数学

名师指导复习
科学安排计划
精析精练要点
考试迈上台阶

高考倒计时100天

北京市海淀区教委特高级教师编写组 编写

北京教育出版社

★海淀精编

高考倒计时100天

数　　学

● 北京海淀区教委特高级教师编写组 编著

北京教育出版社

高考倒计时100天

数　学

北京市海淀区教委特高级教师编写组

责任编辑：邱　晗★封面设计：周建明

北京教育出版社　出版

北京运乔宏源印刷厂印刷　新华书店经销

★

850×1168　1/32　　7.5印张　176千字

1998年11月第1版　　1998年11月第1次印刷

印数：1—10,000册

ISBN7－5303－1692－3

G·1667　　定价：7.80元

前　言

如何做到条理分明、有序又有重点地复习中学阶段所学知识以从容面对高考，是每个学生及家长都十分关心的问题，为了切实解决这一看似简单而又十分棘手的问题，我们特意组织了一批既有精深的理论研究，又有丰富的教学经验的全国著名特高级教师，编写了《高考倒计时 100 天》丛书。

这套丛书从一个全新的角度，以名师点拨而引导应考学生从容地进入高考全面复习。通过引导学生有序、系统地掌握知识点，考点，抓住重点；通过精练，将学生从题海中解放出来，真正归纳出知识点核心，提高解题技巧和应试经验。最后通过四周的冲刺复习和模拟练考，以最佳状态迎接高考。为了使考生了解最新考试趋向、检查自己的水平，我们特在二模前加入 1998 年高考试题，供学生自检自测之用。

本套丛书参考了九八年高考的最新内容，经过众多名师的归纳，立意新颖、指导性强、重点突出，定会给应考学生带来意想不到的收获。

由于编者水平所限，书中若有错漏，欢迎广大读者指正。

编者

1998 年 11 月

目　录

目　录

考 前 必 读

高考是人生中重要的一搏，如果将它比做一个战役，那么，考前，考生和教师是集体备战，考时则是考生个人应战，为此，高考前的100天临战期，每个考生应力求做到知己知彼，有个人的计划与安排，否则，艰苦卓绝却又无明确目标地度过这100天，就不大可能打一个胜仗。

一、知彼——了解高考

1. 近年来的高考试题保持了稳定的风格，又在稳定的基础上积极探索，有新意有特色，这主要体现在以下这几个方面：

(1)始终把基础知识、基本技能、基本方法作为重点考查内容，集合、三角函数的周期、简单三角函数求值、反三角函数、排列组合二项式定理、极限、极坐标等基础知识，几乎每年必考，但均以一道选择或填空题形式出现，且难易适中，高中数学132个知识点，高考每年要考查80～90个，覆盖高中教材十三章中全部的章和重点节，因此，重视三基，是高考取得好成绩的必要条件。

当然，考题也注意了稳定中求发展，在基础题中也有一些情境新颖的题目，使得在选择、填空题中就能将考生拉开档次。

(2)坚持了以考查“通性、通法”为主的原则，考题避开偏、怪、技巧性过强的题目，不在教材支节、非重点内容上做文章，不“越本超纲”，而是在通性通法上下功夫，创设新情境，使得常用的一些基本方法(如配方、换元、待定系数、数学归纳、反证法及不等式证明中的比较法、分析法、综合法和解析几何中的坐标法)常考常新。

(3)继续保持了高中重要内容重点考查的特色。函数性质的研

究、解析几何的基本思想方法、不等式的解法和证明、两个基本数列、三角函数恒等变换、立体几何中的线面关系，这些高中数学的重要内容在高考中都是重点考查的，近几年来的解答题几乎全部涉及上述内容，并且解题入口宽，解法多。

2. 近些年来的高考对能力考查日益重视，试卷中绝少出现记忆型直接回答的问题，大量试题属于理解型和应用型，对数学学科的四大能力（逻辑思维能力、运算能力、空间想象能力、分析问题和解决问题的能力）特别是最后一种能力在考查上加强了力度。具体分析一下，大致有如下几点。

