全国硕士研究生入学考试模拟试卷系列精品丛书

2006年
全国硕士研究生
政治 入学考试模拟试卷

POLITICS

全国硕士研究生入学考试辅导用书编审委员会　编著

- 来自北京大学、清华大学和中国人民大学的最新权威信息
- 原命题组组长领衔编写，20多位一线专家深度审稿，倾力推出2006考研整体解决方案
- 紧扣最新考试大纲，精心推敲，优化设计，实战模拟，高效预测
- 明示命题原则与规律，把握考研命题脉搏

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS
sina 新浪教育
edu.sina.com.cn
门户网站独家网络支持

全国硕士研究生入学考试模拟试卷系列精品丛书

2006年全国硕士研究生
入学考试模拟试卷

政　　治

全国硕士研究生入学考试辅导用书编审委员会　编著

■ 来自北京大学、清华大学和中国人民大学的最新权威信息
■ 原命题组组长领衔编写，20多位一线专家深度审稿，倾力推出2006考研整体解决方案
■ 紧扣最新考试大纲，精心推敲，优化设计，实战模拟，高效预测
■ 明示命题原则与规律，把握考研命题脉搏

北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

2006年全国硕士研究生入学考试模拟试卷．政治/全国硕士研究生入学考试辅导用书编审委员会编著．—北京：北京大学出版社，2005.10
ISBN 7-301-09805-7

Ⅰ.2… Ⅱ.全… Ⅲ.政治理论-研究生-入学考试-习题 Ⅳ.G643

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第119554号

书　　名：2006年全国硕士研究生入学考试模拟试卷·政治
著作责任者：全国硕士研究生入学考试辅导用书编审委员会　编著
责 任 编 辑：胡利国
标 准 书 号：ISBN 7-301-09805-7/G·1650
出 版 发 行：北京大学出版社
地　　址：北京市海淀区成府路205号　100871
网　　址：http://cbs.pku.edu.cn
电　　话：邮购部 62752015　发行部 62750672　编辑部 62765016
电 子 信 箱：pl@pup.pku.edu.cn
排　版　者：北京高新特打字服务社　82350640
印　刷　者：河北滦县鑫华书刊印刷厂
经　销　者：新华书店
787毫米×1092毫米　16开本　11印张　271千字
2005年10月第1版　2005年10月第1次印刷
定　　价：19.00元

前　言

管理科学(运筹学)是一门用科学、定量的方法去分析和解决管理决策问题的技术科学,目的是帮助管理者在有限的资源条件下最优地实现组织目标,并为决策提供依据。随着管理现代化和科学化进程不断加快,管理科学这一现代管理理论体系中的重要分支正在发挥着更大的作用和得到更广泛的重视。由于这门学科不仅能够提供管理决策的科学方法,而且能够培养整体优化的决策思维方式,因此,我国各高等院校的经济管理类专业均普遍把这门学科作为主干课程。

为了适应管理类专业对管理科学教材的广泛需求,本书作者于2001年9月出版了《管理科学基础》一书。该书出版四年多来受到了广泛欢迎,目前已经印刷31 000册,并于2004年修订。为了进一步丰富和延伸《管理科学基础》的内容体系,使读者能够更加方便有效地学习这门学科,特编写了本书。本书作为《管理科学基础》的辅助配套教材,不仅提供了与《管理科学基础》章节完全对应的学习要点、习题(包括答案)、案例和英汉词汇,而且提供了基于作者多年教学积累的综合测试题和教学课件。

在本书的编写和出版过程中,参考了一些国内外的相关文献,得到了天津大学出版社的支持,天津大学管理学院研究生王建忠、周蕾、吕鹃、卢蕾、凌伟、李荣平、商冠杰等也做了大量工作,谨在此一并表示衷心感谢。

作　者

2005年9月

目　录

I 引 论

第1章 绪 论

学习要点

一、管理与管理科学

学习要点:管理科学(运筹学)的定义、管理科学在科学技术体系中的地位。

管理科学的定义可分为广义和狭义两种,本书指狭义的定义:管理科学是一门用科学、定量的方法去分析和解决管理决策问题的学科;管理科学在科学技术体系中处于技术科学的层次。

二、管理科学的工作程序

学习要点:管理科学的工作程序。

应用管理科学方法解决管理决策问题的一般程序是明确问题、选择模型、确定参数、计算求解、结果分析(反馈)。

思考题

1.1 什么是管理?什么是管理决策?怎样理解管理决策必须有科学依据?

