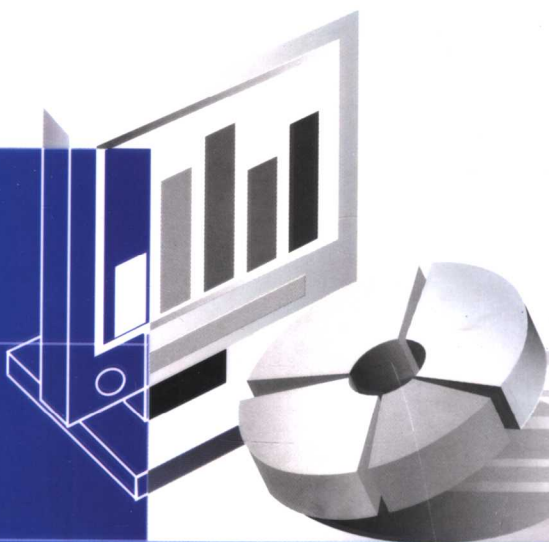


21st CENTURY
实用规划教材

21世纪全国应用型本科

计算机系列 实用规划教材



离散数学

主 编 段禅伦 魏仕民
副主编 赵青杉 冯 源



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

21 世纪全国应用型本科计算机系列实用规划教材

离散数学

主 编	段禅伦	魏仕民	
副主编	赵青杉	冯 源	
参 编	杜清晏	董迎红	吕国英
	朱家义	许 力	
主 审	李盘林		



北京大学出版社
PEKING UNIVERSITY PRESS

内 容 简 介

离散数学是计算机科学基础理论的核心课程,也是现代数学的一个重要分支。本教材内容的组织,在力求培养学生严格的抽象思维和逻辑推理能力的同时,注重展现离散数学在计算机科学及信息类专业中的应用,以增强学生使用离散数学知识分析问题和解决问题的能力,为今后处理离散信息、从事计算机软件的开发和设计以及计算机科学及信息类专业中的其他实际应用打好数学基础。

作为计算机及信息类专业的数学工具,本书的主要内容包括命题逻辑、一阶谓词逻辑、集合论基础、数论基础、组合计数基础、代数结构、图论及其应用等知识。对相关专业的应用内容也做了实用性介绍。

图书在版编目(CIP)数据

离散数学/段禅伦,魏仕民主编. —北京:北京大学出版社,2006.1

(21世纪全国应用型本科计算机系列实用规划教材)

ISBN 7-301-10511-8

I. 离… II. ①段… ②魏… III. 离散数学—高等学校—教材 IV. 0158

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第003444号

书 名: 离散数学

著作责任者: 段禅伦 魏仕民 主编

责任编辑: 周 欢

标准书号: ISBN 7-301-10511-8/O · 0680

出 版 者: 北京大学出版社

地 址: 北京市海淀区成府路205号 100871

网 址: <http://cbs.pku.edu.cn> <http://www.pup6.com>

电 话: 邮购部 62752015 发行部 62750672 编辑部 62750667

电子信箱: pup_6@163.com

排 版 者: 北京东方人华北大彩印中心 电话: 62754190

印 刷 者: 河北涿县鑫华书刊印刷厂

发 行 者: 北京大学出版社

经 销 者: 新华书店

787毫米×1092毫米 16开本 20印张 477千字

2006年1月第1版 2006年1月第1次印刷

定 价: 28.00元

《21 世纪全国应用型本科计算机系列实用规划教材》

专家编审委员会

(按姓氏笔画排名)

主 任 刘瑞挺

副主任 胡昌振 段禅伦

崔广才 谢红薇

委 员 叶俊民 杨 璐 陈天煌 范冰冰

陈仲民 胡 明 秦 锋 龚声蓉

《21 世纪全国应用型本科计算机系列实用规划教材》

分系列专家编审委员会名单

(按姓氏笔画排名)