(1)对代数的演绎推理能力和数学语言（文字语言、符号语言、图形语言）的识别、理解、转化能力要求加强了，例如98年考题的第(10)题。

(2)传统的题目，是用数学语言叙述的，模式严谨、简明，这就造成学生在阅读非结构化、形式化材料时产生障碍，不能自己汲取信息、掌握问题。近几年的高考对阅读数学材料的能力要求大大提高，每年都有试题含有一段叙述说明性文字（有时还加进符号和图形）让考生阅读、理解和领会其陈述的事物和情境，并加以分析，转化为熟悉问题加以解决，这也是考查自学能力的一种方法，我们知道，由中学的学习过渡到大学的学习，有一个重要的转折，那就是自学能力的提高和自学习惯的养成，加强阅读能力的考查，符合高考选拔人才的目标。

(3)对运算能力的考查注重准确、熟练、合理、简捷，不考查用计算机能代替的繁琐计算，而是偏重于考查算理、运算途径的判断、选择设计这些靠人的思维解决的问题，特别是运算是否简捷，是对学生思维性、灵活性的考查。

(4)加强应用意识的考查，突出时代的精神。教育改革的需要以及数学学科应用广泛性的特点都使得高考要考查数学应用。从

1993 年以来，考查应用题已是第五年了，由大多数考生对应用题一筹莫展，到逐渐适应，现在，应用题的难度已适中，考生解答应用题的能力也有所提高。

(5)近年来的高考也注意到心理承受力和应变能力的考查，以往的高考试题在布局和排序方面，“送分题”和“压轴题”的位置固定不变，过渡的梯度也十分讲究，其目的是使考生在“良好”的心理条件下，“如实”地发挥真实水平。其实这种人为营造的环境，与现实生活的环境，并不一致，为了适当地考查学生的心理承受力和应变能力，近几年考题有了略微变化，在试卷布局上，没有固守的传统的做法，例如：难点分散，全卷难度梯次不严格强调由易到难，例如 97 年高考倒数第二题就明显难于倒数第一题。

综上所述，近年来的高考试题这两大特点在今年会继续保持下去，我们对此必须做到心中有数，才能抓住重点有的放矢地去复习。

二、知己——了解自己的优势和缺点

经过前面第一轮的复习和多次测试，至此，考生应该对自己有一个正确的了解，在第二轮复习之前应该冷静、客观地(必要时征求任课教师的意见)对自己进行全面的分析，以求有针对性地在其后 100 天内发挥优势，弥补缺漏。

1. 每次考试后，对自己的“知识掌握”要进行诊断，基础题、中档题、灵活题中自己丢分多的是哪一类？哪一部分知识、哪种技能不熟悉？运算是否准确、迅速、简捷？

2. 对自己的心理素质、身体状况正确评价；

3. 对自己的应试策略进行分析。

高考不仅是对知识的考核，更是对考生能力、潜能、心理素质、身体……诸方面的综合考核，如何在考前将自己调整到最佳状态，是每个考生应考虑的重要问题。

三、复习建议

由上所述，可知高考前 100 天的复习必须要有“个性”的计划，贵在有“自知之明”和“从实际出发”。但是对大多数考生来说，还是有不少共性的东西的，对此，我们有如下的复习建议：

1. 两条腿走路的复习方针，即巩固基础和综合提高相结合的方针。高中数学的知识点很多，在长达半年的分科复习后，很多人常有遗忘现象。所以，第二阶段复习必须起到巩固记忆、熟练方法的作用，其次，针对高考中大量的题目是多种知识的结合，并重在考查数学能力和数学思想方法的使用，所以此阶段要做大量的综合性练习，要对一些重点考查内容和难点进行专题性的研究以期有突破性的提高。

2. 遵从学习规律，合理安排时间，不可突击式地几天复习文科，几天复习理科，因为遗忘是有周期的，对于任一门学科的知识都不宜两天以上不接触，对于数学成绩较好的考生在临考前二周当然可以在其他科多花些时间，但必须天天给一些时间复习数学，使自己的数学总体水平保持不下降为好。

3. 以本学校的老师指导为主。

四、本书的简单介绍

本书供高中数学总复习的第二阶段使用，共分两大部分，第一部分按周安排的内容，共 10 周（70 天），第二部分是考前 30 天的复习内容。

在前十周中，我们对重点章节、重点内容进行了回顾，由于是第二轮复习了，所以题目难度上略有提高，且有一定的综合性，这也符合两条腿走路的方针。考虑到考生应以学校的复习为主，本书是辅助性参考性读物，所以在前十周，每周只安排了两个练习，题量并不大，若是高三的数学教师把此书当作第二阶段的复习教材使用，建议每周要加一次综合性的模拟考题。

