

Design

高等学校教材

设计数学

◎ 徐人平 主编

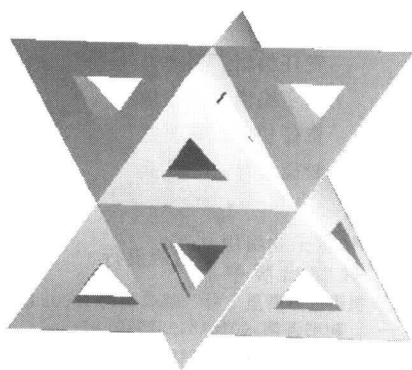


化学工业出版社
教材出版中心

高等学校教材

设计数学

徐人平 主 编
袁 涛 王坤茜 张安鸿 副主编



化学工业出版社
教材出版中心

· 北京 ·

图书在版编目(CIP)数据

设计数学/徐人平主编. —北京: 化学工业出版社, 2005. 8
高等学校教材
ISBN 7-5025-7253-8

I. 设… II. 徐… III. ①数学-应用-工业设计-高等学校-
教材②数学-应用-艺术-设计-高等学校-教材 IV. ①TB47②J06

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2005) 第 098531 号

高等学校教材

设计数学

徐人平 主编

袁 涛 王坤茜 张安鸿 副主编

责任编辑: 张建茹

文字编辑: 闫 敏

责任校对: 郑 捷

封面设计: 于 兵

*

化学工业出版社
教材出版中心 出版发行

(北京市朝阳区惠新里 3 号 邮政编码 100029)

购书咨询: (010) 64982530

(010) 64918013

购书传真: (010) 64982630

[http:// www. cip. com. cn](http://www.cip.com.cn)

*

新华书店北京发行所经销

北京永鑫印刷有限责任公司印刷

三河市前程装订厂装订

开本 787mm×1092mm 1/16 印张 20 $\frac{3}{4}$ 彩插 8 字数 488 千字

2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月北京第 1 次印刷

ISBN 7-5025-7253-8

定 价: 39.80 元

版权所有 违者必究

该书如有缺页、倒页、脱页者, 本社发行部负责退换

前言

“数学是研究现实世界空间形式和数量关系的科学”(恩格斯《反杜林论》)。整个数学是以“数”和“形”两个基本概念作为主干,围绕着这两个基本概念的提炼、深化、演变而发展起来的。但是“数”和“形”二者并不是截然分开、互相割裂的。复杂的几何图形可以用简单的代数式表达,不同的几何特征之间具有内在的代数关系,因此在近代数学中将千变万化的空间形式的研究归结为比较成熟、也容易驾驭的数量关系的研究的方法原则一直被广泛使用,将其应用于工业设计和艺术设计中出现了新的分支——设计数学,拓宽了数学的应用领域,同时促使设计师对“数”和“形”概念的认识进一步深化,加强对设计本质的理解,并为设计师提供了强有力的武器,帮助设计师摆脱设计表达的烦琐事务,集中精力于创意和构思,进行更富创造性的设计活动。

设计数学在工业设计和艺术设计中随处可见:透视、比例、均衡、尺度、韵律、节奏、黄金分割、视觉平衡与协调。设计数学不仅解释了自然界和艺术作品中的美,也提出了在设计中创造美的理论与方法:对于一个未来设计师来说,要了解精美图形背后所蕴涵的深奥科学哲理和简单的运算规则,要理解看似冷冰冰的、枯燥的数学与富有情感的美实质上是内在相通的,更重要的是要学习应用这些知识和技术,在实际设计中创造美。

阿尔布雷希特·丢勒在《关于字母应有的造型》中强调:“没有什么东西比一张毫无技巧、笨拙的图片更让健康的判断力所讨厌了,尽管花费了许多心思和努力。这类画家没有认识到他们自身错误的惟一原因就是:他们没有学过几何学。没有几何学的知识,任何人都不是或者成为一名纯粹的艺术家的,但是应该谴责他们的老师,他们自己对这种艺术是无知的。”经常可以看到一些极好的设计概念在设计实施过程中没有得到很好的表现,甚至被扭曲破坏。从设计信息传递的角度来看,设计图纸没有正确地传递设计师头脑中的设计理念,而是制造了噪声,浪费了资源,增添了烦恼,从而使人厌恶。其主要原因就在于这些设计人员没有掌握设计数学的基本原理,这些原理包括应用传统的比例进行构图和分割,包括抓住透视学的关键,即“消失点”的存在以及借助数学分析的方法去解决复杂的设计形态问题,用简单的数学公式去创造精美的造型等。