计算机应用技术——

主 任	胡昌振				
副主任	杨 璐	龚声蓉			
委 员	云 敏	马秀峰	李 明	肖淑芬	周松林
	杨长生	钟 声	赵忠孝	高 巍	

软件开发与软件工程——

主 任	谢红薇				
副主任	叶俊民	陈天煌			
委 员	王建国	孙 辉	吕海莲	李福亮	何朝阳
	张世明	陈佛敏	贺 华	赵绪辉	徐庆生
	徐 辉				

硬件与网络技术——

主 任	崔广才				
副主任	范冰冰	胡 明			
委 员	龙冬云	冯嘉礼	曲朝阳	汤 惟	张有谊
	董春游	程小辉			

专业基础课——

主 任	段禅伦				
副主任	陈仲民	秦 锋			
委 员	王昆仑	王 虹	仇 汶	田敬军	刘克成
	朴春慧	吴晓光	苏守宝	陈付贵	咎风彪
	谭水木	魏仕民			

信息技术的应用化教育

(代丛书序)

刘瑞挺/文

北京大学出版社第六事业部组编了一套《21 世纪全国应用型本科计算机系列实用规划教材》。为了做好这项工作，他们制订了详细的编写目的、丛书特色、内容要求和风格规范。在内容上强调面向应用、任务驱动、注重实例分析、培养能力；在风格上力求文字精练、脉络清晰、图表丰富、版式明快。

一、组编过程

2004 年 10 月，该部开始策划教材丛书，派出编辑分别深入各地高校，了解教学第一线的情况，物色合适的作者。2005 年 4 月 16 日在北京大学召开了“《21 世纪全国应用型本科计算机系列实用规划教材》研讨会”。来自全国 73 所院校的 102 位教师汇聚一堂，共同商讨应用型本科计算机系列教材建设的思路，并对规划选题进行了分工。2005 年 7 月 21 日在青岛又召开了“《21 世纪全国应用型本科计算机系列实用规划教材》审纲会”。编审委员会成员和 46 个选题的主编、参编，共 100 多位教师参加了会议。审稿会分专业基础课、软件开发与软件工程、硬件与网络技术、计算机应用技术等小组对大纲及部分稿件进行了审定，力争使这套规划教材成为切合当前教学需要的高质量的精品教材。

二、转变观念

为了搞好这套教材，要转变一些重要的观念。

首先，需要转变的观念就是大学及其培养人才的定位。大学并不都是“研究型”的，每个大学生不一定都当科学家。事实上，大多数学校应该是“应用型”的，大学生将直接进入社会基层、生产一线、服务前沿，成为各行各业的实践者和带头人。

其次，应该转变的观念就是教材建设的思路。许多人偏爱于“研究型”的教材，即使写“应用型”教材，也多半是对前者进行删繁就简、避虚就实，这样还不能产生真正“应用型”的教材。因此，以“学科”为中心、追求雄厚“理论基础”的传统应该被以“应用”为导向、追求熟练“实践技能”的思路所取代。

第三，必须转变对计算机技术的认识。20 年前，有人把计算机技术理解为 BASIC 编程；10 年前，有人把 Windows 95 和 Word 称为计算机文化；今天，中小学陆续开出《信息技术》课，有人对此怀疑观望，其实它意义深远。以计算机为核心的信息技术，今后 20 年的发展主题将是在各个领域的应用普及。大学计算机应用型本科的教材建设应该面向信息技术的深入应用，而不是相反，因为信息时代已经不是遥远的未来。

三、信息技能

以计算机为核心的信息技术，从一开始就与应用紧密结合。例如，ENIAC 用于弹道计算，ARPANET 用于资源共享以及核战争时的可靠通信。即使是非常抽象的图灵机模型，也

与第二次世界大战时图灵博士破译纳粹密码的工作相关。

今天的信息技术有三个重要的特点：

第一，信息技术是计算机与通信技术融合的辉煌成果。长期以来，计算机技术和通信技术并行不悖地独立发展。20 世纪后半叶，两者相互渗透，产生了程控电话、数据通信、网络技术、高清晰电视，世界各国构建了全球的、宽带的、网站密布的信息高速公路，出现了无处不在的手机通信和移动办公系统、随身听、数码摄录相机、家庭影院、智能控制系统，还有越来越多的嵌入式系统。人们的工作方式和生活方式都发生了质的飞跃。

