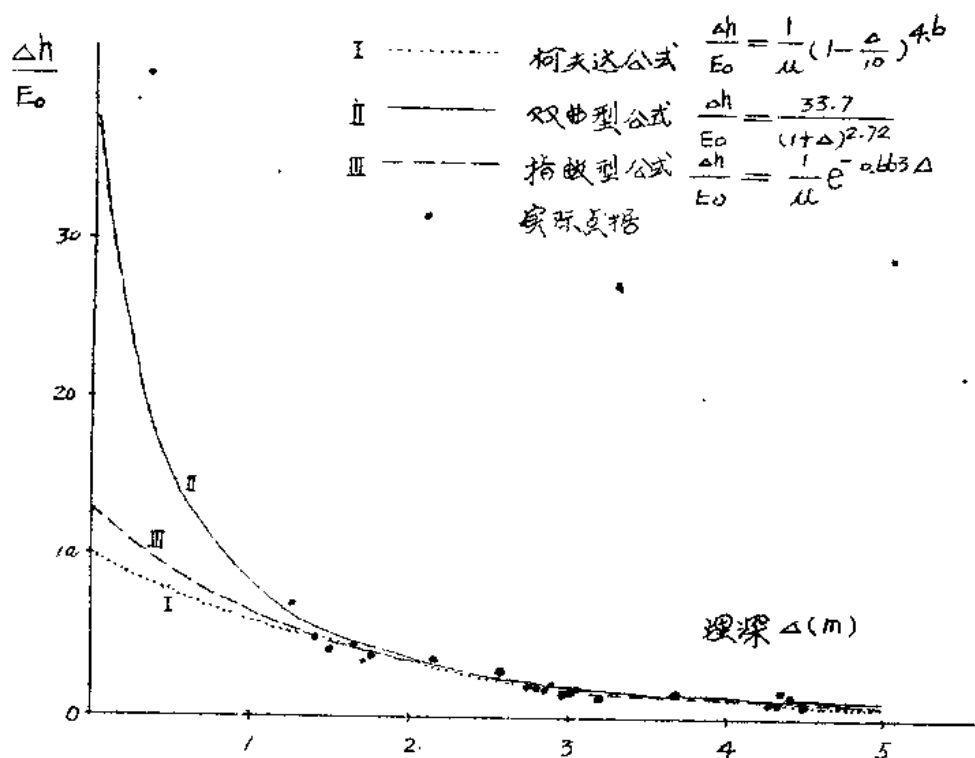
南四湖湖西地区水面蒸发和地下水动态资料表 表 1

序号	E_0 (mm/d)	Δh (mm/d)	Δ (m)	$\frac{\Delta h}{E_0}$	序号	E_0 (mm/d)	Δh (mm/d)	Δ (m)	$\frac{\Delta h}{E_0}$
1	2.70	2.60	3.19	0.963	12	0.71	2.58	1.76	3.634
2	1.54	7.66	1.42	4.974	13	3.52	3.86	4.42	1.096
3	1.67	11.60	1.26	6.946	14	1.17	5.00	1.67	4.273
4	2.91	10.00	2.16	3.436	15	3.30	6.23	2.78	1.888
5	4.75	6.66	3.02	1.402	16	3.03	2.00	4.50	0.660
6	2.70	5.16	2.91	1.911	17	5.12	6.00	4.35	1.172
7	2.83	4.00	3.00	1.413	18	1.54	1.33	4.31	0.864
8	1.60	5.33	1.72	3.331	19	5.20	6.95	3.69	1.336
9	1.02	0.68	4.27	0.667	20	1.08	1.95	2.87	1.805
10	0.76	1.36	2.81	1.789	21	0.88	3.58	1.52	4.068
11	1.67	4.35	2.58	2.605	22	3.71	5.79	3.05	1.561

不同经验公式选配表

表.2

No	公式及其选配的参数	$\frac{\Delta h}{E_0} = \frac{1}{\mu}$	μ
I	$\frac{\Delta h}{E_0} = \frac{1}{\mu} \left(1 - \frac{\Delta}{10}\right)^{4.6}$	10.0	0.10
II	$\frac{\Delta h}{E_0} = \frac{33.7}{(1+\Delta)^{2.718}}$	33.7	0.0277
III	$\frac{\Delta h}{E_0} = \frac{1}{\mu} e^{-0.663\Delta}$	12.8	0.078

