

材料力学

CAI LIAO LI XUE

邱国俊

田 健 主 编
李成植 副主编
吴敬东 主 审

中国石化出版社

材料力学

田健 主编
邱国俊 李成植 副主编
吴敬东 审主

中国石化出版社

内 容 提 要

本书共 14 章，内容涵盖：绪论、轴向拉伸和压缩、剪切、扭转、平面图形的几何性质、弯曲内力、弯曲应力、弯曲变形、应力状态与强度理论、组合变形、能量法、超静定结构、压杆稳定、动载荷与交变应力。每章有习题，书末附有习题答案和型钢表。

本书以构件的强度、刚度、稳定性为主线形成新的课程体系，精简了教学内容。可作为高等工科院校机械、土建类各专业中等学时材料力学课程的教材，也可供其他专业和工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

材料力学/田健主编。
—北京:中国石化出版社,2005
ISBN 7-80164-931-1

I . 材 … II . 田 … III . 材料力学 IV . TB301

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 140768 号

中国石化出版社出版发行

地址:北京市东城区安定门外大街 58 号

邮编:100011 电话:(010)84271850

读者服务部电话:(010)84289974

<http://www.sinopet-press.com>

E-mail: press@sinopet.com.cn

北京精美实华图文制作中心排版

北京大地印刷厂印刷

新华书店北京发行所经销

*

787×1092 毫米 16 开本 18 印张 327 千字

2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月第 1 次印刷

定价: 28.00 元

前　　言

为了适应当前材料力学的教学改革和学时减少的现状，根据多年教学经验，并吸收有关教材的优点，我们编写了这本教材。本书以构件的强度、刚度、稳定性为主线形成新的课程体系，深入浅出，简明扼要。坚持“少而精”的原则，略去过时的和与当前材料力学教学要求不相符的内容。同时又注重教学内容的完整和严谨，突出内容的内在联系，并注意到深度层次的划分，以便在讲授时针对不同同学时要求进行内容的取舍。

本教材力求基本概念、基本理论论述严谨，内容精练，层次分明，条理清晰。并参照现行材料力学教材中力学术语、符号的习惯表达行文，使符号和术语的表述更为规范。

本书第一章、第九章、第十章、第十一章、第十二章由田健编写，第十四章由吴敬东编写，第六章、第七章由邱国俊编写，第八章、第十三章由李成植编写，第四章、第五章由翁笠编写，第二章、第三章由李新编写。全书由田健负责组织并统编，吴敬东教授为本书主审。

由于编者水平有限，书中如有错误和不妥之处，恳请读者批评指正。

编　者

目 录

第一章 绪论	1
§ 1.1 材料力学的任务	1
§ 1.2 变形固体的基本假设	2
§ 1.3 外力 内力 截面法 应力	2
§ 1.4 杆件变形的基本形式	4
第二章 轴向拉伸与压缩	6
§ 2.1 引言	6
§ 2.2 横截面上的内力和应力	6
§ 2.3 拉(压)杆的强度计算	11
§ 2.4 拉(压)杆的变形 胡克定律	13
§ 2.5 材料拉伸和压缩时的力学性能	16
§ 2.6* 温度和时间对材料力学性能的影响	21
§ 2.7 应力集中的概念	22
§ 2.8 拉伸、压缩超静定问题	24
习题	26
第三章 剪切	32
§ 3.1 剪切的实用计算	32
§ 3.2 挤压的实用计算	34
习题	36
第四章 扭转	39
§ 4.1 引言	39
§ 4.2 外力偶矩和扭矩	39
§ 4.3 薄壁圆筒的扭转	42
§ 4.4 圆轴扭转时的应力 强度计算	44
§ 4.5 圆轴扭转时的变形 刚度计算	49
§ 4.6 非圆截面杆扭转简介	52
习题	54