在后 30 天中，书中安排了若干套模拟卷，同时有一部分查漏补缺的题目和基础练习，帮助学生巩固、记忆、熟练、提高。高考前三十天，正值二模之后，天气炎热，又有报考志愿分散考生不少精力，所以这一阶段的复习应以基础题、中档题为主，高档题为辅。实际上，临考前一个月，每个考生的能力基本上已定型了，在最后冲刺阶段，提高“解难题”的能力基本上不可能。而查漏补缺，使考生在基本知识、技能、方法上达到熟练是完全办得到的，实践证明，这确是提高考生成绩的一个关键。

有些学校在第二轮复习中，安排了不少专题性的讲座，如：分类讨论、最值、数形结合、应用问题、探索性问题、函数与方程思想应用等等，由于这方面的参考书已有不少，而且对于多数学校来说，这样安排第二轮复习是得不偿失，所以我们在本书中，亦未辟出“专题”的栏目，而是把这些专题的思想方法渗透在每一周和每一天的内容中，请考生在阅读时注意。

最后，我们提请考生注意：不要把此书当作一般的“习题集”使用，而要认真阅读“导学”部分和典型例题的分析，限于篇幅，导学部分叙述不多，但一些画龙点睛的指点对考生能力的提高是大有帮助的。

倒计时第一周

本周主要复习有关三角函数的概念与性质以及三角函数恒等变换问题,根据高考试题的特点,本部分的题目难度应控制在中档题以下,题目类型以选择、填空题为主:

[本周复习要点]

1. 三角函数的定义;
2. 用单位圆及三角函数线表示并研究三角函数;
3. 三角函数的图象和性质;
4. 诱导公式,同角三角函数公式、和差倍半及和差与积互化公式、正弦定理和余弦定理。

[典型例题]

例题 1. 说出前一函数的图象经过怎样的变换,变成后一函数的图象。

(1) $y=\sin x \longrightarrow y=-\sin|x+1|$

(2) $y=2\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6}) \longrightarrow y=\sin x$

解析:(1)$y=\sin x \xrightarrow{①} y=-\sin x \xrightarrow{②} y=-\sin|x| \xrightarrow{③}$
$y=-\sin|x+1|$

图象①关于 x 轴对称过去得图象②;②的 y 轴以右部分保持不变,y 轴以左部分与 y 轴以右部分对称(即图象以 y 轴为对称轴)得到图象③;③向左平移一个单位则得到 $y=-\sin|x+1|$ 的图

象。做这类题目首先要画好箭头图，一个箭头只能表示我们所学过的一种变换，如此题这样处理：$y=\sin x\xrightarrow{①}y=\sin(x+1)\xrightarrow{②}y=\sin|x+1|\xrightarrow{③}y=-\sin|x+1|$；那么，在②变形到③这步，我们就不太好说出变换过程了。

(2)$y=2\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6})\xrightarrow{①}y=2\sin(x+\frac{\pi}{6})\xrightarrow{②}$

$y=2\sin x\xrightarrow{③}y=\sin x$

图象①上的点的纵坐标不变，横坐标缩小到原来的一半得图象②；②向右平移$\frac{\pi}{6}$得③；③上的点的横坐标不变、纵坐标缩小到原来的一半得 $y=\sin x$ 的图象，注意：一次变换只能改变振幅、周期、相位中的一个；当不好确定变换过程时，可采取这样的方法；将原函数视为 $f(x)$，思考后一函数是 $f(?)$；如①$f(x)=2\sin(\frac{1}{2}x+\frac{\pi}{6})$，②为 $f(2x)$，而 $f(x)\longrightarrow f(2x)$则是横向压缩变换，当然，此题亦可以用倒推的方法去思考。

例题 2. $\sin\alpha=-\frac{2}{3}$，则 2α 是______象限角。

解析：$\frac{1}{2}<\frac{2}{3}<\frac{\sqrt{2}}{2}$ ∴ $-\frac{1}{2}>-\frac{2}{3}>-\frac{\sqrt{2}}{2}$，由三角函数线位置可知：

$$2k\pi+\frac{7\pi}{6}<\alpha<2k\pi+\frac{5\pi}{4}\text{或}\quad 2k\pi-\frac{\pi}{4}<\alpha<2k\pi-\frac{\pi}{6},$$

$$\therefore\ 4k\pi+\frac{7\pi}{3}<2\alpha<4k\pi+\frac{5\pi}{2}\text{或 }4k\pi-\frac{\pi}{2}<2\alpha<4k\pi-\frac{\pi}{3},k\in Z$$