设计数学是一个受过高等教育的设计师应具备的基本数学修养和重要基础理论。数学并不是由一串串的计算公式和一系列定理堆砌而成的,数学的精华在于它的思想、精神和解决问题的方法,这种精华给予人类文化演进和认识客观世界以极其巨大的影响。数学在为设计师和艺术家提供创造和传达设计思想的灵感和工具方面起着积极的作用,设计师和艺术家利用设计数学遁入高维空间和复杂世界。著名数学家波利亚有一句名言:“数学就是解决问题的艺术”。学习设计数学的主要任务是学习设计工作中所需要的数学基本知识和基础理论,掌握设计中常用的数学方法,进行应用数学工具开展设计实践的基本训练,逐步培养抽象思维能力、逻辑推理能力、几何直观能力、空间想像能力和解决实际设计问题的能力,并为学习后续课程和开展实际设计奠定必要的数学基础。学习设计数学不仅要体验、理解和应用数学美,领会“视觉感受的数学关系”,培养“数学方式的理性思维”,

学习理性设计艺术,而且要掌握数学抽象化、符号化、公理化、模型化和最优化的思考方式,创造出符合美学标准,并具有欣赏价值的优秀设计作品。

现在提供给设计师(或未来设计师)的这本《设计数学》由三部分组成。

第一部分“初等设计数学”包括“比例、数列与构图”、“立体几何与立体构成中的多面体”、“设计透视与透视阴影”和“排列、组合、集合及其设计运用”四章。初等数学是常量的数学。《达·芬奇论绘画》指出:“美感完全建立在各部分之间的比例关系之上。”运用黄金律的数理比例关系来对画面进行分割构图,实际上就是在画面组织结构上再现秩序和数量在比例上的和谐,是一种以数据为依据来研究描述具象世界的几何学,从而导致历史上规则化的简洁的直线美风靡一时。康定斯基《论艺术的精神》中指出:“任何事物都可以用数学公式或一个简单的数来表示。今天,在探索抽象关系的过程当中,数的作用尤为突出。”将透视画法系统化的阿尔巴蒂在《绘画》中指出,做一个合格的画家首先要精通几何学。透视原理使视觉体验建立在一个稳定的基础上,使相互参照实现了精密化和系统化。设计几何学尤其是设计透视学的知识使设计人员能准确地预现设计意图。初等设计数学的知识将提高设计人员设计构图的能力并加强其科学性,从而达到视觉上的合理性、逻辑性和鲜明性。

第二部分“高等设计数学”包括“函数与函数图形”、“微积分及其应用”、“级数、傅里叶级数与节奏”、“矩阵与图形变换”和“分形与分形艺术”五章。高等数学是变量的数学,对象是变量及其函数,空间形式是用函数方程表示的曲线曲面。数学分析始于微积分的建立,并衍生出级数、傅里叶级数等,在此基础上发展起来的分形理论可以用来研究传统几何学不能描述的复杂的几何图形,揭示出复杂的表象背后,存在着简单的规则,简单规则的反复迭代构成了纷繁的世界。在表现手法上设计师可以借助计算机功能,通过分形迭代展现出绚丽多彩的可视化图像,形象地表达出复杂事物的千姿百态、绚丽多姿:弯弯曲曲的海岸线,起伏不平的山脉,粗糙不堪的断面,变幻无常的浮云,九曲回肠的河流,纵横交错的血管和眼花缭乱的满天繁星,在表现风格上比欧几里德几何更加科学,更接近自然,更贴近人的感情。

第三部分“设计数学实验”包括“设计数学实验概述”“函数、微积分和级数的图形实验”、“设计构成实验”和“分形艺术实验”四章。数学实验是设计数学的重要组成部分。设计人员在了解数学实验目的、要求、意义和实验环境的基础上,应用常用数学软件和设计软件对函数图形、微积分图形、级数展开图形、平面构成图形、立体构成图形、色彩构成和分形艺术图形进行数学模型求解。设计人员通过“作图形”、“搞设计”来“学数学”,自己动手计算、实验、验证、探索、求解,得到所需的设计图形,一方面可以深入理解设计数学中的基本概念和基本理论,增强对设计数学的认识和兴趣,激发进一步学好设计数学的愿望,促进设计数学教学的良性循环;另一方面可以培养理性设计思维,训练设计表达能力,明确解决问题的思路,掌握解决设计问题的方法,从而能够得心应手地应用数学理论,开展设计活动。

全书的写作特点是在介绍设计中常用的数学基本原理和基本知识的基础上,重点强调其在工业设计和艺术设计中的应用。

根据设计和教学需要,本书配备有相应的案例,展示了丰富多彩的理性空间构图,为了方便学习和理解数学知识,掌握解决设计问题的方法,本书特别加强了数学实验的内容,以提高设计人员动手能力和应用能力。