1.2 管理科学是怎样一门学科?它在科学技术体系中处于什么层次?

1.3 管理科学产生于什么年代?

1.4 管理科学有何基本特性?

1.5 管理科学的工作程序为何?

英汉词汇

管理科学 — Management Science

运筹学 — Operations Research

II 规划技术

第2章 线性规划

学习要点

一、线性规划的模型与图解法

1.线性规划的模型

学习要点:线性规划问题的特征、线性规划模型的构成及模型的建立。

线性规划问题是如何合理地利用有限的资源达到最优的效益;线性规划模型由三要素构成,即决策变量、目标函数和约束条件。其一般式为

$$\max\ z = \boldsymbol{CX}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\boldsymbol{AX} \leqslant \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{X} \geqslant \boldsymbol{0}\end{cases}$$

2.线性规划的图解法

学习要点:图解法的步骤,线性规划解的直观特性。

图解法的步骤包括作约束图形、作目标图形、确定最优解和最优值。由图解法可直观得到线性规划解的一些特性:可行域是凸多面体。最优解若存在的话必能在可行域的角点获得。解的情形有四种,即惟一最优、多重最优、无界解和无解。

二、单纯形法

1.预备知识

学习要点:线性规划模型的标准型,基本可行解及相关概念、定理。

线性规划模型的标准型为

$$\max\ z = \boldsymbol{CX}$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{b} \\ \boldsymbol{X} \geqslant \boldsymbol{0}\end{cases}$$

将非标准化为标准的情形:min 型目标化为 max 型、不等式约束化为等式约束(松弛变量的经济意义)、自由变量化为非负变量;基本解是 $\boldsymbol{AX} = \boldsymbol{b}$ 的形如$(\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{b},\boldsymbol{0})^{\mathrm{T}}$ 的解,其中 $\boldsymbol{B}$ 是$\boldsymbol{A}$ 中基矩阵,与 $\boldsymbol{B}$ 相应的变量 $\boldsymbol{X}_B$ 为基变量,其余为非基变量 $\boldsymbol{X}_N = \boldsymbol{0}$,基本可行解是非负的基本解;基本可行解与可行域的角点一一对应。

2.单纯形法原理与步骤

学习要点:单纯形法原理,单纯形法步骤。

单纯形法的原理是在可行域的角点即基本可行解中寻优;单纯形法的前提是模型已化为标准型且 $\boldsymbol{A}$ 中含 $\boldsymbol{I}$(否则用人工变量法构造 $\boldsymbol{I}$);步骤是确定初始基本可行解、进行最优性检验、求下一个更好的基本可行解。

3.单纯形表

学习要点:单纯形表的计算、单纯形表的构成及其含义。

单纯形表是将单纯形法用表格实现。表的结构及含义如下:

		$\boldsymbol{C}$	$\boldsymbol{0}$
		$\boldsymbol{X}$	$\boldsymbol{X}_s$
$\boldsymbol{C}_B$	$\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{b}$	$\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{I}$
		$\boldsymbol{C}-\boldsymbol{C}_B\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{A}$	$\boldsymbol{0}-\boldsymbol{C}_B\boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{I}$

三、对偶与灵敏度分析

1.对偶模型

学习要点:对偶问题及其模型。

对偶问题是与原始问题(P) $\max z=\boldsymbol{CX}$ $\text{s.t.}\begin{cases}\boldsymbol{AX}\leqslant\boldsymbol{b}\\\boldsymbol{X}\geqslant\boldsymbol{0}\end{cases}$ 密切相关的线性规划(D) $\min w=\boldsymbol{Yb}$ $\text{s.t.}\begin{cases}\boldsymbol{YA}\geqslant\boldsymbol{C}\\\boldsymbol{Y}\geqslant\boldsymbol{0}\end{cases}$。

2.对偶的性质及经济意义

学习要点:对偶的性质,对偶的经济意义。

对偶的性质:对称性、弱对偶性、解的最优性、对偶定理、互补松弛定理;对偶的经济意义包括对偶最优解 $\boldsymbol{C}_B\boldsymbol{B}^{-1}$ 的经济意义(资源的影子价格)、对偶模型约束的经济意义及互补松弛性的经济意义。