第二，信息技术与各行各业紧密结合。我国的职业门类有：农林牧渔、交通运输、生化与制药、地矿与测绘、材料与能源、土建水利、制造、电气信息、环保与安全、轻纺与食品、财经、医药卫生、旅游、公共事业、文化教育、艺术设计传媒、公安、法律，这些门类都需要信息技术。

第三，在发展初期，以计算机为核心的信息技术是一项专门技术，只有专家才需要它、才能掌握它，在专家与平民之间有很深的“信息鸿沟”。今天，信息技术已经不再是只有专家才需要、才能掌握的专门技能，而是普通人都需要、也都能掌握的基本信息技能。但是，“信息鸿沟”也迁移到普通人之间。具有信息优势的学生能良性循环，强者更强。

有了这样广阔的应用信息背景，再造计算机应用型本科的课程体系就有了基础。

四、能力结构

关于应用型计算机人才的能力结构，我们不用“宫殿”模型，而用“雄鹰”模型。前者是建筑学模型，适合描述学科；后者是生物学模型，适合描述人才。“雄鹰”模型包括主体、两翼、头部、尾部等，它有可成长性。

首先，数据是信息技术的主体，数据技术是基本功。通常，数据包括文字、公式、表格、图形、图像、动画、声音、视频等等。因此，你不仅要会录入文章、绘制图表，还应该会采集音乐、编辑视频。大家面对的是多媒体数据，应该能收集它、整理它，数据经过整理就成为有用的信息。

其次，信息技术的两翼是数据库技术和网络技术。为了管理好、使用好数据，就必然用到数据库技术，数据库技术是一切信息管理的基石。为了分享数据和信息，就需要网络技术。有了上述数据主体技术和两个“翅膀”，你应该可以起飞了。

但是能飞多高，能飞多远，还应该编程技术、智能技术、安全技术的支持。这相当于头尾各部分的作用。编程将使大家的信息技能游刃有余。人工智能使你飞得更远，安全技术能使你飞得更稳。

有人可能会责难我们，难道大学本科生还需要学习办公软件的技能吗？他们认为这是让人“笑掉大牙”的事。其实，办公软件是最重要的提高生产效率的应用软件，很容易使用，但各人使用效率的高低则十分悬殊。我们设想，今后大学生在入学前先学会计算机的基本操作，我们再开一门高级办公技术的课，通过严格的行业及个人行为规范，对学生进行应用化训练，养成正确的职业习惯。将来工作时能提高效率、改善质量、降低成本。这决不是貽笑大方的事。

五、初步规划

应用型本科教材的规划是一个长期的战略任务，不是短期的战术行为。因此，目前的规划教材不可能一步到位，还会保留一些传统的基础课。例如，数字电路与逻辑设计、微机原理及接口技术、单片机原理及应用等。即使是纯硬件专业的学生，如何学这些传统硬件课都值得商榷，更何况公共基础课。

我们将分门别类逐步建设好应用型本科的重点课程和教材：

(1) 基础类教材：信息技术导论，计算机应用基础，高级办公技术，数据与操作，密码与安全，实用数据结构，实用离散数学……；

(2) 数据库类教材：数据库原理与应用，信息系统集成，数据采掘与知识发现……；

(3) 网络类教材：计算机网络，因特网技术，网络管理与安全，网站与网页设计……；

(4) 编程类教材：面向对象程序设计，C++程序设计，Java 程序设计……；

(5) 提高类教材：软件工程原理及应用，人工智能原理及应用……。

新教材要体现教育观念的转变，系统地研究普通高校教学改革的需求，优先开发其中教学急需、改革方案明确、适用范围较广的教材。注重规划教材的科学性、实用性、易学性，尽量满足同类专业院校的需求。教材内容应处理好传统与现代的关系，补充新知识、新技术、新工艺、新成果。

我相信北京大学出版社在全国各地高校教师的积极支持下，精心设计，严格把关，一定能够建设一批符合应用型人才培养目标的、适应计算机应用型人才培养模式的系列精品教材，而且能建设一体化设计、多种媒体有机结合的立体化教材，为各门课程配套电子教案、学习指导、习题解答、课程设计等辅导资料。让我们共同努力吧！