本书是工业设计专业高等学校教材。本书由徐人平任主编,袁涛、王坤茜、张安鸿任副主编。其中前言、绪论、各部分的引言以及各章的引言和小结由徐人平编写,第一章由

袁涛编写，第二章由袁涛、王坤茜编写，第三章由陈磊编写，第四章由袁涛编写，第五章由袁涛、王坤茜、李响编写，第六章由苟双晓、李响、杜娜、葛茂忠编写，第七章由王坤茜、李响、杜娜、陈本权编写，第八章由王坤茜、袁涛、李彦艳编写，第九章由李刚编写，第十章由李响、李刚、苟双晓、陈本权、张安鸿编写，第十一章由苟双晓、李响编写，第十二章由李彦艳、杜娜、苟双晓、李响、张安鸿编写，第十三章由李刚、李响、苟双晓编写，全书由徐人平、王坤茜、张安鸿统稿。

限于水平和时间关系，书中不足之处在所难免，恳请读者批评指正。

编者于云南昆明

2005 年 5 月

目 录

绪论	1
----------	---

第一部分 初等设计数学

第 1 章 比例、数列与构图	10
1.1 比例与数列	10
1.2 比例与数列在设计构图中的应用	14
1.3 分割在设计构图中的应用	23
1.4 小结	29
第 2 章 立体几何与立体构成中的多面体	30
2.1 立体几何与多面体	30
2.2 柏拉图多面体与阿基米德多面体	37
2.3 多面体的繁衍、变异	47
2.4 小结	56
第 3 章 设计透视与透视阴影	57
3.1 透视	57
3.2 透视图	61
3.3 透视阴影	68
3.4 小结	72
第 4 章 排列、组合、集合及其设计运用	74
4.1 排列、组合与集合	74
4.2 形态的各种组合与集合	78
4.3 形态在骨格中的组合与排列	80
4.4 小结	85

第二部分 高等设计数学

第 5 章 函数与函数图形	88
---------------------	----

5.1	函数	88
5.2	函数图形	92
5.3	函数图形应用	113
5.4	小结	121
第6章 微积分及其应用		122
6.1	导数及其应用	122
6.2	微分、微分方程及其图形特征	129
6.3	积分及其应用	137
6.4	小结	145
第7章 级数、傅里叶级数与节奏		146
7.1	级数基本概念	146
7.2	幂级数	148
7.3	傅里叶级数	151
7.4	小结	167
第8章 矩阵与图形变换		168
8.1	矩阵基础知识	168
8.2	图形变换	172
8.3	图形变换在设计中的应用	188
8.4	小结	192
第9章 分形与分形艺术		193
9.1	分形	193
9.2	分形艺术	205
9.3	新的造型语言——分形元设计	210
9.4	小结	214

第三部分 设计数学实验

第10章 设计数学实验概述		216
10.1	实验环境与实验步骤	216
10.2	基本数学软件	218
10.3	相关设计软件	231
10.4	小结	235

第 11 章 函数、微积分和级数的图形实验	237
11.1 函数图形实验	237
实验 1 一元函数图形	237
实验 2 空间曲线图形	241
实验 3 空间曲面图形	242
实验 4 立体曲面图形	244
11.2 微积分图形实验	245
实验 5 常微分方程求解图形	245
实验 6 常微分方程通解与特解关系图形	246
实验 7 全微分方程求解图形	248
实验 8 积分定义图形	248
实验 9 积分参数变化图形	249
11.3 级数图形实验	249
实验 10 幂级数展开图形	250
实验 11 傅里叶级数展开图形一	251
实验 12 傅里叶级数展开图形二	253
实验 13 傅里叶级数展开图形扩展	255
11.4 小结	256
第 12 章 设计构成实验	258
12.1 平面构成实验	258
实验 1 平面构成三要素	259
实验 2 平面重复构成	260
实验 3 平面渐变构成	262
实验 4 平面发射构成	264
实验 5 平面特异构成	265
12.2 立体构成实验	267
实验 6 基本形与自然形	267
实验 7 立体构成的统一和变化	269
实验 8 点元素立体构成	269
实验 9 线元素立体构成	271
实验 10 面元素立体构成	272
实验 11 块元素立体构成	275
12.3 色彩构成实验	278
实验 12 色彩系统	278
实验 13 色相对比	279
实验 14 明度对比	283
实验 15 纯度对比	284

实验 16 色彩表达	285
实验 17 色彩心理	288
实验 18 色彩应用	289
12.4 小结	291
第 13 章 分形艺术实验	292
13.1 分形图形生成方法实验	292
实验 1 Koch 曲线构造方法	292
实验 2 Sierpinski 三角构造方法	294
实验 3 Julia 分形画法	296
13.2 分形的自相似特性实验	298
实验 4 在 Ultra Fractal 中的分形自相似	299
实验 5 在 Fractint 中的分形自相似	301
实验 6 在 Iterations 中的分形自相似	301
13.3 分形艺术综合实验	302
实验 7 分形艺术实验	302
实验 8 分形色彩的艺术化	307
实验 9 分形图形艺术复合实验	309
实验 10 图形合成技巧	311
实验 11 图形的合成与制作	314
13.4 小结	318
参考文献	319

