

高中数学补充习题集

第一册

山东教育出版社

说 明

本书根据全日制十年制学校高中数学课本第一册、第二册的内容和顺序，遵循由浅入深由易到难的原则编选而成，目的在于加强学生基础知识和基本技能的训练，开发学生的智力，提高教学质量。在编选过程中，力求题目的类型典型多样，文字通俗易懂。为了使用方便，每章分为练习题、习题、复习题三部分。其中练习题可供课内练习时选用；习题可供课外练习时选用；复习题可供单元复习时选用。

最后，恳请广大读者对于书中所存在的缺点或错误予以指正。

编 者

一九八二年六月

目 录

第一章 幂函数 指数函数 对数函数	1
练习题	1
习 题	14
复习题	24
第二章 三角函数	32
练习题	32
习 题	46
复习题	56
第三章 两角和与差的三角函数	64
练习题	64
习 题	74
复习题	80
第四章 反三角函数和简单三角方程	85
练习题	85
习 题	93
复习题	95
第五章 空间图形	101
练习题	101
习 题	130
复习题	159
第六章 二次曲线	180
练习题	180

习 题	191
复习题	209
第七章 极坐标和参数方程	231
练习题	231
习 题	240
复习题	246

第一章 幂函数 指数函数 对数函数

练 习 题

1. 具体写出下列集合的各元素:

(1) $A = \{-3 \text{ 的负倒数}\};$

(2) $B = \{-\frac{1}{2} \text{ 的相反数}\};$

(3) $C = \{\text{小于20的3的正整数倍}\};$

(4) $D = \{\text{小于20的质数}\};$

(5) $E = \{\text{不等式 } \frac{x-4}{x-8} < 0 \text{ 的整数解}\}.$

2. 设 $A = \{\text{整式}\}$, $B = \{\text{分式}\}$. 试将下列各代数式填到 A 、 B 两个集合中:

$$xy, -3a^2b, \frac{5}{z}, \frac{a}{3}, -3\sqrt{2}, \sqrt{3}x,$$

$$2 + \frac{1}{x}, ab - \frac{c}{3}, 2x^2 + 4\sqrt{2}x + 1, 0.$$

$$A = \{ \quad \quad \quad \}, \quad B = \{ \quad \quad \quad \}.$$

3. 在数轴上作出下列集合的直观表示:

(1) $A = \{x; x - 3 > -1\};$

(2) $B = \{x; x + 3 < 2\};$

$$(3) C = \{x: -3 \leq x < 2\}.$$

4. 在直角坐标平面上作出下列集合的直观表示:

$$(1) P = \{(x, y): x > 1\};$$

$$(2) Q = \{(x, y): y < -1\};$$

$$(3) R = \{(x, y): -1 < x < 1\};$$

$$(4) S = \{(x, y): -4 < y < -1\}.$$

5. 设 $A = \{\text{偶数}\}$, $B = \{\text{奇数}\}$, $C = \{\text{既不是偶数又不是奇数的实数}\}$. 试指出下列各数各属于哪个集合:

$$\frac{4}{5}, \lg 3, 2 \sin 45^\circ, 3 \cos \frac{\pi}{6}, \sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\pi}{6},$$

$$8 \sin^2 \frac{\pi}{3}, 2^{100}, 3^{100}.$$

6. 集合 $A = \{\frac{1}{2}, 0, 1, 2, 3\}$ 和 $B = \{3, 2,$

$1, 0, \frac{1}{2}\}$ 是同一集合吗? 为什么?

7. 0 与 $\{0\}$ 是一回事吗? 为什么?

8. 已知 $A = \{x: x < 20, x \in \mathbb{N}\}$, 下列命题哪些正确? 哪些不正确?

$$(1) 12 \in A; \quad (2) 15 - \frac{1}{2} \in A;$$

$$(3) 25 \in A; \quad (4) 4 \in A;$$

$$(5) 0 \in A.$$

9. 已知集合: $A = \{x: x < 10, x \in \mathbb{N}\}$, $B = \{x: x > 3, x \in \mathbb{R}\}$, $C = \{1, 2, 3, 4, \sqrt{2}, \pi,$

$\frac{1}{\sqrt{2}}$ }. 试在下列空白处填上一个适当的元素:

____ $\in A$, ____ $\in B$, ____ $\in C$, ____ $\notin A$, ____ $\notin B$,
 ____ $\notin C$, ____ $\in B$ 但 $\notin A$, ____ $\notin C$ 但 $\in B$, ____ $\in B$ 且
 $\in A$.