第五章 平面图形的几何性质	58
§ 5.1 静矩和形心	58
§ 5.2 极惯性矩 惯性矩 惯性积 惯性半径	59
§ 5.3 平行移轴公式	60
§ 5.4 转轴公式 主惯性轴 主惯性矩	62
习题	63
第六章 弯曲内力	65
§ 6.1 引言	65
§ 6.2 剪力和弯矩	67
§ 6.3 剪力图和弯矩图	70
§ 6.4 载荷集度、剪力和弯矩间的关系	75
§ 6.5 按叠加原理作弯矩图	80
§ 6.6 平面刚架和曲杆的弯曲内力	81
习题	83
第七章 弯曲应力	87
§ 7.1 纯弯曲	87
§ 7.2 纯弯曲时的正应力	88
§ 7.3 横力弯曲时的正应力 正应力强度条件	91
§ 7.4 横力弯曲时的切应力 切应力强度条件	97
§ 7.5 提高梁弯曲强度的主要措施	107
习题	111
第八章 弯曲变形	116
§ 8.1 梁的挠度和转角	116
§ 8.2 挠曲线近似微分方程	117
§ 8.3 积分法求弯曲变形	118
§ 8.4 叠加法求弯曲变形	122
§ 8.5 梁的刚度校核 提高梁弯曲刚度的主要措施	128
习题	129
第九章 应力状态与强度理论	134
§ 9.1 引言	134
§ 9.2 二向应力状态分析——解析法	135
§ 9.3 二向应力状态分析——图解法	140
§ 9.4 三向应力状态简介	144

§ 9.5 广义胡克定律	145
§ 9.6 复杂应力状态的应变能密度	148
§ 9.7 四种常用的强度理论	149
§ 9.8 莫尔强度理论	155
习题	157
第十章 组合变形	161
§ 10.1 引言	161
§ 10.2 拉伸(或压缩)与弯曲	162
§ 10.3 偏心压缩与截面核心	164
§ 10.4 扭转与弯曲	167
习题	173
第十一章 能量法	178
§ 11.1 杆件应变能的计算	178
§ 11.2 单位载荷法 莫尔积分	184
§ 11.3 图形互乘法	189
§ 11.4 卡氏定理	194
§ 11.5 互等定理	198
习题	199
第十二章 超静定结构	205
§ 12.1 超静定结构概述	205
§ 12.2 弯曲超静定问题	206
§ 12.3 用力法解超静定结构	208
§ 12.4 连续梁及三弯矩方程	216
习题	221
第十三章 压杆稳定	225
§ 13.1 引言	225
§ 13.2 两端饺支细长压杆的临界压力	226
§ 13.3 其他支座条件下细长压杆的临界压力	227
§ 13.4 欧拉公式的适用范围 经验公式	229
§ 13.5 压杆的稳定校核	231
§ 13.6 提高压杆稳定性的措施	233
习题	234

第十四章 动载荷 交变应力	238
§ 14.1 引言	238
§ 14.2 构件作匀加速直线运动或匀速转动时的动应力计算	238
§ 14.3 冲击时的动应力计算	240
§ 14.4 交变应力与疲劳破坏	248
习题	258
附录 型钢表	261
习题答案	271
参考文献	280

第一章 絮 论

§ 1.1 材料力学的任务

各种机械、设备和工程结构都是由许多构件和零件组成的。当它们承受载荷或传递运动时，每个构件都必须能够正常安全地工作，以保证整个机械或结构的正常运转和安全。为此，首先要求各构件在一定的外力作用下不破坏。例如提升重物的钢丝绳，不允许被重物拉断；压力容器在规定的压力作用下不允许爆破等。有些构件在受外力后出现了永久变形，即外力撤出后不可恢复的变形。如发生了永久变形的齿轮轮齿，即使轮齿没有折断，机器也不能正常运转。在一定的外力作用下，要求构件不发生断裂和不发生永久变形，这就是要求构件具有足够的强度。

但单纯地满足强度并不一定能保证构件的正常工作，例如，若齿轮轴变形过大，将造成齿轮和轴承的不均匀磨损，引起振动和噪音；机床主轴变形过大，将影响工件的加工精度。因此，在一定的外力作用下，要求构件不出现过大的弹性变形，这就是要求构件具有足够的刚度，即足够的抵抗变形的能力。

此外，还有一些构件在某种载荷作用下，可能失去它原有的平衡形式。例如受压的细长直杆，当压力增大到某一临界值时，会突然变弯，丧失了稳定性和工作能力。在一定的外力作用下，要求构件有足够的保持原有平衡状态的能力，这就是要求构件具有足够的稳定性。