图4 南四湖西区不同经验公式对 $\frac{\Delta h}{E_0} \sim \Delta$ 实际点据拟合图

由表2可见,三种公式在实测点据部分,三者虽然都能与点据配合较好,但外延后纵轴截距相差颇大,不同方法所得 μ 值相差达三倍,少者亦达20%以上。

为了更好地比较上述三种潜水蒸发公式对计算 μ 值的影响,我们对苏鲁皖三省近三十个长观井地下水动态资料,分别用上述公式计算 μ 值,并挑选三种公式配线经验点,其相关系数 ≥ 0.8 的12个长观井站的参数 μ 计算成果汇列于表3,由表可见,用不同公式配线与经验点配合均较好的情况下(相关系数 ≥ 0.8),求得的参数 μ 成果相差较大。一般地说,双曲型公式计算成果较小,柯夫达公式成果较大,指数公式成果介於二者之间。就编号1,3,5,6,7,11个例来看,柯夫达公式和双曲型公式所得的 μ 值最大相差达3倍,成果变幅较大,不够稳定。在进行流域各区不同公

不同经验公式求得 μ 值比较表

表3

编号 No	分析井点 位置	资料 个数	柯夫达公式 $\mu \cdot \Delta h = E \left(1 + \frac{\Delta}{\Delta h} \right)^n$			柯夫达公式 $\mu \cdot \Delta h = E \left(1 + \frac{\Delta}{\Delta h} \right)$		双曲型公式 $\mu \cdot \Delta h = E (1 + \Delta)^B$			指数公式 $\mu \cdot \Delta h = E e^{a\Delta}$		
			μ	R	n	μ	R	μ	P	B	μ	R	a
1	山东茌平李庄	22	0.044	0.897	1.1	0.039	0.892	0.0136	0.868	2.13	0.023	0.902	0.97
2	山东临清胡家营	15	0.055	0.789	1.02	0.054	0.838	0.0215	0.85	1.72	0.0285	0.789	0.55
3	" 415井	25	0.0487	0.841	0.85	0.0405	0.791	0.0352	0.805	3.06	0.0408	0.825	0.55
4	" 488井	13	0.0323	0.958	0.96	0.0324	0.958	0.0219	0.922	1.78	0.0266	0.938	0.90
5	" 老赵庄井	42	0.0626	0.881	0.94	0.0589	0.831	0.0492	0.833	2.07	0.0325	0.859	0.71
6	安徽亳县张集站	28	0.0682	0.735	0.92	0.0539	0.905	0.0147	0.777	2.39	0.0552	0.748	0.67
7	江苏丰县	15	0.0135	0.861	0.81	0.106	0.852	0.0259	0.932	1.90	0.0706	0.925	0.52
8	毕抽	14	0.0414	0.943	1.38	0.0419	0.943	0.0264	0.958	1.25	0.0363	0.966	0.48
9	"	12				0.0461	0.861	0.0213	0.898	1.51	0.0367	0.902	0.50
10	铜睢西部	14				0.117	0.917	0.0478	0.883	1.46	0.0673	0.890	0.47
11	"	16				0.0814	0.839	0.0165	0.906	2.56	0.0445	0.927	0.83
12	纪抽	15	0.102	0.881				0.0306	0.978	1.97	0.071	0.986	0.55

表注：表中 R 为相关系数
求得从值成果拼图时，这个问题似应予以重视。

三、潜水蒸发公式合理性的初步分析

(一) 潜水蒸发公式的基本形式：

如所周知，非饱和土壤水的运动方程为：

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \nabla \cdot K \nabla \phi \quad (4)$$

$$\phi = -S + Z \quad (5)$$

将式(5)代入式(4)有

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = -\nabla \cdot K \nabla S + \nabla \cdot K \nabla Z = -\nabla \cdot K \nabla S + \frac{\partial K}{\partial Z} \quad (6)$$

前式中 ϕ —势能 S —吸力 Z —位势 θ —土壤含水量
 $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k$ —梯度， K —毛管传导度。

