

根据九年义务教育最新教材编写

★ 全程学习系列丛书

# 初中全程学习

主编 王清华 王在建

## 初一数学

基础知识导学  
重点难点突破  
解题方法指导  
跟踪强化训练

中国人民大学出版社

全程学习系列丛书

初中全程学习

# 初一数学

主 编 王清华 王在建

撰稿人 王希杰 刘 雷 王曙光

中国人民大学出版社

**图书在版编目 (CIP) 数据**

初中全程学习：初一数学/王清华，王在建主编  
北京：中国人民大学出版社，1998

ISBN 7-300-02745-8/G·467

I. 初…

II. ①王…②王…

III. 数学 - 初中 - 教学参考资料

IV. G633

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (98) 第 18157 号

全程学习系列丛书

初中全程学习

**初一数学**

主编 王清华 王在建

---

出版发行：中国人民大学出版社  
(北京海淀路 157 号 邮编 100080)

经 销：新华书店

印 刷：北京市丰台区丰华印刷厂

---

开本：850×1168 毫米 1/32 印张：7.375

1998 年 7 月第 1 版 1998 年 7 月第 1 次印刷

字数：260 000

---

定价：7.80 元

(图书出现印装问题，本社负责调换)

# 目 录

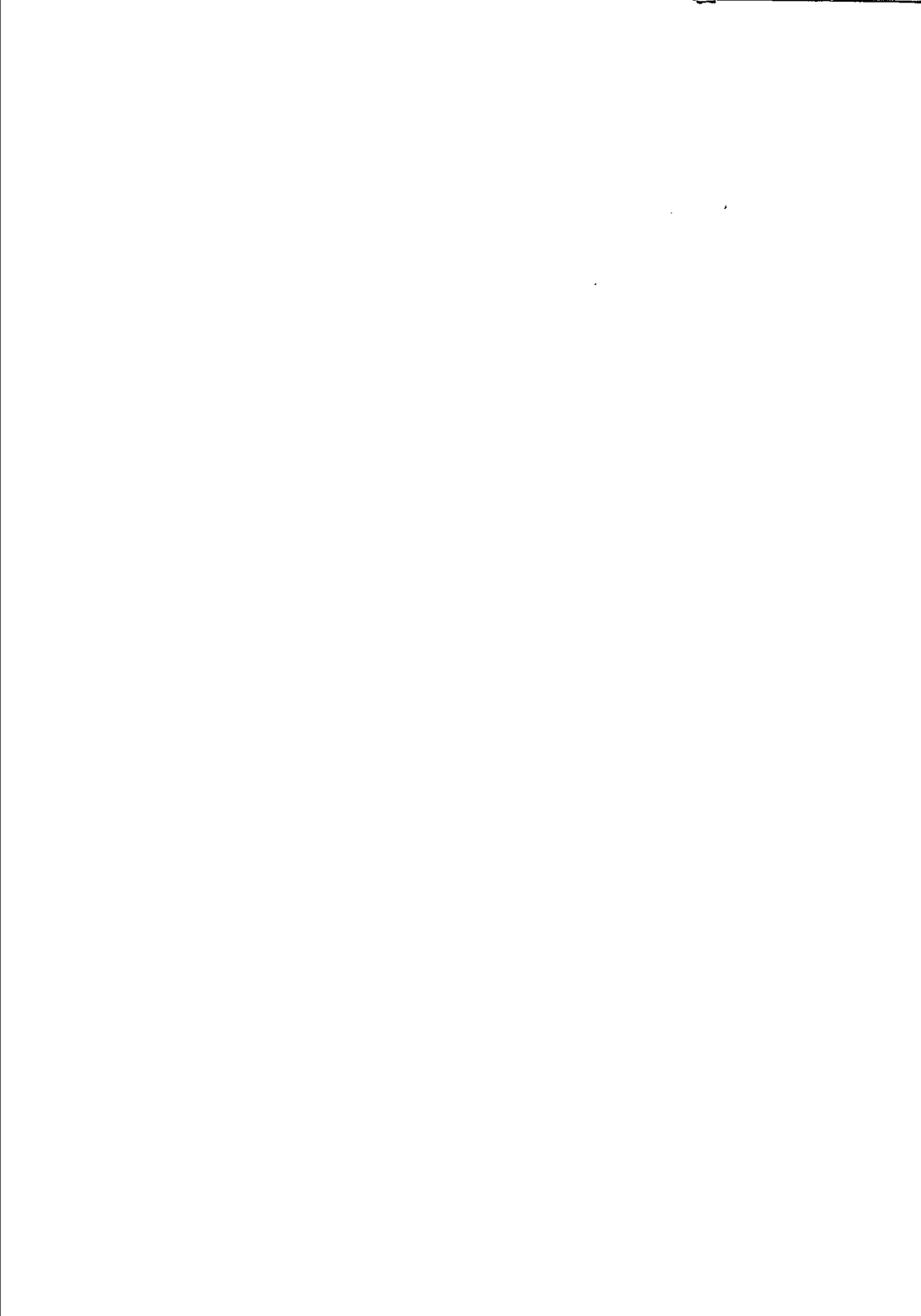
## 代数部分

第一章 代数初步知识	(3)
第二章 有理数	(17)
第三章 整式的加减	(51)
第四章 一元一次方程	(67)
初一上学期期末自测题	(87)
第五章 二元一次方程	(90)
第六章 不等式	(118)
第七章 整式的乘除	(136)

## 几何部分

第一章 线段、角	(171)
第二章 相交线、平行线	(191)
初一下学期期末自测题	(216)
初一数学自测题一	(220)
初一数学自测题二	(224)
初一数学自测题三	(228)