总之，为保证整个机械、设备或结构的正常工作，各构件须具有足够的承载能力，即满足以下要求：

- (1) 足够的强度；
- (2) 必要的刚度；
- (3) 足够的稳定性。

设计构件时，不但要满足强度、刚度、稳定性这三方面的要求，还必须尽可能地选用合适的材料和降低材料消耗以减少成本和减轻构件自重，而这两者之间又是矛盾的。因为前者往往要求多用材料、用优质材料，而后者要求少用材料、少用好材料，这是安全和经济之间的矛盾。材料力学的任务就是在满足强度、刚度和稳定性的前提下，为设计既经济又安全的构件，提供必要的理论基础和计算方法。

§ 1.2 变形固体的基本假设

制造结构构件或机器零件所用的材料，其物质结构和性质虽然多种多样，但都是固体，并且在外力作用下都会发生变形，故称为变形固体或可变形固体。在研究构件的强度、刚度和稳定性时，通常略去一些次要因素，把它们抽象为理想化的材料，并作如下假设。

一、均匀、连续假设

均匀是指材料的性质在各处都相同，连续是指构成材料的物质毫无空隙地充满了构件的整个体积。根据这一假设，由于均匀，如果从物体中取出无限小的微元，其力学性能可以代表整个物体的力学性能；由于连续，如果把某些力学量看作固体中点的坐标函数时，对这些量就可以进行坐标增量为无限小的极限分析。

二、各向同性假设

认为物体在各个方向上力学性质都相同。就金属的单一晶粒来说，并非各向同性，但金属构件包含数量极多的晶粒，且无规则地排列，因而物体在各个方向上的力学性能就接近相同了。常用的工程材料，如钢、铜、塑料、玻璃，都是各向同性材料。如材料在各个方向上的力学性能不同，则称为各向异性材料，如轧制钢材、木材、胶合板和某些人工合成材料等。

三、小变形假设

认为构件受力后所产生的变形远小于构件的原始尺寸。利用小变形假设，在研究构件平衡时可以忽略构件的变形，仍采用构件的原始尺寸进行计算，使问题得到简化。

§ 1.3 外力 内力 截面法 应力

一、外力

当研究某一构件时，可以设想把这一构件从周围物体中单独取出，并用力来代替周围物体对构件的作用。这些来自构件外部的力就是外力。按外力的作用方式可分为表面力和体积力。表面力是作用于物体表面的力，又可分细为分布力和集中力。体积力是连续分布于物体内部各点的力，如物体的自重和惯性力等。按载荷随时间的变化情况，外力又可被分成静载荷和动载荷。若载荷缓慢地由零增加到某一数值，以后保持不变，或变动很小，则为静载荷。若载荷随时间而变化，则为动载荷。载荷大小随时间作周期性变化的动载荷为交变载荷；载荷大小在短时间内发生很大变化，致使构件各部分产生明显加速度的是冲击载荷。

二、内力

内力是指构件内部各部分之间的相互作用力。构件在外力作用之前，内部各相邻质点之间已经存在着相互作用的力。材料力学中的内力，是指外力作用下上述相互作用力的变化量，即“附加内力”。这样的内力随外力的增加而加大，到达某一限度时就会引起构件破坏，因而它与构件的强度密切相关。

三、截面法

为了显示和计算构件的内力，通常采用截面法，它是材料力学中研究内力的基本方法。如欲求构件在外力作用下 $m-m$ 截面上的内力，可用一假想平面将构件在该处分成 I、II 两部分[图 1-1(a)]。任取其中一部分(如 II)作为研究对象，同时将 I 对 II 的作用，以内力来代替[如图 1-1(b)所示]。由于构件原来处于平衡状态，故切开后各部分仍应维持平衡，最后根据研究对象的平衡条件可求得内力。