设土壤水为稳定流，则 $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ ，毛水流仅限于 Z 方向，则式(6)变为：

$$\frac{d}{dz} \left(K \frac{dS}{dz} \right) = \frac{dK}{dz} \quad (7)$$

将上式积分，便有：

$$K \left(\frac{dS}{dz} - 1 \right) = q \quad (8)$$

式中 q —土壤水分通量。当 $\frac{dS}{dz} > 1$ ，则 q 为潜水蒸发量，当 $\frac{dS}{dz} < 1$ 则 q 为土壤水渗漏量。

为对式(8)求解，将其积分，便有

$$Z = \int \frac{dS}{1 + q/K} \quad (9)$$

对非饱和土壤，毛管传导度 K 与土壤吸力 S 有以下经验关系：

$$K = \frac{a}{S^n + b} \quad (10)$$

上式表达了毛管传导度和土壤吸力(或土壤含水量 θ)关系曲线称为土壤含水量特征曲线。式中 a, b, n 为土壤特性参数， n 值一般

2~3. 参数愈粗， n 愈大，参数通过试验确定。

将式(10)关系代入式(9)并化为以下标准积分形式：

$$Z = \frac{a}{q^{1/n}(a+bq)^{1-\frac{1}{n}}} \int \frac{dx}{1+x^n} \quad (11)$$

将上式积分[5][6]得：

$$Z = \left(\frac{a}{q^{1/n}(a+bq)^{1-\frac{1}{n}}} \right) \left\{ \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} P_k \cos \frac{2k+1}{n} \pi + \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}-1} Q_k \sin \frac{2k+1}{n} \pi \right\} + C \quad (n \text{ 为偶数})$$

$$Z = \left(\frac{a}{q^{1/n}(a+bq)^{1-\frac{1}{n}}} \right) \left\{ \frac{1}{n} \ln(1+x) - \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{\frac{n-3}{2}} P_k \cos \frac{2k+1}{n} \pi + \frac{2}{n} \sum_{k=0}^{\frac{n-3}{2}} Q_k \sin \frac{2k+1}{n} \pi \right\} + C$$

(n 为奇数) (12)

$$\text{式中: } P_k = \frac{1}{2} \ln(x^2 - 2x \cos \frac{2k+1}{n} \pi + 1)$$

$$Q_k = \frac{1}{2} \frac{\sin \frac{2k+1}{n} \pi}{\sin \frac{1}{n} \pi}$$

$$x = \left(\frac{q}{a+bq} \right)^{\frac{1}{n}}$$

C ——积分常数

作为上式特例，当 n 等于某些特定数和考虑边界条件

$Z=0$ (相当水在地下无穷) $S=0$ (饱和土壤吸力为0) 情况下有：

$$\text{当 } n=1 \quad Z = \frac{1}{\alpha} \ln(2S+\beta) + K \quad (13)$$

$$\text{式中 } \alpha = \frac{q}{a}, \quad \beta = \alpha b + 1, \quad (\text{以下均同})$$

$$\text{当 } n=3/2, \quad Z = \frac{2}{\alpha} \left\{ \frac{1}{6r} \ln \left(\frac{r^2 - r\sqrt{S} + S}{(1+\sqrt{S})^2} \right) + \frac{1}{r\sqrt{3}} \left(\operatorname{tg}^{-1} \frac{2\sqrt{3}-r}{r\sqrt{3}} - \operatorname{tg}^{-1} \left(-\frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right) \right\} \quad (14)$$

$$r^3 = \beta/\alpha$$

$$n=2 \quad Z = \frac{1}{\sqrt{\alpha\beta}} \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} S \quad (15)$$

$$n=3 \quad Z = \frac{1}{\alpha} \left\{ \frac{1}{6r^2} \ln \left(\frac{(r+S)^2}{(r^2-rS+S^2)} \right) + \frac{1}{r^2\sqrt{3}} \operatorname{tg}^{-1} \frac{2S-r}{r\sqrt{3}} \right\} + \frac{\pi}{6\sqrt{3}\alpha r^2} \quad (16)$$

$$\gamma^3 = \beta/\alpha$$

$$n=4 \quad Z = \frac{1}{\alpha} \left\{ \frac{1}{4p^3\sqrt{2}} \ln \left(\frac{S^2+ps\sqrt{2}+p^2}{S^2-ps\sqrt{2}+p^2} \right) + \frac{1}{2p^3\sqrt{2}} \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{ps\sqrt{2}}{p^2-S^2} \right) \right\} \quad (17)$$

$$\rho^4 = \beta/\alpha$$

以上各式各表示特定土壤地下水位以上高程 Z 、 Z 处的土壤吸力 S 和潜水蒸发 E_g 之间的关系。如设当 $\alpha = 400 \text{ cm}^2/\text{日}$