∴2α 是一或四象限角。此题不可因$-\frac{2}{3}$是负数，则由 α 是三或四象限角去推导 2α 的范围，这样的作法必会导致 2α 范围的扩大。

例题 3. 填空：

(1)$y=\sin^4x+\cos^4x$ 的周期是__________。

(2)$y=\dfrac{1-\sin x}{\cos x}$ 的递减区间是__________。

(3)$y=a\sin4x+\cos4x$ 图象有一条对称轴是 $x=\dfrac{\pi}{3}$，$a=$__________。

(4)$y=\dfrac{\sin x\cdot\cos x}{1+\sin x+\cos x}$ 的值域是____________。

解析：(1)$y=(\sin^2x+\cos^2x)-2\sin^2x\cos^2x$

$$=1-\frac{1}{2}\sin^22x$$

$$=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\cos4x,T=\frac{\pi}{2}$$

(2)$y=\dfrac{1-\cos(\frac{\pi}{2}-x)}{\sin(\frac{\pi}{2}-x)}=\mathrm{tg}(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2})=-\mathrm{tg}(\frac{x}{2}-\frac{\pi}{4})$

∴递减区间为$(2k\pi-\dfrac{\pi}{2},2k\pi+\dfrac{3\pi}{2}),k\in Z$

(3)$y=\sqrt{1+a^2}\sin(4x+\theta)$，当 $x=\dfrac{\pi}{3}$ 时，$y=+\sqrt{1+a^2}$ 或 $-\sqrt{1-a^2}$

$\therefore\pm\sqrt{1+a^2}=a\sin\dfrac{4\pi}{3}+\cos\dfrac{4\pi}{3}$，　$\therefore a=\sqrt{3}$

(4)$\because\sin x\cdot\cos x=\dfrac{(\sin x+\cos x)^2-1}{2}$

$\therefore y=\dfrac{1}{2}(\sin x+\cos x-1)$

$y=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\sin(x+\dfrac{\pi}{4})-\dfrac{1}{2}$，

$\therefore y\in[-\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2},\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2}]$

但考虑到定义域必须满足 $\sin x+\cos x\neq-1$　即　$\sin(x+\frac{\pi}{4})\neq-\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore y\neq-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=-1$

$\therefore y\in[-\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2},-1)\cup(-1,\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{1}{2}]$

有关三角恒等变换的题目切忌无目标地变形，应认真从"角、名、形"三方面审题，找出变形的目标，并注意每一步变形都要有正确依据，请考生结合下例体会这点。

例题 4.　(1)求值：$\dfrac{\sin7^\circ+\cos15^\circ\sin8^\circ}{\cos7^\circ-\sin15^\circ\sin8^\circ}$　　(97 年高考题)

(2)$\operatorname{tg}\dfrac{\alpha+\beta}{2}=\dfrac{\sqrt{6}}{2}$，$\operatorname{tg}\alpha\cdot\operatorname{tg}\beta=\dfrac{13}{7}$，求 $\cos(\alpha-\beta)$

(3)求值：$\dfrac{\cos50^\circ(1-\sin10^\circ)}{\sin10^\circ\cos^2 20^\circ}$

解析：(1)分析：$7^\circ=15^\circ-8^\circ$，而　$15^\circ-8^\circ$的"弦"展开后又可以和后面一项"合并"，所以

$$原式=\frac{\sin(15^\circ-8^\circ)+\cos15^\circ\sin8^\circ}{\cos(15^\circ-8^\circ)-\sin15^\circ\sin8^\circ}$$
$$=\frac{\sin15^\circ\cos8^\circ}{\cos15^\circ\cos8^\circ}$$
$$=\operatorname{tg}15^\circ$$
$$=2-\sqrt{3}$$

(2)$\dfrac{\sin\alpha\cdot\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta}=\dfrac{13}{7}$，

$\therefore 13\cos\alpha\cdot\cos\beta=7\sin\alpha\sin\beta$，

$\therefore 3\cos(\alpha-\beta)=10\sin\alpha\sin\beta-10\cos\alpha\cos\beta=-10\cos(\alpha+\beta)$①

$$而\ \cos(\alpha+\beta)=\frac{1-\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha+\beta}{2}}{1+\operatorname{tg}^2\dfrac{\alpha+\beta}{2}}=\frac{1-\dfrac{3}{2}}{1+\dfrac{3}{2}}=-\frac{1}{5}\qquad ②$$