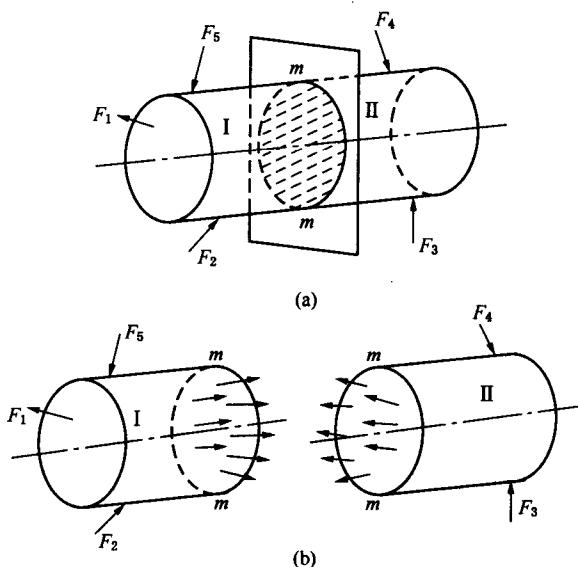


图 1-1

根据连续性假设，在 $m-m$ 截面上各点都有内力作用，所以内力是分布于截面上的一个分布力系。将这一分布内力系向截面上某点简化后，得到的主矢和主矩即为该截面的内力。

综上所述，用截面法求内力的步骤可以概括为：

- (1) 在欲求内力截面处，将构件假想切开；

(2) 任意保留一部分，弃去部分对留下部分的作用以内力来代替；

(3) 根据留下部分的平衡条件计算该截面的内力。

四、应力

为了说明上述分布内力系在截面内某点的强弱程度，我们引入内力集度，即应力的概念。

设在图 1-1 所示构件的 $m-m$ 截面上，围绕任一点 K 取微面积 ΔA [图 1-2(a)]，其上作用的内力设为 ΔF 。 ΔF 和 ΔA 的比值

$$p_m = \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-1)$$

是一个矢量，称为 ΔA 上的平均应力。

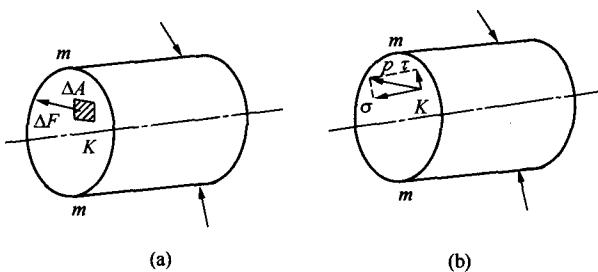


图 1-2

由于截面上的内力分布一般是不均匀的，为了消除 ΔA 的影响，以得到 K 点处的内力分布集度，应使 ΔA 趋于零，取平均应力的极限值

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} p_m = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (1-2)$$

p 即为 K 点的应力。它反映分布内力系在 K 点的强弱程度。 p 是一个矢量，也称全应力。通常将全应力 p 分解为两个分量，如图 1-2(b) 所示。与截面垂直的分量称为正应力，用 σ 表示；切于截面的分量称为切应力，用 τ 表示。应力的单位为 Pa(帕，帕斯卡)或 MPa， $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ ， $1\text{MPa} = 10^6\text{Pa} = 1\text{N/mm}^2$ 。

§ 1.4 杆件变形的基本形式

实际构件有各种不同的形状。一般按其几何特征将其分为四类，即杆、板、壳和块体(图 1-3)。而材料力学主要研究长度远大于横截面尺寸的杆件。工程上常见的许多构件都可以简化为杆件，如梁、立柱、连杆、传动轴、丝杠等。

杆件的轴线为直线的是直杆，轴线为曲线的是曲杆。其中横截面的形状大小

不变的称为等截面杆，横截面变化的称为变截面杆。

杆件的受力情况多种多样，因此杆件的变形也有各种形式。但最基本的变形可以归结为四种：

1. 轴向拉伸或压缩

在一对等值、反向、作用力与杆轴向重合的外力作用下，直杆的主要变形是长度的伸长或缩短，这种变形形式称为轴向拉伸[图1-4(a)]或轴向压缩[图1-4(b)]。起吊重物的刚索、内燃机的连杆等都发生此类变形。

2. 剪切

在一对相距很近的等值、反向横向力作用下，直杆的主要变形是横截面沿外力作用方向发生相对错动，这种变形形式称为剪切[图1-4(c)]。机械中常用的连接件，如键、铆钉、螺钉等都发生此类变形。