$b = 400 \text{ cm}^2$ ， $n=2$ ，按式(15)计算，求得以下关系(图5)

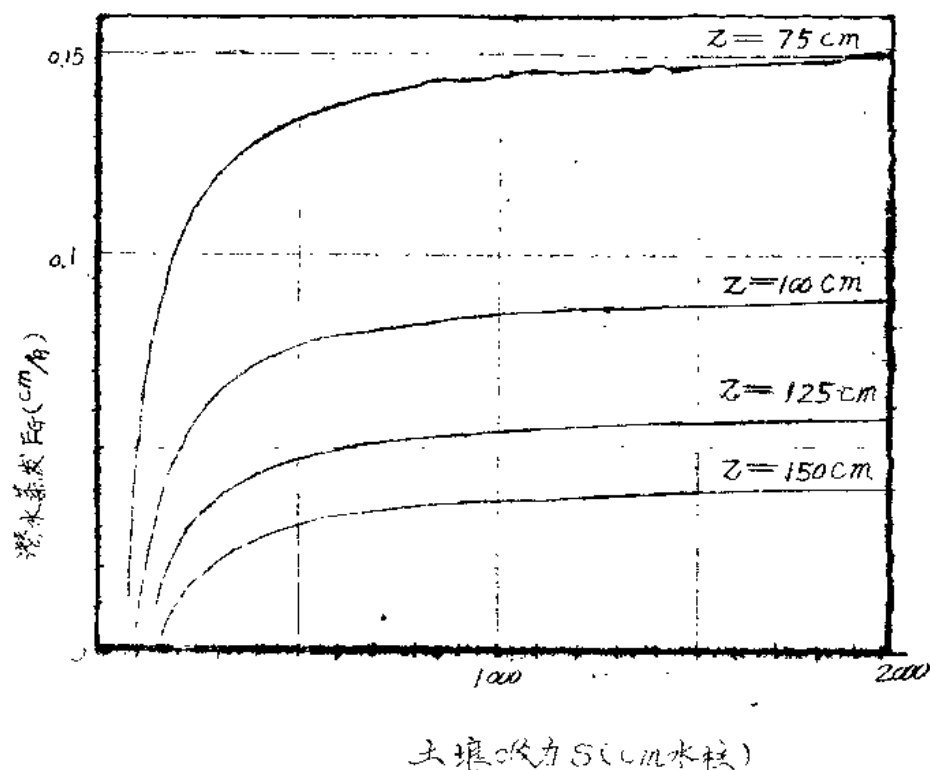


图5 $E_g \sim S \sim Z$ 关系图

由上图可见，当 z （亦即潜水埋深 Δ ）为一一定值时；潜水蒸发 E_g 随表层土壤吸力 S 的增加，或者随表层土壤含水率的减少而加大，且趋于一极限值 E_{GM} 。该值可通过对式(14)~(17)或 $S \rightarrow \infty$ 由罗彼塔法则求解相应得可。如对 $n = \frac{3}{2}$ 情况有：

$$Z = \frac{2}{\alpha} \left\{ \frac{1}{\Gamma \sqrt{3}} \left(\lg \infty - \lg \frac{1}{\sqrt{3}} \right) \right\} = \frac{2}{\alpha} \left\{ \frac{1}{\Gamma \sqrt{3}} \left(\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} \right) \right\} = \frac{4\pi}{3\sqrt{3}\alpha}$$