绪 论

一种科学只有在成功地运用数学时，才算达到了真正完善的地步。

卡尔·马克思

近百年来，数学发展突飞猛进，数学应用日益广泛，用“宇宙之大、粒子之微、火箭之速、化工之巧、地球之变、生物之谜、日用之繁无处不用数学”（华罗庚语）来概括数学的广泛应用一点也不过分。随着科学技术和社会经济的不断发展，各个领域对数学的要求越来越多、越来越高。工业设计和艺术设计作为设计学科的重要组成部分，在向高层次的发展过程中不可避免地要对其重要理论基础——设计数学提出需求。

美的基础是数

什么是美？

美是心借物的形象来表现情趣，是合规律性与合目的性的统一（朱光潜语），美又是自由的形式：完好、和谐、鲜明、规律性与目的性的统一，这就是美的本质和根源（李泽厚语）。

认识美、探索美是一个极为古老的课题。历史上关于美的评论相当多，流传千年的语录表达了人类当年的审美观，古老文明留下的痕迹打上了古代先人世界观的烙印。

苏格拉底认为：最有益的即是最美的。

亚里士多德认为：数学促进了人们对美的特征即数值、比例、秩序等的认识。

黑格尔在哲学史稿中说：“美包含在体积和秩序中。”

古希腊有一句打动人心的名言：“哪里有数，哪里就有美”。古希腊的美学是知识不可分割的一部分。当时的美学家、数学家毕达哥拉斯认为：万物皆数。其学派的基本观点就是“美的基础是数”。美的原则是：对称、和谐、比例。数或数量关系是万物的基本属性，事物之所以千差万别就在于它们各有不同的数量关系，并进一步提出在一切立体图形中最美的是球形，在一切平面图形中最美的是圆形。

人人都在日常生活中自觉地追求“美”，也都在实际操作中朦胧地遵循“数”的原则（这里的“数”是广义的、泛指，既包含数学的“数”，也包含秩序、节奏的“数”；既指物质的“数”，也指精神的“数”；既有可视的“数”，也有看不见的“数”。）

人类在造物中除去物质和实用方面要遵循数的原则外，在造型艺术方面也同样追求数——均衡和和谐。任何物体的结构都是各种线段的组合，不管科学发展到何种程度，其形式美的法则不会变，只是更多样化与复杂化而已。

“美的基础是数”的立论考虑到了数的两个方面：

一方面是大自然本身存在的数，例如，物体的形状、比例、量变到质变的过程等。这种数是客观存在的规律；

另一方面是可操纵、可应用的数，主要是自然科学中的数和造型艺术中的数。人类可以在大自然客观规律的启示下用数的原则——和谐、比例、对称、均衡、节奏、韵律、对应和协调去创造物质财富与精神财富。

数是自然、客观存在的。审美主体的人用自己的智慧去认识它、利用它，按照它的规律、特征去塑造万事万物，并利用数的表现进行造型，发展艺术，设计产品，去创造美。也就是说，把数物化为人类的情感形式。而美可以理解为审美主体的人对数的情感的物化，是数与情感的结晶。

综观历史，可以发现长期以来人们早就意识到设计中数与美的这种关系。

公元前三千年古埃及和古巴比伦的艺术大师和建筑工匠们制造出那些严循几何原理的金字塔和神殿就说明艺术设计中实际存在并遵循着严谨数学均衡原则。

古希腊美学家毕达哥拉斯及其学派从数学的角度来看待世界。认为美是由一定数量关系而构成的和谐，雕塑、建筑都是如此，如果是美的，必然体现了一定数量比例关系的和谐。

中国古代绘画理论认为，一幅画中，如果山高一丈，树则为一尺，马为一寸，人为一分，即 $100:10:1:0.1$ 。这就是常说的“丈山、尺树、寸马、分人。”这个比例表现了中国古代绘画中数的观点。

在中世纪，几何学中等边三角形、等腰三角形、正方形、五边形及其派生出来的八边形和十二边形形成了美学和艺术设计的基础。中世纪的许多教堂和著名建筑都设计成正方形或三角形的结构。

创作名画“蒙娜丽莎”的达·芬奇在《绘画论》中认为：人体比例标准，头为身高的 $1/7$ ，肩宽为身高的 $1/4$ ，跪下时减少 $1/4$ ，卧时减少 $1/10$ ，耳朵与鼻子长度应相等等。达·芬奇对绘画比例作出如此精确的研究与描述，给人们的启迪仍然是数是绘画的依据。