10. 设 $A = \{x: x = 2n, n \in J\}$, $B = \{x: x = 2n + 1, n \in J\}$, 用 “ $\in$ ”、“ $\notin$ ”、“ $\subset$ ” 等符号填空:

- (1) $\{-2, -8\}$ ____ A ;
- (2) 0 ____ A ;
- (3) A ____ J ;
- (4) $\{-1, 1, -3, 3\}$ ____ B ;
- (5) ϕ ____ A ;
- (6) $\{0\}$ ____ A ;
- (7) 0 ____ N ;
- (8) A ____ $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$.

11. 下列每一题中, 都给出两个集合 A 和 B , 试判断谁是谁的子集:

- (1) $A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 10, 12\}$;
- (2) $A = \{\sqrt{2}, \sqrt{3}, \pi, \frac{1}{\sqrt{5}}\}$, $B = \{\text{无理数}\}$;
- (3) $A = \{x: x = \sqrt{2}\}$, $B = \{x: x^2 = 2\}$;
- (4) $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{d, c, b, a\}$.

12. 试写出集合 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 的所有子集.

13. 试写出集合 $A = \{a, b, c\}$ 的所有真子集.

14. 已知 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, d, e\}$,
 $C = \{b\}$, $D = \{d, e, f\}$.

试问下列各命题哪些是正确的?

- (1) $B \subseteq A$; (2) $C \subseteq A$;
(3) $D \subseteq A$; (4) $C \subseteq B$;
(5) $B \subseteq C$; (6) $C \subseteq D$.

15. 用适当的符号 ($\in$, $\bar{\in}$, $\subseteq$) 填在下列空白处:

- (1) a $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{a, b\}$; (2) $\{a\}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{a, b\}$;
(3) a $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{a\}$; (4) $\{a\}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{a\}$;
(5) $\lg 2$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{\text{实数}\}$; (6) 3.1416 $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{\text{无理数}\}$;
(7) $\{\text{正方形}\}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{\text{长方形}\}$;
(8) $\{\text{正方形}\}$ $\underline{\hspace{1cm}}$ $\{\text{菱形}\}$.

16. 符号 " $\subseteq$ " 与 " $\leq$ " 意义是否一样?

17. 试证明 $\{\text{等边三角形}\} = \{\text{各内角都是 } 60^\circ \text{ 的三角形}\}$.

18. 设 $A = \{\text{等腰三角形}\}$, $B = \{\text{直角三角形}\}$, 求 $A \cap B$.

19. 填空:

(1) $\{2, 4, \underline{\hspace{1cm}}\} \cap \{6, 8, \underline{\hspace{1cm}}\} = \{4, 6\}$;

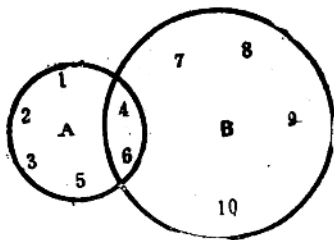
(2) $\{a, d, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}\} \cap \{d, c, e, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}\} = \{a, b, e, \underline{\hspace{1cm}}\}$.

20. 设 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{b, d, e, f, g\}$.

求: (1) $A \cup B$; (2) $B \cup A$.

21. 设 $A = \{\text{高一(一)班十四以下的同学}\}$, $B = \{\text{高一(一)班十五岁以上的同学}\}$, 求 $A \cup B$.

22. 试按下图写出 A 与 B 的并集:



第22题

23. 设 $I = R_0 = \{ \text{有理数} \}$, $A = \{ \text{正有理数} \}$, 求 $\overline{A}$.
24. 设 $I = \{ \text{高一(1)班学生} \}$, $A = \{ \text{高一(1)班男生} \}$, 求 $\overline{A}$.
25. 设 $I = \{ \text{三角形} \}$, $A = \{ \text{等腰三角形} \}$, 求 $\overline{A}$.
26. 设 $I = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 \}$,
 $A = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$, $B = \{ 2, 5, 6, 7, 8 \}$. 求 $A \cap B$, $I \cap B$, $I \cap A$, $A \cup B$, $I \cup A$,
 $I \cup B$, $\overline{A \cup B}$, $\overline{A \cap B}$.
27. 设 $X = \{ \text{全校同学} \}$, $Y = \{ 1 \text{月}, 2 \text{月}, 3 \text{月}, 4 \text{月}, 5 \text{月}, 6 \text{月}, 7 \text{月}, 8 \text{月}, 9 \text{月}, 10 \text{月}, 11 \text{月}, 12 \text{月} \}$. 你能建立一个从 X 到 Y 的单值对应吗?
28. 下列对应是否为单值对应:
- (1) 设 f 是三角形到它的面积的对应;
 - (2) 设 g 是三角形的面积到三角形的对应;
 - (3) 设 f 是从每个矩形到它的外接圆的对应;
 - (4) 设 g 是从圆到它的内接矩形的对应;
 - (5) 设 $R = \{ \text{实数} \}$, $R^+ = \{ \text{正实数} \}$, 对应关系 f

为 $x \rightarrow \frac{1}{\sqrt{x}}$.