将 $\gamma = \sqrt[3]{\frac{\beta}{\alpha}} = \alpha^{\frac{1}{3}}$ 和 $\alpha = \frac{E_{GM}}{a}$ 代入 便得

$$E_{GM} = 3.77 a z^{-3/2} \quad (18)$$

$$\text{仿上对 } n=2, \text{ 有 } E_{GM} = 2.46 a z^{-2} \quad (19)$$

$$n=3 \quad E_{GM} = 1.76 a z^{-3} \quad (20)$$

$$n=4 \quad E_{GM} = 1.52 a z^{-4} \quad (21)$$

此外，若毛细管传导度 K 与土壤吸力 S 有以下经验关系：

$$K = a \exp(-cS) \quad (22)$$

$$\text{则相应地有 } Z = S - \frac{1}{c} \ln(a + E_g \exp(cS)) + \frac{1}{c} \ln(a + E_g) \quad (23)$$

$$E_{GM} = \frac{a}{\exp(cZ) - 1} \quad (24)$$

由以上推导过程可知，在潜水蒸发水分运动呈稳定状况下，潜水蒸发量 E_g 取决于地表土壤吸力和潜水埋深。在某一定埋深情况下，某一类土壤存在一个极限潜水蒸发量，该量取决于土壤的特性，而与影响地表土壤蒸发的气象因子无关。把式(18)~(21)、(24)分别与式(2)、(3)相比，潜水蒸发与埋深关系式的结构还是相近的。

(二) 关于潜水蒸发与水面蒸发关系问题

从上述分析推知：当地下水埋深较大时（如图2-a Δ 大于1.8m 情况）潜水蒸发量主要决定于土壤特性和埋深，而与表征气象因子的水面蒸发量关系不大。但现行公式不管地下水埋深如何都是把水面蒸发作为确定潜水蒸发量的一个重要因子来加以考虑，似觉

次要。为了检验这一论点，现就这一地区长观井实际资料点绘了潜水蒸发（以时段内水位降值 Δh ）与水面蒸发关系，参见图6。图中除少数井点（图6(c)） Δh 与 E_0 有微弱关系外，多数井点 Δh 与 E_0