3.灵敏度分析

学习要点:资源 $\boldsymbol{b}$ 的分析,价格 $\boldsymbol{C}$ 的分析,增加新变量的分析。

资源 $\boldsymbol{b}$ 的分析主要是求使原最优基不变的 $\boldsymbol{b}$ 的允许变化范围;价格 $\boldsymbol{C}$ 的分析主要是求使原最优解不变的 $\boldsymbol{C}$ 的允许变化范围;增加新变量的分析主要是分析增加新变量是否有利。

4.综合分析

学习要点:从原始问题到对偶与灵敏度分析的全过程分析。

内容包括实际问题的线性规划模型建立、单纯形表计算求解、问题的对偶模型及解、资源的影子价格与资源剩余、灵敏度分析等的综合分析。

四、运输问题

1.运输问题及其模型

学习要点:运输问题,运输模型。

运输问题:平衡与非平衡问题;运输模型的特征是系数矩阵的秩比约束个数少1。

2.运输问题的求解

学习要点:运输问题的表上作业法。

表上作业法的步骤及相关概念、经济意义,非平衡化为平衡问题的方法。

五、线性整数规划

学习要点:0-1规划模型的建立。

习　题

2.1　用图解法求解下列线性规划问题

$$\max\ z=2x_1+3x_2$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}x_1+2x_2\leqslant 8\\ x_1\leqslant 4\\ x_2\leqslant 3\\ x_1,x_2\geqslant 0\end{cases}$$

2.2　考虑下面的线性规划问题

$$\max\ z=4x_1+4x_2$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}2x_1+7x_2\leqslant 21\\ 7x_1+2x_2\leqslant 49\\ x_1,x_2\geqslant 0\end{cases}$$

用图解法找出最优解(x_1^*,x_2^*)。由图说明,在保持(x_1^*,x_2^*)为最优解的情况下,目标函数系数的变化范围是什么?

2.3　表2-1中给出某线性规划问题计算过程中的一个单纯形表,目标函数为 $\max\ z=50x_1+100x_2$,约束条件为$\leqslant$,表中 x_3、x_4、x_5为松弛变量,表中解的目标函数值为 $z=27\ 500$。

表2-1

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1　a	1	0	1	0	-1
x_4　50	0	d	-2	1	1
x_2　250	0	e	f	0	1
c_j-z_j	b	c	-50	0	-50

(1)求 $a\sim f$ 的值;

(2)表中给出的解是否为最优解。

2.4　表2-2中给出某求极大化问题的单纯形表,问表中 a_1、a_2、c_1、c_2、d 为何值时以及表中变量属哪一种类型时有:

(1)表中解为惟一最优解;

(2)表中解为无穷多最优解之一;

(3)表中解为退化的可行解;

(4)下一步迭代将以 x_1 替换基变量 x_5；

(5)该线性规划问题具有无界解；

(6)该线性规划问题无可行解。

表 2-2

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_3　d	4	a_1	1	0	0
x_4　2	−1	−5	0	1	0
x_5　3	a_2	−3	0	0	1
$c_j - z_j$	c_1	c_2	0	0	0

2.5　已知表 2-3 是求某极大化线性规划问题的初始单纯形表和迭代计算中某一步的表。试求表中未知数 $a \sim l$ 的值。

表 2-3

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
x_5	20	5	−4	13	b	1	0
x_6	8	j	−1	k	c	0	1
$c_j - z_j$		1	6	−7	a	0	0
⋮		⋮					
x_3	d	−1/7	0	1	−2/7	f	4/7
x_2	e	l	1	0	−3/7	−5/7	g
$c_j - z_j$		72/7	0	0	11/7	h	i

2.6　设 $\boldsymbol{x} = \sum_{k=1}^{N} \alpha_k \boldsymbol{x}^{(k)}$ 是线性规划 $\max z = \boldsymbol{CX}$ $\text{s.t.}\begin{cases}\boldsymbol{AX} \leqslant \boldsymbol{b}\\ \boldsymbol{X} \geqslant \boldsymbol{0}\end{cases}$ 的可行解 $\boldsymbol{x}^{(1)}, \boldsymbol{x}^{(2)}, \cdots, \boldsymbol{x}^{(N)}$ 的加权平均值，其中，权重 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_N$ 均非负，且和为 1。证明 $\boldsymbol{x}$ 也是该线性规划的可行解。