刘瑞挺教授 曾任中国计算机学会教育培训委员会副主任、教育部理科计算机科学教学指导委员会委员、全国计算机等级考试委员会委员。目前担任的社会职务有：全国高等院校计算机基础教育研究会副会长、全国计算机应用技术证书考试委员会副主任、北京市计算机教育培训中心副理事长。

本系列教材编写目的和教学服务

《21 世纪全国应用型本科计算机系列实用规划教材》在全国的各位编写老师的共同辛勤努力下,在编委会主任刘瑞挺教授和其他编审委员会成员的悉心指导下,经过北京大学出版社第六事业部各位编辑的刻苦努力,终于与师生们见面了。

教材编写目的

目前,我国高等教育正迎来一个前所未有的发展机遇期。高等教育的发展已进入到一个新的阶段。高等本科院校也逐渐演变成“研究型、学术型”和“应用型、就业型”两类。

作为知识传承载体的教材,在高等院校的发展过程中起着至关重要的作用。但目前教材建设却远远滞后于应用型人才培养的步伐,许多院校一直沿用偏重于研究型的教材,应用型教材比较缺乏,这势必影响应用型人才的培养。

为顺应高等教育普及化迅速发展的趋势,配合高等院校的教学改革和教材建设,坚持“因材施教”的教学原则,注重理论联系实际,全面促进高等院校教材建设,进一步提高我国高校教材的质量,北京大学出版社大力推出高校“应用型本科”各专业相关教材。本系列教材不仅讲解基础理论技术,更突出工程实际应用,注重技术与应用的结合。

本套计算机系列教材的编写思想主要如下:

(1) 要符合学校、学科的计算机课程设置要求。以高等教育的培养目标为依据,注重教材的科学性、实用性、通用性,尽量满足同类专业院校的需求。

(2) 要定位明确。要准确定位教材在人才培养过程中的地位和作用,正确处理系列教材与系列课程、读者层次的关系,面向就业,突出应用。

(3) 合理选材和编排。教材内容应处理好传统内容与现代内容的关系,大力补充新知识、新技术、新工艺、新成果。根据教学内容、学时、教学大纲的要求,制定模块化编写体例,突出重点、难点。

(4) 体现建设“立体化”精品教材的宗旨。提倡为主干课程配套电子教案、学习指导、习题解答、课程设计、毕业设计等教学配套用书。

教学服务

1. 提供教学资源下载。本系列大部分教材中涉及到的实例(习题)的原始图片和其他素材或者是源代码、原始数据等文件,都可以在相关网站上下载。每本教材都配有 PPT 电子教案,老师可随时在网络上下载并可修改为适合自己教学的 PPT。

2. 提供多媒体课件和教师培训。针对某些重点课程,我们配套有相应的多媒体课件,对大批量使用本套教材的学校,我们会免费提供多媒体课件。另外,我们还将免费提供教师培训名额,不定期组织老师进行培训。

3. 欢迎互动。欢迎使用本系列教材的老师和同学提出意见和建议,有建设性的将给予奖励;同时有教材或者专著出版要求的老师,请与我们联系。

北京大学出版社第六事业部(<http://www.pup6.com>)

前 言

离散数学成为计算机科学及信息类专业基础理论的核心课程是计算机科学与技术飞速发展的必然结果。二十多年来,国内分别以分课型——把离散数学划分为几门课程或单课型——把分课型的几个课程糅合成一门课程的方式向本科二(或三)年级的学生开设。由于计算机科学与工程领域在很大程度上依赖离散数学提供理论工具,即使仅仅是以研究离散数学的结构和相互关系为目标,其内容的浩繁和材料的分散也足以使教师和学生感到沉重和困难,所以编写 21 世纪全国应用型本科计算机系列实用规划教材之一的《离散数学》,以简明的方法既叙及离散数学的主要组成内容,也介绍它在专业中的重要应用,以普通高等院校计算机科学及信息类专业教学使用为度,不去讨论那些高深的高级课题,但强调专业应用示例,应当说这是教学改革的需要。作者以己力不从心的能力完成这一尝试,是多年教学中师生共同琢磨和尽可能地广收各家之长的结果。