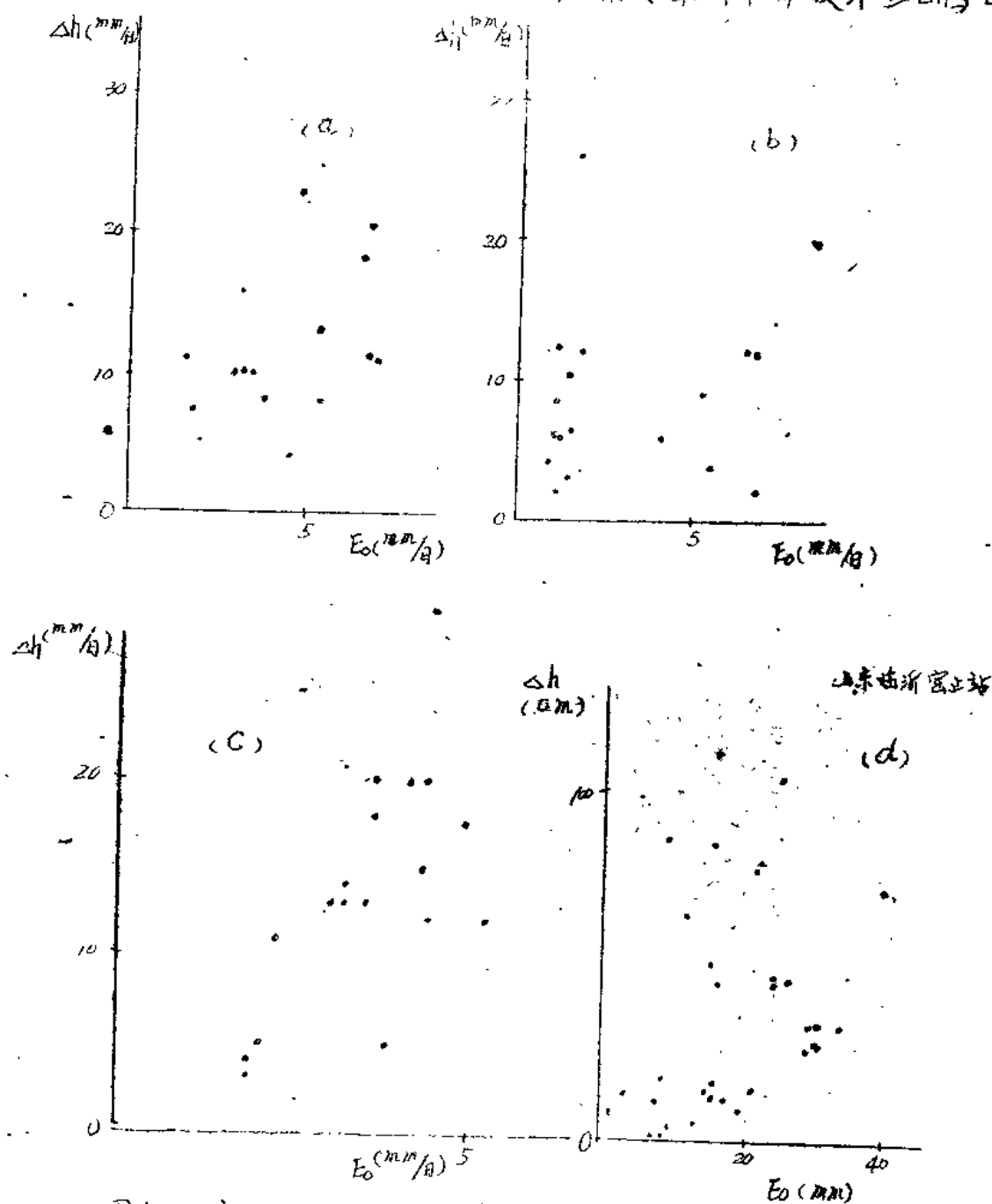


图6 部分开站潜水蒸发 $\Delta h \sim$ 水面蒸发 E_0 实际关系图

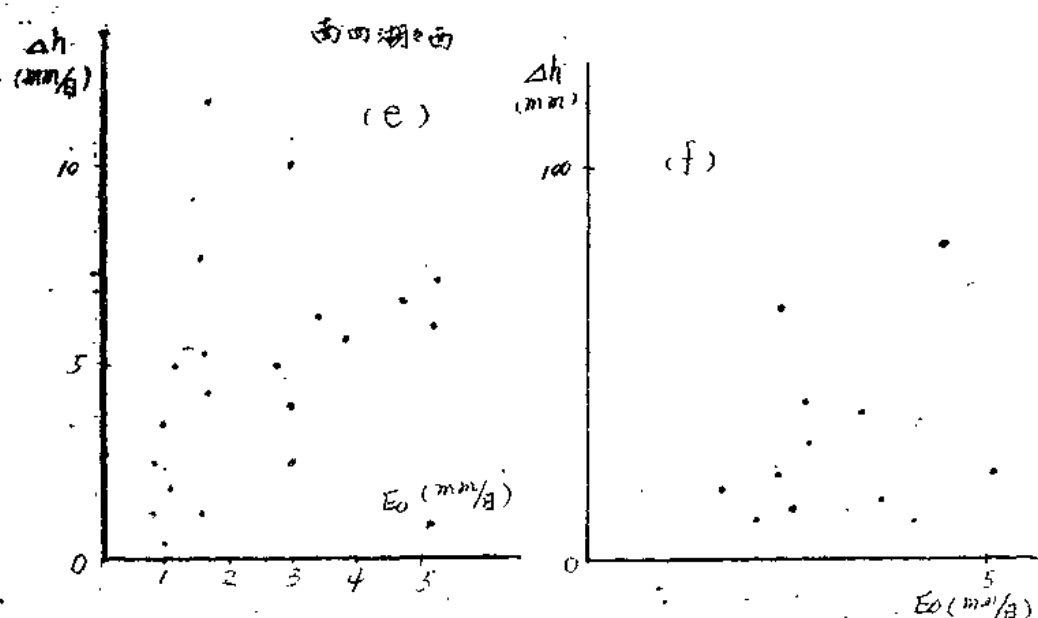


图6 部分井站潜水蒸发 $\Delta h \sim$ 水汽蒸发 E_0 实际关系图。

关系点据散布，几无相关关系可言。另外， Δh 与埋深 Δ 关系趋势一般比较明显（图略）现行方法尽管采用的公式的形式不同，但求推求潜水蒸发量时，都加入一个弱相关因子 E_0 ，从而建立 $\Delta h \sim \Delta$ 关系，这样虽可通过这一关系间接推求给水度 μ 值，但这样做缺乏充分的依据。而且由于加入弱相关因子 E_0 ，反而使 $\Delta h \sim \Delta$ 关系密切程度受到削弱，潜水蒸发的计算精度有所影响。以济宁孙底站，临沂老沐河窑工站为例，其计算成果比较如下表：