2.7　在单纯形法迭代中，任何从基变量中替换出来的变量在紧接着的下一次迭代中会不会立即再进入基变量，为什么？

2.8　一个商人准备把他的钱进行投资，有两种计划可供选择。计划 A 保证每一元投资一年后可赚 70 分，而计划 B 保证每一元投资两年后可赚 2 元。在计划 B 中，只有投资的时期是两年的倍数才可以。为了使他在第三年年底的收入最多，他应该怎样投资 100 000 元？把这个问题表示成一个线性规划模型。

2.9　考虑一个把三种型号(式样)不同的飞机分配到四条航线上的问题。表 2-4 给出最大的运输能力(载乘客数)和各种型号飞机可利用的架数、在规定航线上每一架飞机每天能够往返的次数以及各条航线上每天预计的乘客数。

表 2-4

飞机型号	运输能力(乘客数)	飞机数	各条航线上每天往返次数			
			1	2	3	4
1	50	5	3	2	2	1
2	30	8	4	3	3	2
3	20	10	5	5	4	2
每天乘客人数			100	200	90	120

各条航线上每次往返的运行成本以及缺少一个乘客的损失汇总如表 2-5。如何确定分配到各条航线的飞机数而使总成本最小？把这个问题表示成一个线性规划模型。

表 2-5

飞机型号	各条航线上每次往返的运行成本(元)			
	1	2	3	4
1	1 000	1 100	1 200	1 500
2	800	900	1 000	1 000
3	600	800	800	900
缺少每一位乘客的损失	40	50	45	70

2.10　某昼夜服务的公交线路每天 24 h 各时段内需要的司机和乘务人员数量如下：

2:00～6:00　10 人　　6:00～10:00　15 人　10:00～14:00　25 人

14:00～18:00　20 人　18:00～22:00　18 人　22:00～2:00　12 人

司机和乘务人员分别于 2:00、6:00、10:00、14:00、18:00、22:00 分 6 批上班，并连续工作 8 h。试确定：

(1)该公交线路至少应设多少名司机和乘务人员，才能满足值班需要；

(2)若该公交线路可聘用合同员工，上班时间同正式员工。若正式员工报酬为 10 元/h，合同工为 15 元/h，问该公交线路是否应聘合同员工及聘多少名？

2.11　某面包厂用原料 A、B、C 加工成三种不同牌号的面包甲、乙、丙。已知各种牌号面包中 A、B、C 的含量，原料成本，各种原料每月的限制用量，三种牌号面包的单位加工费及售价，如表 2-6 所示。问该厂每月生产这三种牌号面包各多少公斤，使得到的利润为最大？试建立这个问题的线性规划数学模型。

表 2-6

	甲	乙	丙	原料成本(元/kg)	每月限制用量(kg)
A	≥60%	≥15%		2.00	2 000
B				1.50	2 500
C	≤20%	≤60%	≤50%	1.00	1 200
加工费(元/kg)	0.50	0.40	0.30		
售价(元/ kg)	3.40	2.85	2.25		

2.12 某工厂在今后的4个月内需要租用仓库。现已知各个月所需要的仓库面积数字列于表2-7。租借合同期限越长,享受的折扣优待越大,具体数字见表2-8。租借仓库的合同每月初都可办理,每份合同具体规定租用面积数和期限。因此该厂可根据需要在任何一个月初办理租借合同,且每次办理时,可签一份,也可同时签若干份租用面积和租借期限不同的合同,总的目标是使所付的租借费用最小。试根据上述要求,建立其线性规划的数学模型。

表2-7

月份	1	2	3	4
所需仓库面积(100 m^2)	15	10	20	12

表2-8

合同租借期限	1个月	2个月	3个月	4个月
合同期内仓库面积的租借费用(元/100 m^2)	2 800	4 500	6 000	7 300

2.13 设某小区有 m 个订牛奶的住户,第 i 个住户 P_i 的坐标为 (a_i, b_i),道路网与坐标轴平行,彼此正交。现打算在此小区内建一个奶站,问应该建在何处为好?