包豪斯时期出现了一批“追数族”的艺术家，将黄金律数理关系推广应用到建筑、绘画和产品设计。近年来分形已在艺术和设计所涉及的各个领域（图案与装饰艺术、立体与雕塑艺术、动画与电影艺术、抽象绘画艺术、写实主义艺术和合成艺术）得到广泛的应用，并预示着一个新的审美思潮的来临。

正是由于数学的发展，才可能使绘画主体更自由地表现自我，因此鲁道夫·阿恩海姆在《视觉思维》中指出：“自由艺术之所以被称为‘自由的’，因为它们是那些掌握了数学语言的自由人应用的艺术。”

因此，正如美国的阿瑞提所说：“在几何图式艺术里，形象成为一种抽象，一种思想，生动性变为秩序，具体化为形式、对称、和谐。”

设计中的数学美与设计的数学化

美是人类创造性实践活动的产物，是人类文明的产物。一般地说，美是人类直觉的感性形式，是人类本质力量的感性表现，通常所说的美包括自然美、社会美和艺术美，前者是第一性美，后两者是第二性美。

数学作为科学的基础和生产的工具，本身具有许多美的特性：形象、生动而具体（这些有别于其他科学）。数学的简洁性、和谐性、抽象性、精确性、奇异性等诸多方面均展现出数学自身的美——对这些逐步理解、深入品味，可以改变往日对数学的偏见：枯燥、干瘪和乏味。

亚里士多德曾说：“虽然数学没有明显地提到善和美，但善和美不能与数学完全分离，因为美的主要形式就是秩序、匀称和确定性，这些正是数学所研究的原则。”

维纳进一步指出：“数学实质上是艺术的一种”。

认真分析这些意见,从美学和数学角度进行总结,可以说数学美是数学科学的本质力量的感性与理性的显现,是一种人的本质力量通过人的数学思维的呈现,是一种真实的美,是反映客观世界并能动地改造客观世界的科学美。数学美既有第一性美的特征,更具有第二性美的特征。数学美不仅有表现的形式美,而且有内容美与严谨美;不仅有具体的公式、定理美,而且有结构美和整体美;不仅有语言精巧美,而且有方法美与思路美;不仅有逻辑抽象美,而且有创造美与应用美。

作为科学的数学,具有一般艺术共有的美的特点,而且在与设计结合后在其内容与方法上更表现出独特的艺术美。

设计中的数学美有着四方面的表现形式:对称、和谐;抽象、简洁;精确、统一;奇异、突变。

(1) 对称、和谐

对称、和谐是设计中数学美的基本内容,优秀的设计给人以圆满而匀称的美感与享受,其实质是数学中对立统一概念的具体应用与造型体现。常见的圆、椭圆、心脏线及各类几何变换群都具有鲜明的对称性,是数学形式美的表现,直观上给人以美的享受。

和谐包含着对称,是一种内容美,是按一定规律联系、匀称的,有一定秩序以及明确的变化规律,波浪滚滚的正弦曲线、欲达不能的渐近线、翩翩起舞的蝴蝶定理,在和谐中动静结合,富有诗情。

设计中对称、和谐美的典型例子就是黄金律及其应用。黄金律以其在数学上强大的逻辑性构筑了一条通向美的大路,在情感上是一种不偏激也不软弱,不蛮横也不低俗的形态,是一种典雅、端庄、温和而又高贵的美。黄金律“无限分割、均为等值”的节律既体现了自相似性又包含了哲理性,并依靠具体的形式要素,以数量之比来展示自身的“形式美”。同时,形式美又必须借助黄金律来实现自己形式结构的美学价值。美术作品的高雅风格,著名建筑的韵律节奏,工业产品的优美造型,视觉愉悦、黄金分割,均交融于数学的对称美、和谐美之中。

(2) 抽象、简洁

抽象、简洁既是设计中数学美的显著特点,又反映了数学的内在美。数学表达本身就是最抽象、简洁的信息传递,表达了复杂的精神理念,同时反映客观规律又极其深刻。许多复杂的几何图形和客观现象(例如山峦、云团和星系)都显现出一定的规律,抽象为十分简单的公式。

抽象、简洁还表现为利用符号认知新事物,研究新问题,从而使客观世界秩序化,并应用于设计。符号简化了复杂的艺术形式,并且把似乎不相关的现象巧妙地联系起来。符号的重要性在于其有无限的力量来协助直觉,把人、社会和自然中的数学关系联系起来去解决新问题,去创造新的思维形式,最终使用“精密”的方法去研究艺术,导致了“设计符号学”和“艺术符号学”的诞生,这无论对技术美学,还是对设计学都是一个重要组成部分。