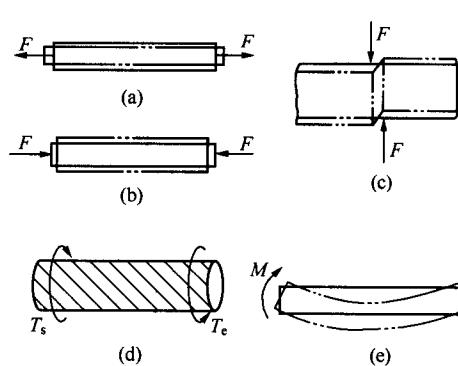


图 1-4

不变的称为等截面杆，横截面变化的称为变截面杆。

杆件的受力情况多种多样，因此杆件的变形也有各种形式。但最基本的变形可以归结为四种：

1. 轴向拉伸或压缩

在一对等值、反向、作用力与杆轴向重合的外力作用下，直杆的主要变形是长度的伸长或缩短，这种变形形式称为轴向拉伸[图1-4(a)]或轴向压缩[图1-4(b)]。起吊重物的刚索、内燃机的连杆等都发生此类变形。

2. 剪切

在一对相距很近的等值、反向横向力作用下，直杆的主要变形是横截面沿外力作用方向发生相对错动，这种变形形式称为剪切[图1-4(c)]。机械中常用的连接件，如键、铆钉、螺钉等都发生此类变形。

3. 扭转

在一对等值、反向、作用面垂直于杆轴线的外力偶作用下，直杆的主要变形是任意两横截面绕轴线发生相对转动，这种变形形式称为扭转[图1-4(d)]。轴类零件主要发生此类变形。

4. 弯曲

在一对等值、反向、作用面位于杆纵向平面内的外力偶作用下，直杆的主要变形是任意两横截面绕垂直于杆轴线的轴发生相对转动，即杆在纵向平面内发生弯曲，这种变形形式称为纯弯曲[图1-4(e)]。梁在横向力作用下的变形将是纯弯曲和剪切的组合，称为横力弯曲。桥式起重机的大梁、火车轮轴等主要发生此类变形。

其他更复杂的变形形式可以看成是这几种基本变形的组合。在本书中，首先将依次讨论各种基本变形的强度、刚度计算，然后再对同时存在两种以上基本变形的组合情况进行研究。

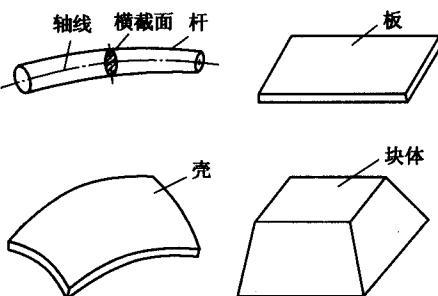


图 1-3

第二章 轴向拉伸与压缩

§ 2.1 引言

承受轴向拉伸或压缩的杆件在生产实践中经常遇到。例如液压传动机构中的活塞杆在液压和工作阻力作用下受拉[图 2-1(a)]，内燃机的连杆在燃气爆发冲程中受压[图 2-1(b)]。此外如起重钢索在起吊重物时，拉床的拉刀在拉削工件时，都承受拉伸；千斤顶的螺杆在顶起重物时，则承受压缩。至于桁架中的杆件，则不是受拉便是受压。

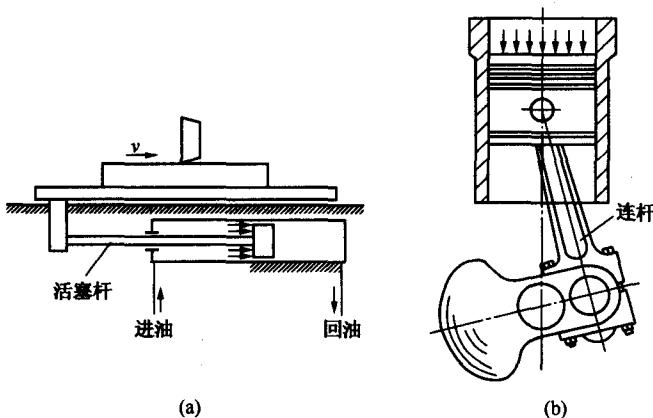


图 2-1

受拉或受压的杆件从外形看各有差异，且加载方式也并不相同，但它们有共同的特点，表现在：作用于杆件上的外力合力的作用线与杆件轴线重合，杆件变形是沿轴线方向的伸长或缩短。所以，若把这些杆件的形状和受力情况进行简化，都可以简化成图 2-2 所示的受力简图。图中虚线表示变形后的形状。