本书适合做计算机科学及信息类专业本科生、研究生离散数学课程的教材或教学参考书,也适合成为计算机工作者拓广理论基础而自学的读本。

全书共 8 章,在编排上,供各章节教学选用的例子以练习形式编于各章节之后并在附录中附有练习题的提示及答案。配套的习题另编于各章之后,以便于作业使用。这样做的目的旨在更加适应各个层次读者的不同需要。

本书在成书过程中,得到了北京大学出版社第六事业部的全力支持和指导,特别是周欢编辑的精心编审,为本书润色许多,作者在这里向他们表示诚挚的谢意。

由于作者水平有限,书中缺点在所难免,恳请读者多多指正。

作 者

2005 年 12 月于呼和浩特

目 录

第1章 命题逻辑.....	1
引言	1
1.1 命题及其表示	1
1.2 逻辑联词	2
1.3 命题公式与真值函数	5
1.4 真值表与等值公式	8
1.5 重言式与蕴涵式	10
1.6 其他逻辑联词及逻辑联词完备集	14
1.7 对偶和对偶定律	17
1.8 范式	18
1.9 命题演算推理理论	24
1.10 命题演算的形式系统	28
1.11 应用举例	31
习题一	36
第2章 一阶谓词逻辑	39
引言	39
2.1 谓词与个体	40
2.2 命题函数与量词	42
2.3 一阶谓词公式	44
2.4 变元的约束与自由	46
2.5 普遍有效式及等值式与蕴涵式	48
2.6 一阶谓词公式的两种范式	53
2.7 一阶谓词演算的推理理论	56
2.8 一阶谓词逻辑的形式系统	59
2.9 应用举例	61
习题二	66
第3章 集合、关系与映射	69
引言	69
3.1 集合	70
3.2 关系	78
3.3 映射	94
3.4 模糊子集及隶属函数	102
3.5 粗糙集	105
3.6 无限集合	111

3.7 应用举例	114
习题三	116
第 4 章 数论基础	119
引言	119
4.1 整除及辗转相除	119
4.2 算术基本定理	122
4.3 同余式	124
4.4 应用举例	129
习题四	131
第 5 章 组合数学	132
引言	132
5.1 排列和组合及和则与积则	132
5.2 容斥原理及排列位置有限制的排列	136
5.3 鸽巢原理	141
5.4 递推关系	144
5.5 生成函数	151
习题五	160
第 6 章 代数结构	161
6.1 代数运算与代数系统	161
6.2 半群与群	165
6.3 陪集与 Lagrange 定理	170
6.4 同态与同构	174
6.5 环与域	178
6.6 有限域	181
习题六	183
第 7 章 格与布尔代数	185
7.1 偏序集	185
7.2 格	187
7.3 格的性质	196
7.4 格同态与格同构	197
7.5 几种特殊的格	201
7.6 布尔代数	209
习题七	215
第 8 章 图论及其应用	218
引言	218
8.1 无向图与有向图	218
8.2 通路及连通性	224

8.3 树和最优树算法	228
8.4 欧拉图与哈密尔顿图	232
8.5 平面图	236
8.6 图的矩阵表示	242
8.7 求最短路的狄克斯特拉算法	248
8.8 超图	252
习题八	256
附录 各章练习题的提示及答案	258
参考文献	301

第1章 命题逻辑

教学提示：命题逻辑亦称命题演算，研究由命题为基本单位构成的前提与结论之间的可推导关系。

教学要求：了解命题、逻辑联词、逻辑等值和蕴涵等基本概念。掌握真值表技术与等值运算。重点介绍范式和命题演算的推理理论。

引 言

研究人的思维形式和规律的科学称为逻辑学。由于研究对象和方法的各有侧重而分为形式逻辑、辩证逻辑和数理逻辑。数理逻辑是用数学方法研究推理，是研究推理中前提和结论之间的形式关系的科学。所谓推理就是由一个或几个判断推出一个新判断的思维形式。这里所说的数学方法就是建立一套表意符号体系，对具体的事物进行抽象的形式研究的方法。因此数理逻辑又称符号逻辑。