数学是人类思维最美的程序,也是设计表达最准确的语言,没有任何学科的语言可以与其媲美,也没有任何方法比其更抽象、简洁。利用丰富、抽象的符号系统,时而迂回曲折,时而高歌猛进,时而陷入低谷,时而奇峰突起,让人视通万里、神游四海、沉醉于神奇的设计作品中。

(3) 精确、统一

精确、统一是设计中数学美的重要特征,表现为设计作品源于自然又高于自然,透视原理只有一个视点并作为第一要素,设计师从一个静止点出发,把三维空间以适当的比例精确地安排在图纸上,使二维画面成为通向三维空间的窗口,使视觉体验建立在一个统一的稳定基础上,在混沌中建立了秩序,相互参照实现了精密化、系统化,准确地表达了设计师的意图或精确地再现自然界的事物。欧几里德的几何体系被称为“壮丽”的结构。数学表达多样,但又统一于少数几个公式和定理之中。平面几何中的相交弦定理、割线定理、切线定理都统一于圆幂定理之中。椭圆、双曲线、抛物线统一于极坐标的一个公式之中。其定义的准确性、推理的逻辑严格性和结论的确定无疑与无可争辩性长期被赞美着,并为千百万设计师大量应用,向设计目标和科学堡垒进军。

秩序、适合、均衡、协调都包含着“精确、统一”的构图规律,实际上也是一切表现技法的根本法则。构图、色彩、线条、明暗的法则,都是从“精确、统一”这一基本法则出发,又是对称、均衡、比率等原理的基础。

(4) 奇异、突变

奇异、突变是设计中数学美的具体表现,反映了现实世界中非常规现象的一个侧面,也是数学发现和设计灵感的重要因素之一。数学中的奇异美,包含有一点“出乎意料”和“令人震惊”的意味,这种奇异美与统一美之间是一种对立统一的关系,把这两个相对立的方面结合起来,将在新的层次上达到更高的统一。

奇异、突变中蕴涵着美妙与魅力,奇异、突变中也隐含着道理和规律,培根说过“没有一个极美的东西不是在匀称中有着某种奇特”,“美在于奇特,而令人惊异”。混沌、分叉、跳跃、分形、奇异产生了丰富多彩且奇妙优美的图形,天空中漂浮的变幻莫测的云彩,地球表面的雄浑壮阔的地貌,海洋上风起云涌的滔天巨浪以及各种犬牙交错的边界线,这是传统手法难以描绘的,也是人类梦寐以求希望实现的:漂亮而又复杂的图形仅用一些简单公式就自动生成。

数学与设计还有更特殊、更密切的关系,即设计数学化的问题。这是当前发展的一种趋势。达·芬奇说过:“……人类的任何研究,如果不遵循数学阐述和证明的道路,就不能称作科学”。工业设计和艺术设计也遵循数学阐述的道路,可以用数学语言来描述,也可以用数学工具来创造美。客观世界的任何一种物质形态及其运动形式都具有空间形式和数量关系。这就导致了数学和它的方法可以普遍地运用于任何一门科学,设计也不例外。当然一门学科的发展只有达到一定阶段,科学的抽象深入到一定的程度,才可以具备运用数学的条件,现象越复杂,其参数也就越复杂,对其进行准确的量的分析也就越困难,但是随着科学本身的进步,任何现象在量的方面将越来越多地被阐明,运用数学的可能性就越来越大,对于工业设计和艺术设计也是如此。美学家李泽厚先生早就说过:“审美……结构……具体形式将来可以用某些数学方程和数学结构来作出精确的表述”。

美感是有待发现和解答的某种未知的数学方程式。这方程式的变数很多,不同比例的配合可以变成不同种类的美感。

寻找审美心理的数学方程式是使美学进入科学王国的重要途径,同时也为数学自身的美找到用途和依据,并使其得到充分发挥。

科学认识的一般规律是这样:开始对事物进行定性研究,然后再研究其量的规律性,

精确的定量研究使人们能够深入地认识事物的本质。因此任何一门科学只有在充分地运用数学的时候,才算是达到真正完善的地步。现代科学的发展已经进入这样一个阶段:普遍处于数学化的过程中,设计学也是如此,计算机的深入发展和广泛应用为处理设计资料,研究其数量关系和开展艺术设计提供了物质平台,更加速了这种数学化的趋势。设计的数学化不仅大大提高了设计的质量和效率,而且是实现手段现代化、设计虚拟化,增强实用性的重要途径。当然设计的数学化也向数学研究提出了新的任务,大大扩充现在应用的数学工具,要求建立和发展解决设计问题的设计数学分支,“设计数学”也就是在这种情况下适应社会发展的需要而诞生的。