29. 分别用集合、不等式、区间三种方式表示:

(1) 小于 $\frac{1}{2}$ 的实数的集合;

(2) 不大于 $\frac{1}{2}$ 的实数的集合;

(3) 大于 -2 且不大于 3 的实数的集合;

(4) 不小于 -2 且小于 3 的实数的集合;

(5) 不小于 -2 且大于 3 的实数的集合;

(6) 绝对值小于 2 的实数的集合;

(7) 绝对值不大于 2 的实数的集合;

(8) 绝对值大于 2 的实数的集合;

(9) 绝对值不小于 2 的实数的集合.

30. 已知函数 $f(x) = \frac{2}{x-1}$, $x \in \{0, -1, 2,$

$-2, 3, -3\}$, 求 $f(0)$, $f(-1)$, $f(2)$, $f(-2)$, $f(3)$, $f(-3)$ 和函数的值域.

31. 已知 $f(x) = \sqrt{x-3} + \sqrt{3-x}$, 试问 $f(x)$ 是 x 的函数吗? 其定义域是什么? 其值域是什么?

32. 下列函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否表示同一个函数? 为什么?

(1) $f(x) = x$, $g(x) = \sqrt{x^2}$;

(2) $f(x) = x$, $x \in [0, +\infty)$, $g(x) = \sqrt{x^2}$;

(3) $f(x) = x$, $x \in [0, +\infty)$, $g(x) = \sqrt{x^2}$,
 $x \in [0, +\infty)$;

(4) $f(x) = 1$, $g(x) = \frac{x}{x}$;

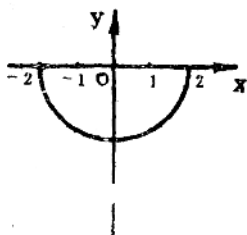
$$(5) f(x) = 1, x \in (-\infty, 0) \cup (0, +\infty),$$

$$g(x) = \frac{x}{x}.$$

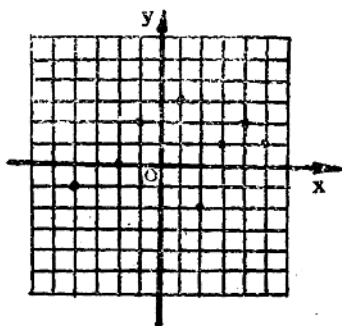
33. 在图上表示出 $f(0)$, $f(-1)$, $f(1)$.

43. 已知 $x, y, z \in R$, 函数 $x = f(y)$, $y = f(z)$, $z = f(x)$ 是否表示同一个函数.

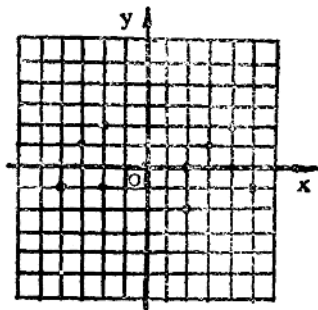
35. 下列两个图中所表示的变量 y 和 x 的关系是否函数关系:



第33题



第35(1)题

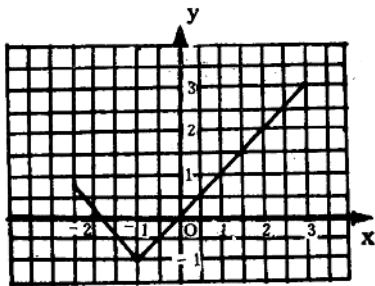


第35(2)题

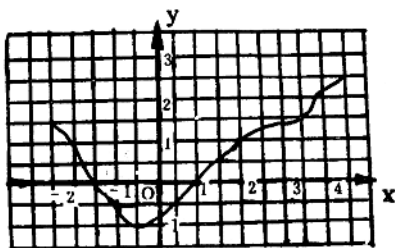
36. 函数 $f(x)$ 的图象是两条线段的并集 (如图). 根据图象求出 $f(-2)$, $f(-1)$, $f(0)$, $f(3)$, 并求出函数的定义域和值域.