一般认为数理逻辑是由德国数学哲学家 G.W.Leibnitz 在 17 世纪中叶创立的。其后，英国数学家 G.Boole 在《逻辑的数学分析》(1847 年)中发展了逻辑代数；德国数学家 F.L.G.Frege 在《表意符号》(1879 年)中引入了量词、约束变元；1930 年奥地利裔美籍数学家 K.Gödel 证明了完全性定理，完善了数理逻辑的基础。在此期间，意大利数学家 G.Peano、英国数学家 A.de Morgen 和 B.A.W.Russell 等在丰富发展数理逻辑的过程中也做出了骄人的工作。

本章和下一章主要讨论数理逻辑中的逻辑演算。

1.1 命题及其表示

命题逻辑和一阶谓词逻辑是数理逻辑的基础。数理逻辑是研究演绎方法的科学，它从形式结构方面来研究推理和证明，使用精确而完全形式的符号语言处理问题。

自然语言丰富多彩，对于同一词语，往往有不同的含义和理解，或者说，自然语言时有歧义。这正是逻辑演绎所不能允许的。逻辑演绎不能有丝毫的含糊不清，要求一词一语均一义。为此，数理逻辑引入了为自身所用的对象语言。对象语言是一种特定的形式语言，在命题逻辑中，其基本成分是具有真、假意义(称为真值)的一个个陈述句，称作命题。只有具有或必将具有确定真值的陈述句才是命题。一切没有判断内容的句子，无所谓是非的句子都不能作为命题。

命题分为原子命题、复合命题两种类型。前者是简单陈述句，后者至少是对原子命题的否定或是几个原子命题组成的复合命题。命题逻辑的特征在于：研究逻辑的形式结构时，只分析到原子命题为止。原子命题是命题逻辑的基本单位。

在命题逻辑中,规定用大写英文字母 $P, Q, R, \dots$ 以及 $P_1, P_2, Q_1, Q_2, \dots$ 等符号表示命题,但不使用 T 和 F 表示一般的命题。 T 和 F 专门用来表示永真和永假的命题及取真(T)和取假(F)的指定,其含义即逻辑真值 1 和 0 。

表示命题的符号称为命题符号。表示一个确定命题的命题符号称命题常量,其真值非 T (或 1)即 F (或 0)。表示任意命题的命题符号称命题变元。命题变元以 $\{0, 1\}$ 为变域。命题变元表示任意命题,无确定真值,不是命题。在涉及命题变元的讨论中,命题变元的真值取值在其变域中指定。

复合命题使用符号表示以后,提供或留下的是称之为命题形式的逻辑框架。一个逻辑框架可以为多个不同的命题所共有。

练习 1-1

(1) 考虑下述陈述句中“是”的不同用法:

- ① 鲁迅是《故乡》的作者。
- ② 鲁迅是小说家。
- ③ 小说家是文学家。

(2) 考虑下述陈述句的含义:

- ① 我喜欢白头翁。
- ② 我和小李的同级同学小赵去看电影。
- ③ 夕阳西下,断肠人在天涯。

(3) 考虑下列语句是否是命题:

- ① 你去上课吗?
- ② 北京是中华人民共和国的首都。
- ③ $1+101=110$ 。
- ④ 火星上也有生物。
- ⑤ 请关掉电视!
- ⑥ 我正在说谎。

(4) 下列命题是原子命题还是复合命题?

- ① 多媒体计算机既可用于科学计算,也可用于课余娱乐。
- ② 北京不是大城市。
- ③ 周明和郑玉争论不休。
- ④ 江竹婷否定了自己的意见。
- ⑤ 哺乳动物未必是胎生动物。
- ⑥ 不是西风压倒东风,就是东风压倒西风。

1.2 逻辑联词

1. 否定, $\neg$

命题 P 的否定是命题 $\neg P$, 读作非 P 。从真值表易见 P 与 $\neg P$ 的取值关系: P 真, 当

且仅当 $\neg P$ 假(见表 1-1)。

表 1-1 否定

P	$\neg P$
T	F
F	T

2. 合取, $\wedge$

命题 P 与 Q 的合取是命题 $P \wedge Q$, 读作 P 与 Q 。 $P \wedge Q$ “真”, 当且仅当 P 与 Q 都真(见表 1-2)。