$\therefore \cos(\alpha-\beta)=-\frac{10}{3}\cos(\alpha+\beta)=-\frac{10}{3}\times(-\frac{1}{5})=\frac{2}{3}$

本小题是着重从已知、所求的“形”——构造上去分析的。

(3)原式为分式形式，分母又为积，若要求值，可试将分子化积后再与分母约分，这就需要分子的角、名均向分母转化。

$\because \cos50°=\sin40°$，

$$\therefore 原式=\frac{4\sin10°\cos10°\cos20°(1-\sin10°)}{\sin10°\cos^2 20°}$$

$$=\frac{4\cos10°(1-\sin10°)}{\cos20°}=\frac{4\cos10°-2\sin20°}{\cos20°}$$

$$=\frac{4\cos(30°-20°)-2\sin20°}{\cos20°}$$

$$=\frac{2\sqrt{3}\cos20°+2\sin20°-2\sin20°}{\cos20°}$$

$$=2\sqrt{3}$$

例题 5.　已知：$2\mathrm{tg}A=3\mathrm{tg}B$，求证：$\mathrm{tg}(A-B)=\frac{\sin2B}{5-\cos2B}$

解析：$\mathrm{tg}(A-B)=\frac{\mathrm{tg}A-\mathrm{tg}B}{1+\mathrm{tg}A\mathrm{tg}B}$，$\because$“求证”中右式无 A，$\therefore$第一步要消 A，即将 $\mathrm{tg}A=\frac{3}{2}\mathrm{tg}B$ 代入，得 $\mathrm{tg}(A-B)=\frac{\frac{1}{2}\mathrm{tg}B}{1+\frac{3}{2}\mathrm{tg}^2B}=\frac{\mathrm{tg}B}{2+3\mathrm{tg}^2B}$，再分析“求证”中右式的角都是 $2B$，用万能公式就可以将它表示为 $\mathrm{tg}B$ 的函数，

$$\frac{\sin2B}{5-\cos2B}=\frac{2\mathrm{tg}B/(1+\mathrm{tg}^2B)}{5-(1-\mathrm{tg}^2B)/(1+\mathrm{tg}^2B)}=\frac{2\mathrm{tg}B}{5+5\mathrm{tg}^2B-1+\mathrm{tg}^2B}$$

$$=\frac{2\mathrm{tg}B}{4+6\mathrm{tg}^2B}$$

$$=\frac{\mathrm{tg}B}{2+3\mathrm{tg}^2B}，\therefore \mathrm{tg}(A-B)=\frac{\sin2B}{5-\cos2B}$$

[精练一]

1. 下列函数中，是周期函数的是(　　　)

(A)$y=\sin x(x\neq 0)$　　(B)$y=\sin x(x\leqslant 0)$

(C)$y=\sin|x|$　　(D)$y=\sin\sqrt{x}$

2. 使关于 x 的方程 $x^2+2a\cos x+a^2=0$ 只有一个实根的实数 a 值共有(　　)

(A)1 个　　(B)2 个　　(C)3 个　　(D)4 个

3. $\mathrm{ctg}115°=a$，$\sin 40°=$__________。

4. 已知 $\sin(\frac{\pi}{4}-x)=\frac{5}{13}$，$0<x<\frac{\pi}{4}$，$\cos 2x/\cos(\frac{\pi}{4}+x)=$__________。

5. 化简 $\sqrt{\frac{\mathrm{tg}x+\sin x}{\mathrm{tg}x-\sin x}}+\frac{\sin x}{1+\cos x}(\pi<x<\frac{3\pi}{2})$。

6. $f(x)=\cos(2x-\frac{\pi}{3})$，一个闭区间 $[a,b]$ 满足下面两个条件①若 $x\in[a,b]$，则 $[f(x)]^2\leqslant\frac{1}{4}$，②若 x_1、$x_2\in[a,b]$ 且 $x_2>x_1$，则有 $f(x_2)>f(x_1)$。那么 $a-b=$________。

7. 求 $\frac{\sqrt{3}\,\mathrm{tg}12°-3}{3\sin 12°(2\cos^2 12°-1)}$ 的值。

8. 求函数 $y=\frac{\sin 3x\sin^3 x+\cos 3x\cdot\cos^3 x}{\cos^2 2x}+\sin 2x$ 的最大值。

9. 求 $\mathrm{tg}9°-\mathrm{tg}27°-\mathrm{tg}63+\mathrm{ctg}9°$ 的值。