§ 2.2 横截面上的内力和应力

一、横截面的内力

为了表示拉(压)杆横截面上的内力，沿横截面 $m-m$ 假想地把杆件分成两

部分[图2-3(a)]。杆件左右两段在横截面m-m上相互作用的内力是一个分布力系[图2-3(b)或2-3(c)],其合力为 F_N 。由左段的平衡方程 $\sum F_x = 0$, 得

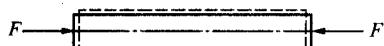
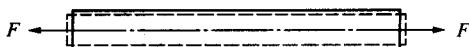


图2-2

$$F_N - F = 0$$

$$F_N = F$$

因为外力 F 的作用线与杆件轴线重合, 内力的合力 F_N 的作用线也必然与杆

件的轴线重合, 所以 F_N 称为轴力。习惯上, 把杆件受拉伸时的轴力规定为正, 杆件受压缩时的轴力规定为负。

若沿杆件轴线作用的外力多于2个, 则杆件各部分的横截面上, 轴力不尽相同。这时我们一般采用轴力图表示轴力沿杆件轴线变化的情况。关于轴力图的绘制, 下面举例给予说明。

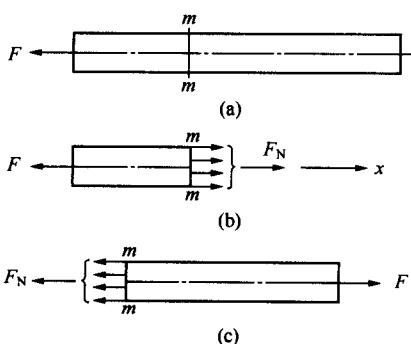


图2-3

分别简化为 $F_1 = 2.62\text{kN}$, $F_2 = 1.3\text{kN}$, $F_3 = 1.32\text{kN}$, 计算简图如图2-4(b)所示。这里 F_2 和 F_3 分别是以压强 p_2 和 p_3 乘以作用面积得出的。试求活塞杆横截面1-1和2-2的轴力, 并作活塞杆的轴力图。

【解】 使用截面法, 沿截面1-1将活塞杆假想切开, 分成两段, 取出左段, 并画出受力图[图2-4(c)]。用轴力 F_{N1} 表示右段对左段的作用, 为了保持左段的平衡, F_{N1} 和 F_1 大小相等, 方向相反, 并且共线。故截面1-1左边的一段受压, F_{N1} 为负。由左段的平衡方程 $\sum F_x = 0$, 得

$$F_1 - F_{N1} = 0$$

由此确定了轴力 F_{N1} 的数值是

$$F_{N1} = F_1 = 2.62\text{kN} \quad (\text{压力})$$

同理, 可以计算横截面2-2上的轴力 F_{N2} 。由截面2-2左边一段[图2-4(d)]的平衡方程 $\sum F_x = 0$, 得

$$F_1 - F_2 - F_{N2} = 0$$

$$F_{N2} = F_1 - F_2 = 1.32\text{kN} \quad (\text{压力})$$

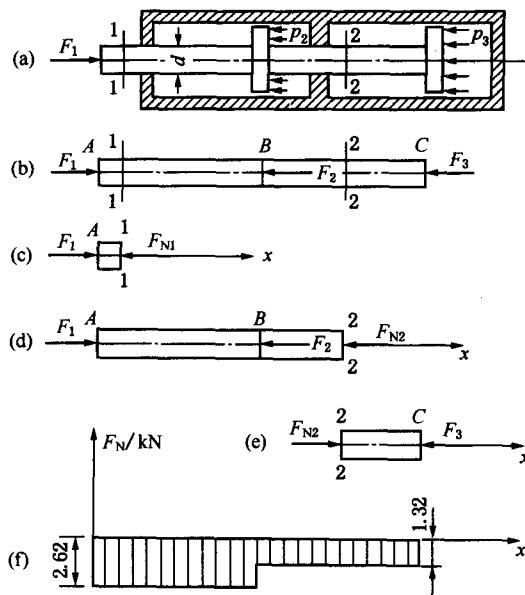


图 2-4

如研究截面 2-2 右边的一段杆 [图 2-4(e)]，由平衡方程 $\sum F_x = 0$ ，得

$$F_{N2} - F_3 = 0$$

$$F_{N2} = F_3 = 1.32 \text{ kN} \quad (\text{压力})$$

所得结果与前面相同，计算却比较简单。

若选取一个坐标系，其横坐标表示横截面的位置，纵坐标表示相应截面上的轴力，便可以用图线表示出沿活塞杆轴线轴力变化的情况 [图 2-4(f)]。这种图线即为轴力图。在轴力图中，将拉力绘在 x 轴的上侧，压力绘在 x 轴的下侧。这样，轴力图非但显示出杆件各段内的轴力大小，而且还可以表示出各段内的变形是拉伸还是压缩。