2.14 某工厂签订了5种产品($i=1,\cdots,5$)下一年度1~6月份的交货合同。已知这5种产品的订货量(件)、单件售价(元)、成本价(元)及生产每件产品所需工时(h)分别为 D_i, s_i, c_i, a_i。1~6月的各个月内该厂正常生产工时及最大允许加班工时数如表2-9。

表2-9

月份	1	2	3	4	5	6
正常生产工时(h)	12 000	11 000	13 000	13 500	13 500	14 000
最大允许加班工时(h)	3 000	2 500	3 300	3 500	3 500	3 800

加班时间内生产的每件产品成本增加 c_i' 元,因生产准备及交货要求,其中安排产品1最早从3月份开始生产,产品3需在4月底前交货,产品4最早可于2月份起生产,并于5月底前全部交货。若产品3和4延期交货,于6月底前每拖一个月分别罚款 p_3 和 p_4 元,全部产品必须于6月底前交货。请为该厂设计一个保证完成合同又使盈利为最大的生产计划安排,并建立数学模型。

2.15 某厂生产Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ三种产品,都经过A、B两道工序加工。设A工序有 A_1、A_2 两台设备,B工序有 B_1、B_2、B_3 三台设备。已知产品Ⅰ可在A、B任何一种设备上加工,产品Ⅱ可在任一规格A设备上加工,但B工序只能在 B_2 设备上加工,产品Ⅲ两道工序只能在 A_2、B_2 设备上加工。加工单位产品所需工序时间及其他有关数据见表2-10,问应如何安排生产计划,使该厂获利最大。

表 2-10

设备	产品 I	产品 II	产品 III	设备有效台时	设备加工费（元/h）
A_1	5	10		6 000	0.05
A_2	7	9	12	10 000	0.03
B_1	6			4 000	0.06
B_2	4	8	11	7 000	0.11
B_3	7			4 000	0.05
原料费(元/件)	0.25	0.35	0.50		
售价(元/件)	1.25	2.00	2.80		

2.16 写出下列线性规划问题的对偶问题：

(1) $\max z = 2x_1 + x_2 + x_3 - x_4$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leqslant 3 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 \geqslant 5 \\ x_1, x_2, x_3 \geqslant 0 \end{cases}$$

(2) $\max z = 4x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 6x_4$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 \leqslant 2 \\ 3x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 \leqslant 4 \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 5x_4 \leqslant 6 \\ x_1, x_2, x_3, x_4 \geqslant 0 \end{cases}$$

(3) $\max z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} c_{ij}(p_j x_j) + \sum_{k=1}^{l} g_k y_k$

$$\text{s.t.}\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j + \sum_{k=1}^{l} d_{ik}y_k \leqslant b_i \quad (i = 1, \cdots, m) \\ x_j \leqslant 0 \end{cases}$$

(4) $\max z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$

$$\text{s.t.}\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \leqslant b_i \quad (i = 1, \cdots, m_1) \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i \quad (i = m_1 + 1, \cdots, m_2) \\ \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j \geqslant b_i \quad (i = m_2 + 1, \cdots, m) \\ x_j \leqslant 0 \quad (j = 1, \cdots, n_1) \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = n_1 + 1, \cdots, n_2) \end{cases}$$

2.17 考虑线性规划问题：

$$\min z = \sum_{j=1}^{n} c_j^0 x_j$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j = b_i \quad (i = 1, 2, \cdots, n) \\ x_j \geqslant 0 \quad (j = 1, 2, \cdots, n) \end{cases}$$

设$(x_1^0,\cdots,x_n^0)$是以上问题的最优解，而$(x_1',\cdots,x_n')$是对一切 j 用 c_j' 来代替 c_j^0 时的最优解。证明$\sum_{j=1}^{n}(c_j'-c_j^0)(x_j'-x_j^0)\leqslant 0$。

如果在 $j=k$ 时 $c_j'<c_j^0$，而在 $j\neq k$ 时 $c_j'=c_j^0$，那么将 x_k' 与 x_k^0 比较时会有什么结果？

2.18 已知线性规划问题如下：

$$\max\ z^1=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\leqslant b_i & (i=1,2,\cdots,m)\\ x_j\geqslant 0 & (j=1,2,\cdots,n)\end{cases}$$

若 $\boldsymbol{Y}^*$ 为对偶问题最优解，假设用 b_i+k_i(k_i为常数)代替 b_i得到另一线性规划问题：

$$\max\ z^2=\sum_{j=1}^{n}c_jx_j$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\leqslant b_i+k_i & (i=1,2,\cdots,m)\\ x_j\geqslant 0 & (j=1,2,\cdots,n)\end{cases}$$