显然 $P \wedge \neg P$ 是一永假式。

表 1-2 合取

P	Q	$P \wedge Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

表 1-3 析取

P	Q	$P \vee Q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

3. 析取, $\vee$

命题 P 与 Q 的析取是命题 $P \vee Q$, 读作 P 或 Q 。 $P \vee Q$ 假, 当且仅当 P 与 Q 都假(见表 1-3)。

易见 $P \vee \neg P$ 是一永真式。

命题 P 与 Q 的析取命题 $P \vee Q$ 取真值时, 允许 P 和 Q 同时取得真值真, 即 P 与 Q 可同真, 因而也说析取 $\vee$ 是可兼或。

4. 条件, $\rightarrow$

命题 P 与 Q 组成条件命题 $P \rightarrow Q$, 读作若 P 则 Q 。其中 P 称前件, Q 称后件。 $P \rightarrow Q$ 假, 当且仅当 P 真而 Q 假(见表 1-4)。

表 1-4 条件

P	Q	$P \rightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

表 1-5 双条件

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

条件命题 $P \rightarrow Q$ 当前件 P 取值为假时, 无论后件取值是真还是假, 它都为真, 即从假

的前件出发不管推断的后件是真还是假, $P \rightarrow Q$ 都为真。这一定义方法被理解为“善意的推定”。 $P \rightarrow Q$ 在 P 为假时被规定为真的规定称“实质蕴涵”规定。

5. 双条件, $\leftrightarrow$

命题 P 与 Q 组成双条件命题 $P \leftrightarrow Q$, 读作 P 当且仅当 Q 。 $P \leftrightarrow Q$ 取真, 当且仅当 P 与 Q 取相同的真值即同取真值真或同取真值假(见表 1-5)。

这里称 P 为双条件命题的左支, 称 Q 为右支。

由原子命题通过逻辑联词连接或作用组成最简单的复合命题, 逻辑联词对复合命题的作用可以形成更为复杂的命题。命题都有真假, 原子命题的真假取决于它是否与客观实际相符合, 复合命题的真假由组成它的支命题和逻辑联词的严谨定义所确定。

需要注意的是: 逻辑联词与自然语言中相应词语的含义既有联系, 又有区别, 而且被逻辑联词连接和作用的支命题只要求是具有真假值之一值的命题, 而并不强调支命题间是否在内容上都有联系。

逻辑联词反映复合命题与支命题之间的真值关系, 它们有确定的含义, 不能与自然语言中的相应词语混为一谈。逻辑联词是自然语言中相应词语的抽象。

从逻辑联词的真值取值定义表中可以看出, 逻辑联词将 $\{0, 1\}$ 映射为 $\{0, 1\}$ 。

练习 1-2

(1) 指出下列语句中的“并非”、“并且”、“与”、“或者”、“只有……, 才……”、“……, 仅当……”、“除非……, 否则……”等词是否就是我们定义的相应逻辑联词:

- ① 她并非江竹婷。
- ② 小朱拉开抽屉并且取出一本书来。
- ③ 东风压倒西风, 或者西风压倒东风。
- ④ 仅当我去, 你不去。
- ⑤ 小梁与小孟是好朋友。
- ⑥ 除非敌人投降, 否则他们没有出路。
- ⑦ 整数 i 只有能被 2 整除, i 才能被 4 整除。
- ⑧ 若天不下雨, 则我去书店。

(2) 指出下列命题的真值:

- ① 如果 $2+2=5$, 那么太阳从西边升起。
- ② 如果太阳不从东边升起, 那么地球就停止自转。
- ③ 胎生动物当且仅当是哺乳动物。
- ④ 若元素 a 属于空集 $\emptyset$, 则属于集合 A 。
- ⑤ 锄禾日当午, 汗滴禾下土。
- ⑥ 除非 $ABCD$ 是平行四边形, 否则它的对边不都平行。

(3) 令 P = “天下雪”, Q = “我去镇上”, R = “我有空闲”, 请将下列命题符号化:

- ① 如果天下雪且我没有空闲, 那么我不去镇上。
- ② 我去镇上当且仅当我有空闲。
- ③ 天不下雪。