二、横截面的应力

只根据轴力并不能判断杆件是否有足够的强度。例如用同一材料制成粗细不同的两根杆，在相同的拉力下，两杆的轴力自然是相同的。但当拉力逐渐增大时，细杆必定先被拉断。这说明拉杆的强度不仅与轴力的大小有关，而且与横截面面积有关。所以必须用横截面上的应力 (§ 1.3) 来度量杆件的受力程度。

在拉(压)杆的横截面上，与轴力 F_N 对应的应力是正应力 σ 。根据连续性假设，横截面上到处都存在着内力。为了求得 σ 的分布规律，应从研究杆件的变形

入手。变形前，在等直杆的侧面上画垂直于杆轴的直线 ab 和 cd （图 2-5）。拉伸变形后，发现 ab 和 cd 仍为直线，且仍然垂直于轴线，只是分别平行地移至 $a'b'$ 和 $c'd'$ 。根据这一现象，可以假设：变形前原为平面的横截面，变形后仍保持为平面且仍垂直于轴线，这就是平面假设。由此可以推断，拉杆所有纵向纤维的伸长是相等的。由于材料是均匀的（§ 1.2），

即所有纵向纤维的力学性能相同。由它们的变形相等和力学性能相同，可以推想各纵向纤维的受力是一样的。所以，横截面上各点的正应力 σ 相等，即正应力均匀分布于横截面上， σ 等于常量。于是得

$$\sigma = \frac{F_N}{A} \quad (2-1)$$

其中应力 σ 的单位为 Pa，即 $1\text{Pa} = 1\text{N/m}^2$ ，应力数值较大时可用 MPa ($1\text{MPa} = 10^6\text{Pa}$) 或 GPa ($1\text{GPa} = 10^9\text{Pa}$) 表示。公式(2-1)同样可用于 F_N 为压应力时的计算，一般规定拉应力为正，压应力为负。

导出公式(2-1)时，要求外力合力与杆件轴线重合，这样才能保证各纵向纤维变形相等，横截面上正应力均匀分布。若轴力沿轴线变化，可作出轴力图，再由公式(2-1)求出不同截面上的应力。当截面的尺寸也沿轴线变化时（图 2-6），只要变化缓慢，外力合力与轴线重合，公式(2-1)仍可使用。这时它写成

$$\sigma(x) = \frac{F_N(x)}{A(x)}$$

式中 $\sigma(x)$ ， $F_N(x)$ 和 $A(x)$ 表示这些量都是横截面位置（坐标 x ）的函数。

若以集中力作用于杆件端截面上，则集中力作用点附近区域内的应力分布比较复杂，公式(2-1)不能描述作用点附近的真实情况。这就引出，端截面上外力作用方式不同，将对应力分布有多大影响的问题。实际上，在外力作用区域内，外力分布方式有各种可能。例如在图 2-7(a) 和 2-7(b) 中，钢索和拉伸试样上的拉力作用方式就是不同的。不过，如用与外力系静力等效的合力来代替原力系，则除在原力系作用区域内有明显差异外，在离外力作用区域略远处（例如距离约等于截面尺寸处），上述代替的影响就非常微小，可以不计。这就是圣维南原理，它已被实验所证实。根据这个原理，图 2-7(a) 和 2-7(b) 所示杆件虽上端外力的作用方式不同，但可用其合力代替，这就简化成相同的计算简图 [图 2-7(c)]。在距端截面略远处都可用公式(2-1)计算应力。

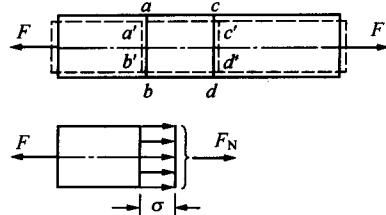


图 2-5