设计的数学化及其应用问题,人们正在探索中,并已产生了一些全新的设计方法,例如近年来新出现的生成设计和生成艺术、设计基因和信息遗传等新理论、新技术、新方法。而设计数学正是这种探索的基础和准备。

设计师需要设计数学教育

在当今知识经济时代,对工业设计和艺术设计的研究已进入到一个更深的高级层次和更广的应用范畴,在这些研究中,数学的应用往往是实质性的,数学与设计的关系从来没有像今天这样密切。许多一度被认为没有应用价值的抽象数学概念和枯燥数学理论,出人意料地在设计实践中找到了它们的原型和应用。随着设计的科学化、规范化、数字化、虚拟化、智能化和集成化,人们已经逐渐认识到一个好的数学家不一定非要掌握设计知识,但一个优秀的设计师必须学习数学,具备一定的数学修养。因为在设计实践中对于构图原理、设计透视、人体比例、立体构成以及画面的黄金分割等典型的艺术设计问题,常常要涉及到对重要数学概念的理解和相关数学原理的应用。因此康定斯基认为:“数学是一切抽象表现的终结,对绘画应进行数学分析和处理,从而使绘画艺术从感性认识上升到理性认识阶段,从一般性技能上升到一门科学或准科学的地位。”非常明显,一个设计师对于几何、代数、三角函数、级数甚至分形混沌等数学知识掌握得越多、理解得越深刻,对于艺术设计的理解力、洞察力和解释力也就越强。因此达·芬奇早在其《艺术专论》中就作出结论:“欣赏我的作品的人没有一个不是数学家”。

马克思早就说过:“在美术科学中,至今还有一个领域被忽略了,这就是关于比例的理论……”。马克思逝世一百多年来,美术、工业设计和艺术设计已经大大地向前发展了,但设计数学的理论研究和实践探索却仍然很不够,在设计教育领域,设计人员在设计数学方面的基本教育和基础训练仍然十分缺乏。

设计数学训练能够使设计人员的设计思想的表达和设计创新的推理,更加合理、简洁、严谨和清晰。这些对于一个设计专业的大学生,一个正在成长中的高级设计师来说,更显示其重要性。

进入21世纪,知识和信息大爆炸,产品周期越来越短,技术更新越来越快,正在向设计师提出严峻的挑战。对未来设计师应变能力与思维素质的培养,被提到首要的地位,大学生在校几年的学习只是终身教育的一个重要基础台阶,应该在校园环境的陶冶下,在教师的帮助下,通过合适的知识载体不断地学习、吸取和掌握新知识,提高设计和创新能力。设计数学对于设计师来说正是这样一个重要的不可缺少的载体。

设计数学是社会进步的产物,也是推动工业设计和艺术设计发展的动力。数学一直与人类文明、人类文化、美学素质有密切的关系。在工业设计和艺术设计的文化方面,设计

数学也一直在其基础层面和理解层面上发挥着重要作用。

设计数学不仅是一种重要的“工具”或“方法”，也是一种思维模式，即“数学方式的理性思维”；设计数学不仅是一门科学，也是一种文化，即“数学文化”；设计数学不仅是一门知识，也是一种素质，即“数学素质”，数学训练在提高设计师的推理能力、抽象能力、分析能力和创造能力上，是其他训练难以替代的。

数学素质是设计师文化素质和设计基础的一个重要方面，懂数学是有文化的象征，是懂设计的标志。没有一定数学底蕴的人是难以搞好设计的。数学的思想、精神、方法，从数学的角度看问题的切入点，处理问题的条理性，思考问题的严密性，对设计师综合素质的提高都有不可或缺的作用。较高的数学修养，不论对于“艺术”还是对于“设计”都是十分有益的，“胸中有数”中的“数”，不仅包含事物的数量方面，也包含数学的思想、精神、方法等方面。所以设计数学教育是提高设计师基本素质的重要环节。

马克斯·比尔进一步指出：“我的观点是，创造一种基于数学思维的艺术是可能的”。数学的简洁性、抽象性、和谐性和奇异性展现了数学自身的美。同时启迪设计师去思维，去探索，去研究，去发掘，在自己的设计中去创造美。数学的抽象性帮助设计师抓住事物的共性和本质，数学的严密性确保设计结果逻辑上的可靠性，数学也是思维的体操，进行数学训练本身就是锻炼思维的智力操，可以增强思维本领，提高抽象能力、逻辑推理能力和辩证思维能力，最终提高设计能力，设计数学教育培养设计师以简驭繁，审同辨异，善于析理和提高美学鉴赏力四大本领。