37. 上题图中所给出的是定义在集合 $[-2.5, 4.5]$ 上的函数 f 的图象, 试根据图象求 $f(-2.5)$, $f(-0.5)$, $f(1)$,

$f(3.5), f(4.5)$ 。当 $f(x) = 0$ 、 $f(x) > 0$ 、 $f(x) < 0$ 时, 分别求出相应的 x 值的集合。



第36题



第37题

38. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \frac{3}{x^2 - 2};$$

$$(2) y = \frac{5}{x^2 + 2};$$

$$(3) y = \frac{4}{|x| - x};$$

$$(4) y = -\frac{2}{|x| + x}.$$

39. 求下列函数的定义域和值域:

$$(1) y = \sqrt{2 + x - x^2},$$

$$(2) y = \sqrt{-(x+1)^2}.$$

40. 求函数 $y = \sqrt{9 - x^2} + \frac{1}{|x| - 2}$ 的定义域.

41. 试判定下列函数哪些是幂函数:

$$(1) y = x^0;$$

$$(2) y = x^{-3};$$

$$(3) y = x^2 + 1;$$

$$(4) y = (x+1)^2;$$

$$(5) y = 3\sqrt{x};$$

$$(6) y = -x^3.$$

42. 求下列幂函数的定义域:

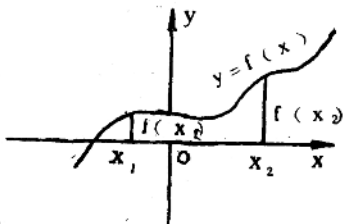
$$(1) y = x^{\frac{3}{2}};$$

$$(2) y = x^{\frac{7}{3}};$$

$$(3) y = x^{-\frac{3}{2}};$$

$$(4) y = x^{-\frac{7}{3}}.$$

43. 如图所示, 当 x_1 、 x_2 在所给位置时, 有 $f(x_1) < f(x_2)$, 能否判定 $f(x)$ 就是增函数? 为什么?

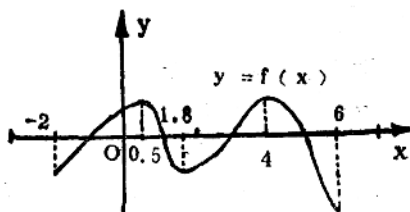


第43题

44. 下图是定义在闭区间 $[-2, 6]$ 上的函数 $f(x)$ 的图象, 试根据图

象求出 $f(x)$ 是增函数或减函数的区间.

45. 证明函数 $f(x) = 5x + 1$ 在 $\mathbb{R}$ 上是增函数. 试分析证明过程, 并指出在证明中, 用到了已知函数中的哪个量?



第44题

它需要什么限制？又与哪个量无关？由此你能得出什么结论？

46. 证明函数 $f(x) = x^2$, $x \in (-10, 0]$ 是单调减函数。
47. 证明函数 $f(x) = x^3$ 在 R 上为增函数。
48. 试判断下列函数的奇偶性：

(1) $f(x) = x^3$; (2) $f(x) = x^{\frac{1}{3}}$;

(3) $f(x) = x^2$; (4) $f(x) = x^{\frac{1}{2}}$;

(5) $f(x) = x^{-\frac{1}{2}}$.

49. 已知函数 $f(x) = ax^2 + b$ ($a < 0$)。求证：

- (1) 函数 $f(x)$ 是偶函数；
- (2) $f(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是增函数； $f(x)$ 在 $[0, +\infty)$ 上是减函数。

50. 设 $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$,

$M = \{0, 2, 4, 6, 8, 10, \dots\}$.

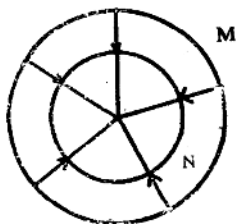
按对应关系 $n \rightarrow 2n$ 是不是 N 到 M 的单值对应？是不是 N 到 M 的一一对应？

51. 设 $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$,

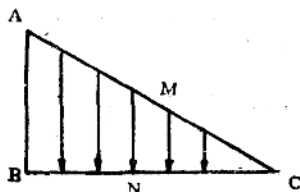
$$M = \{+1, -1, +\sqrt{2}, -\sqrt{2}, +\sqrt{3}, -\sqrt{3}, \dots\}.$$

在对应关系 $n \rightarrow \pm\sqrt{n}$ 下，是不是 N 到 M 的一一对应？

52. 求下列各对应的逆对应：



第52(1)题



第52(2)题

53. 求下列各对应的逆对应：

(1) $f: x \rightarrow y = 3x - 1$ 是 R 到 R 的对应；

(2) $f: x \rightarrow y = x^3 + 1$ 是 R 到 R 的对应。

54. 求下列函数的反函数：

(1) $y = \sqrt{x}$, $\{x: x \geq 0\}$;