表4

站 点	资料项数 n	相 关 系 数		
		$r_{\Delta h \cdot E_0}$	$r_{\Delta h \cdot \Delta}$	$r_{\frac{\Delta h}{E_0} \cdot \Delta}$
临沂 窑工	35	0.07	-0.71	-0.59
济宁 孙底	30	0.35	-0.79	-0.78

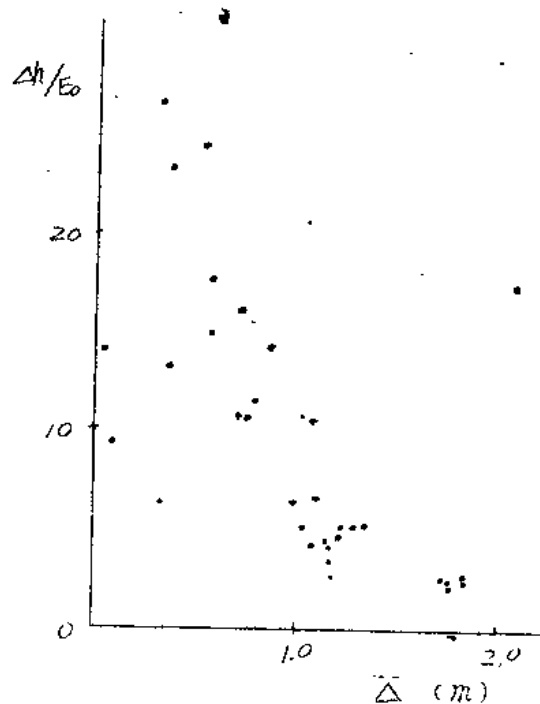
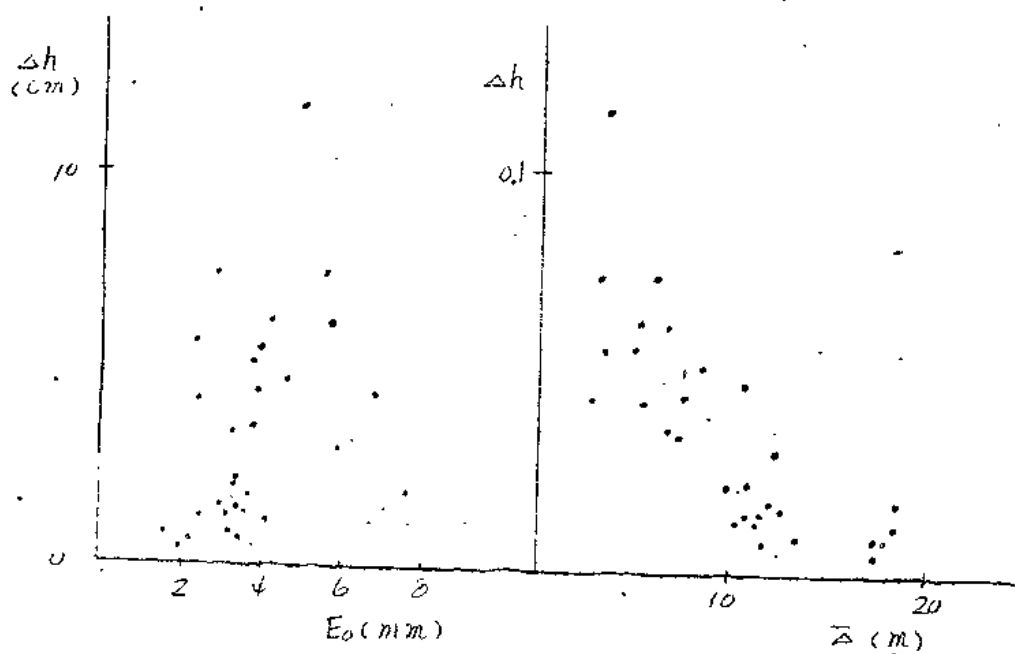


图7 济宁孙店站 $\Delta h \sim E_0$,
 $\Delta h \sim \Delta$, $\Delta h/E_0 \sim \Delta$
 关系图