随着知识经济时代和信息社会的到来，数学更是“无处不在、无所不用”，尤其在设计工具的数字化、网络化，研究对象的数量化、模型化的今天，数学基础更加重要。加之计算机的广泛普及和深入应用，显然对设计师提出了严峻的挑战和现实的启示：每一个想成为有较高文化修养和设计基础的现代设计师都应当具备较高的数学素质。设计数学教育对设计专业的大学生来说必不可少。

设计数学的性质、作用、任务和学习方法

设计数学是一个受过高等教育的设计师应该具备的基本数学修养和重要基础理论。

《设计数学》课程是设计专业的一门既有系统理论体系，又有很强实践特征的主要基础课程。实践表明，设计数学教育将从五个方面对工业设计和艺术设计专业的学生发挥作用。

- 掌握必要的数学工具，用来处理和解决设计中普遍存在的数量化问题和逻辑推理问题。
- 熟悉数学文化、加强数学底蕴、提高数学修养、具备数学素质，使未来的设计师终身受益。
- 培养“数学方式的理性思维”如抽象思维、逻辑思维，帮助设计师在今后长期的设计实践中潜移默化地用数学规律去创造文明（包括物质文明和精神文明）。
- 掌握透视造型艺术的视觉特征，领会视觉感受的数学关系，逐步熏陶高尚的审美情操。
- 为未来设计师的继续教育和终身学习打下扎实的基础、做好充分的准备。

因此进行设计数学教育对于设计专业学生的素质教育和专业教育是非常基础和非常重要的一个方面，是培养和造就一大批具有创新精神和创新能力新型设计人才的必不可少

的措施。

学习设计数学的主要任务表现在五个方面：

- ① 学习设计数学的基本知识和必要的基础理论；
- ② 掌握设计中所需要的常用数学方法；
- ③ 完成应用数学工具开展设计实践的基本训练；
- ④ 培养抽象思维能力、逻辑推理能力、几何直观能力、空间想像能力、设计构思能力和应用数学方法解决实际设计问题的能力；
- ⑤ 为学习后继课程和开展实际设计工作奠定必要的数学基础。

分析《设计数学》，可以发现其显著特点是既重视数学理论又强调设计实践，因此学习设计数学应注意以下几点。

① 理论联系实际 设计数学来源于实践，但从实践中抽象出来以后，又有相对的独立性和稳定性。数学问题的表述形式有时让人觉得枯燥深奥并难以预测其应用前景，但数学理论可能联系的“实际”，有时又常常超出人们最初的设想，甚至是数学理论出现时尚未出现的“实际”。

因此学习设计数学，始终要以设计中使用的数学理论的学习及其应用贯穿始终，在学习设计数学的过程中，要紧紧抓住“图形”不放，理论联系实际，多想、多看、多画，不断地“由数画图，由图想数”，将现实世界的空间形式和数学理论的数量关系结合起来，反复熟悉其对应关系，逐步培养空间想像能力和抽象思维能力。

② 重视数学实验 实验训练在设计数学的学习中占有特别重要的地位，并在今后设计工作的实际应用中发挥着极其重要的作用。数学知识的理解，解决问题思路的明确，表达能力的训练和设计思维的培养，很大程度上依靠数学实验得到保证。因此设计数学中特别增加了数学实验的内容并强调其重要性。完成一定数量的上机实验和作业，是学习和巩固数学理论、培养设计构思能力和逻辑推理能力的基本保证。因此对数学实验和作业要高度重视，认真、按时、优质地完成。

③ 掌握解决设计问题的方法 学习设计数学，理解常用的数学理论并不难，运用数学公式画出设计图形，也比较容易，困难的是在具体设计过程中掌握解决设计问题的方法，应用设计数学去解决实际问题。因此理解设计数学的内涵，熟悉图形与公式之间的内在联系，掌握正确的设计步骤，努力培养分析问题和解决问题的能力是学习设计数学的关键，要求能够正确地应用设计数学理论开展设计活动，得心应手地创造出受人欢迎的优秀设计作品。

④ 注意个性化发展 设计数学本身仅仅是一种工具，但是，设计师能够借助设计数学摆脱传统工具和习惯的束缚，充分发挥潜能，主动发挥创造力和想像力，用非常简单的公式、非常简便的方法，设计出理想的作品。

设计数学的学习、研究和创新需要交流和讨论，需要团队精神和集体力量，但是与其他学科的学习有所不同的是，设计数学的学习和创新更多需要的是个人的钻研和勤奋的劳动，设计的关键在创意，不同情况下设计的对象不相同，设计的结果肯定不相同，因此设计的过程和手段也不相同，设计师应将主要精力集中于设计创新上，从而获得更多的创作灵感，进行更富有创造性的创作活动，实现真正的“个性化”设计和创作。

当年欧几里德几何学曾是康定斯基、蒙特里安等一代抽象艺术家的理想工具，那种规