(2) $y = \frac{x-1}{2}$, $x \in R$;

(3) $y = \frac{2x+3}{x-1}$, $\{x: x \in R, x \neq 1\}$ 。

55. 试判断下列函数（以 x 为自变量）哪些是指数函数？哪些不是指数函数？

$$(1) y = 5^x;$$

$$(2) y = 2^{-x};$$

$$(3) y = -2^x;$$

$$(4) y = 4^{2x};$$

$$(5) y = 4^{x+2};$$

$$(6) y = x^8;$$

$$(7) y = x^x;$$

$$(8) y = (-3)^x;$$

$$(9) y = (\sqrt{2})^x;$$

$$(10) y = (3k+1)^x \quad (k >$$

$$-\frac{1}{3}) \text{ 且 } k \neq 0).$$

56. 试比较下列各式中 a 和 b 的大小:

$$(1) \left(\frac{3}{5}\right)^a < \left(\frac{3}{5}\right)^b;$$

$$(2) \pi^a > \pi^b;$$

$$(3) \left(\frac{2}{3}\right)^a > \left(\frac{2}{3}\right)^b;$$

$$(4) (1.3)^a < (1.3)^b.$$

57. 确定下列各式中 a 的范围:

$$(1) a^{\frac{1}{3}} < a^{\frac{2}{3}};$$

$$(2) a^{\frac{2}{5}} > a^{\frac{3}{5}};$$

$$(3) a^{3.2} > a^{\pi};$$

$$(4) a^{1.4} < a^{\sqrt{2}}.$$

58. 在下列各式中填上适当的不等号:

$$(1) \left(\frac{3}{7}\right)^{0.7} \underline{\hspace{1cm}} 1;$$

$$(2) \left(-\frac{3}{7}\right)^{1.5} \underline{\hspace{1cm}} 1;$$

$$(3) (\sqrt{3})^{0.5} \underline{\hspace{1cm}} 1;$$

$$(4) (\sqrt{5})^{2.3} \underline{\hspace{1cm}} 1;$$

$$(5) \pi^{-0.5} \underline{\hspace{1cm}} 1;$$

$$(6) (\pi)^{-1.7} \underline{\hspace{1cm}} 1;$$

$$(7) \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} \underline{\hspace{1cm}} 1;$$

$$(8) \left(\frac{1}{3}\right)^{-\frac{1}{2}} \underline{\hspace{1cm}} 1.$$

59. 已知确定函数 $y = 3^x$ 的对应是 f : $x \rightarrow y = 3^x$. 试由对数的概念给出其逆对应 f^{-1} .

60. 求下列函数的定义域:

$$(1) y = \log_3(-x); \quad (2) y = \log_{0.5}\sqrt{x};$$

$$(3) y = \log_5 3^x; \quad (4) y = \log_{\frac{1}{3}}(2x+1).$$

61. 函数 $y = \lg x^2$ 与 $y = 2 \lg x$ 表示同一个函数吗? 当 x 为何值时, $\lg x^2 = 2 \lg x$? 当 x 为何值时, $\lg x^2 = 2 \lg(-x)$?

62. 求下列各式中 a 的范围:

$$(1) \log_a 2 < \log_a \sqrt{5},$$

$$(2) \log_a 0.15 < \log_a 0.16,$$

$$(3) \log_a 2 > \log_a \sqrt{5},$$

$$(4) \log_a 0.15 > \log_a 0.16.$$

63. 试比较下列各组数的大小:

$$(1) \log_2 3 \text{ 与 } \log_2 0.8;$$

$$(2) \log_{0.3} 5 \text{ 与 } \log_{0.3} 0.5;$$

$$(3) \log_2 3 \text{ 与 } \log_{2.0} 0.8;$$

$$(4) \log_{0.3} 5 \text{ 与 } \log_{0.03} 0.5.$$

64. 求证 (1) $\log_a b^n = \frac{n}{m} \log_a b;$

$$(2) \log_a b \log_b c = \log_a c.$$

65. 计算 $\log_2 9 \times \log_3 2$.

66. 解下列指数方程:

$$(1) 4^x = 5; \quad (2) 5^{x+1} = 1;$$

$$(3) \left(\frac{3}{5}\right)^{2x-1} = \left(\frac{5}{3}\right)^7; \quad (4) \sqrt[3]{5^x} = 625.$$

67. 解下列不等式:

$$(1) 3^{2x-1} < 9; \quad (2) (0.2)^{2x^2+5x+2} < 1.$$