求证：$\max\ z^2\leqslant\max\ z^1+\sum_{i=1}^{m}k_iy_i^*$。

2.19 已知线性规划问题：

(1)$\max\{\sum_{j=1}^{n}c_jx_j\},\ \sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j\leqslant b_i\quad(i=1,\cdots,m),x_j\geqslant 0\quad(j=1,\cdots,n)$；

(2)$\max\{\sum_{j=1}^{n}c_jx_j\},\ \sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j+x_{si}=b_i\quad(i=1,\cdots,m),x_j\geqslant 0\quad(j=1,\cdots,n)$；

(3)$\max\{\sum_{j=1}^{n}c_jx_j-\sum_{i=1}^{m}Mx_{ai}\},\ \sum_{j=1}^{n}a_{ij}x_j+x_{si}+x_{ai}=b_i\quad(i=1,\cdots,m),x_j\geqslant 0\quad(j=1,\cdots,n)$

(M 为任意大正数)。分别写出(1),(2),(3)的对偶问题，认真分析比较并由此得出结论。

2.20 设 $\boldsymbol{A}$ 是$m\times n$ 阶矩阵，$\boldsymbol{b}$ 是m 维列向量，$\boldsymbol{c}$ 是n 维行向量，$\boldsymbol{x}\in\mathbf{R}^n,\boldsymbol{y}\in\mathbf{R}^m$。试证：如果线性规划问题：

$$\min(\boldsymbol{cx}-\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y})$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}\boldsymbol{Ax}\geqslant\boldsymbol{b}\\ -\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\geqslant-\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{x}\geqslant\boldsymbol{0},\boldsymbol{y}\geqslant\boldsymbol{0}\end{cases}$$

有可行解，则必有最优解，且最优值为零。

2.21 考虑如下的规划：

$$\max\ z=5x_1+2x_2+3x_3$$

$$\text{s.t.}\begin{cases}x_1+5x_2+2x_3\leqslant b_1\\ x_1-5x_2-6x_3\leqslant b_2\\ x_1,x_2,x_3\geqslant 0\end{cases}$$

其中 b_1、b_2是常数,对于 b_1和 b_2特定的值,最终单纯形表如表 2-11 所示。试确定:

(1) 产生这个最优解的 b_1和 b_2的值;

(2) 对偶问题的最优解;

(3) 最终单纯形表中 a、b 和 c 的值。

表 2-11

		x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
x_1	30	1	b	2	1	0
x_5	10	0	c	−8	−1	1
$c_j - z_j$	150	0	a	−7	d	e

2.22 对下述线性规划问题:

$$\max\ z = x_1 - x_2 + x_3 - x_4$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 8 \\ 0 \leqslant x_1 \leqslant 8 \\ -4 \leqslant x_2 \leqslant 4 \\ -2 \leqslant x_3 \leqslant 4 \\ 0 \leqslant x_4 \leqslant 10 \end{cases}$$

应用互补松弛定理,证明 $x_1 = 8, x_2 = -4, x_3 = 4, x_4 = 0$ 是此问题的最优解。

2.23 已知某实际问题的线性规划模型为:

$$\max\ z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j = b_i & (i = 1, \cdots, m) \\ x_j \geqslant 0 & (j = 1, \cdots, n) \end{cases}$$

若第 i 项资源的影子价格为 y_i,则

(1) 若第一个约束条件两端乘以 2,变为 $\sum_{j=1}^{n}(2a_{1j})x_j = 2b_i$,$\hat{y}_1$ 是对应这个新约束条件的影子价格,求 $\hat{y}_1$ 与 y_1 的关系;

(2) 令 $x'_1 = 3x_1$,用 $x'_1/3$ 替换模型中所有的 x_1,问影子价格 y_i是否变化?若 x_1不可能在最优基中出现,问 x'_1有否可能在最优基中出现;

(3) 如目标函数变为 $\max\ z = \sum_{j=1}^{n} 2c_j x_j$,问影子价格有何改变?

2.24 考虑问题:

$$\max\ z = 8x_1 + 6x_2$$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1 - x_2 \leqslant 3/5 \\ x_1 - x_2 \geqslant 2 \\ x_1, x_2 \geqslant 0 \end{cases}$$

说明原始问题和对偶问题都没有可行解空间。因此,当一个问题不可行时,它的对偶问题