# 代数部分



# 第一章 代数初步知识

## 1.1 代数式

### 基础知识导学

本节主要内容是代数式概念和代数式的意义。

随着数的概念的扩大,字母可以表示任何数。代数式是用代数运算符号(加、减、乘、除以及后面介绍的乘方、开方)把\_\_\_\_\_连接起来的\_\_\_\_\_,单独一个\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_也是代数式。

### 重点难点突破

根据给定字母写出简单的代数式,说出代数式的意义是本节课的重点;难点是准确使用运算符号和括号表示代数式;突破难点的关键是建立基本数量关系的语言表达与代数式表示之间的互化关系。在学习中应注意:①在代数式中出现的乘号,通常简写作“ $\cdot$ ”或者省略不写。如 $3 \times a$ 可以写 $3 \cdot a$ 或 $3a$ (数字应写在字母前面);②在代数式中出现除法运算时,一般按照分数的写法来写。如 $a \div b$ 写作 $\frac{a}{b}$ , $ab \div 3$ 写作 $\frac{ab}{3}$ 。

### 解题方法指导

【例1】说出下列各式的意义:

$$(1) a^3 - b^3$$

$$(2) (a-b)^3$$

$$(3) (b-a)^3$$

【解答】(1) $a^3 - b^3$ 的意义是 $a$ 与 $b$ 两数立方的差。也可说成 $a$ 、 $b$ 的立方差。

(2) $(a-b)^3$ 的意义是 $a$ 与 $b$ 差的立方。

(3) $(b-a)^3$ 的意义是 $b$ 与 $a$ 差的立方。

注:①一个代数式虽可用不同的语句表示其意义,但应以不造成混淆为前提,如(1)中若说成 $a$ 与 $b$ 的立方差,就容易与 $a - b^3$ 相混;②一般约定如 $(a-b)^3$ 、 $(b-a)^3$ 等谁在在先说谁。

【例2】用语言叙述下列各代数式的意义:

$$(1) \frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}$$

$$(2) \left(\frac{1}{3}a - \frac{1}{2}b\right)^2 - 5$$

**【解答】** (1)可以叙述为  $a$  与  $b$  两数的平方差除以这两数的平方和。也可以说  $a$  与  $b$  两数的平方和去除这两数的平方差。

(2)叙述为  $a$  的  $\frac{1}{3}$  与  $b$  的  $\frac{1}{2}$  两数差的平方再减去 5, 也可说  $a$  的  $\frac{1}{3}$  与  $b$  的  $\frac{1}{2}$  两数的差的平方与负 5 的和。

注:用语言表述一个给定代数式的方法虽可不唯一,但不可造成歧义。

## 目标跟踪训练

### 1. 填空题:

(1)甲身高  $a$  cm, 乙比甲高  $b$  cm, 乙身高\_\_\_\_\_ cm

(2)全校学生总数是  $x$ , 其中女生占 48%, 男生人数是\_\_\_\_\_。

(3)一个圆的直径是  $d$ , 则这个圆的面积是\_\_\_\_\_

(4)某县棉花丰收,  $m$  公顷地每公顷产皮棉  $a$  千克,  $n$  公顷地每公顷产皮棉  $b$  千克。用代数式表示平均每公顷产量是\_\_\_\_\_。

### 2. 说出下列各代数式的意义:

$$(1) 3(x-5)$$

$$(2) a + \frac{b}{c}$$

$$(3) \frac{b}{a+c}$$

$$(4) \frac{(a-b)^2}{c}$$

## 1.2 列代数式

### 基础知识导学

本节是在前面代数式概念引出之后,具体讲述如何把实际问题中的数量关系用代数式表示出来。

### 重点难点突破

本节重点是列代数式;难点也是列代数式。突破的关键是对基本数量关系的语言叙述与代数式表示之间的变化。列代数式时要注意题中的“大”、“小”、“倍”、“倒数”等与代数式中的加、减、乘、除的运算之间的关系;比如  $a$  大 2 的数的倒数是  $\frac{1}{a+2}$ 。要注意运算顺序,仍是先乘除后加减,有时还可以加上括号,改变运算顺



序,如  $a$  与  $b$  两数的和与这两数差的积是  $(a+b)(a-b)$ 。

## 解题方法指导

**【例题】** 用代数式表示:

(1) 比  $x$  大  $\frac{1}{2}$  的数与比  $y$  少 27% 的数的和;

(2) 两个数  $a$ 、 $b$  的平方和与这两个数积的差的倒数;

(3) 十位数字是  $n$ , 百位数字比十位数字小 3, 个位数字是百位数字的一半的三位数;

(4) 与  $2n-1$  的积是 6 的数。

**【解答】** (1)  $(x + \frac{1}{2}) + (y - 27\%y)$  或  $(x + \frac{1}{2}) + (1 - 27\%)y$

(2)  $\frac{1}{(a^2 + b^2) - ab}$  或  $\frac{1}{a^2 + b^2 - ab}$

(3)  $100(n-3) + 10n + \frac{n-3}{2}$

(4)  $\frac{6}{2n-1}$

注 1: 关于乘的约定: ① 遇到数与字母相乘, 或字母与字母相乘时, 通常用“·”, 或省略不写; ② 遇到数字与数字相乘时, 仍用“×”号, 不用“·”, 也不能省略乘号; ③ 数字与字母相乘时, 一般在结果中把数字写在字母前面, 如  $a \times 5$  时应为  $5a$ 。一个带分数与字母相乘时, 要把带分数改成假分数形式。如  $a \times 3\frac{1}{2}$  写成  $\frac{7}{2}a$ ;

注 2: 关于除的约定: 在代数式中若出现除法运算, 一般用分数线将被除式和除式联系。如  $3 \div a$  写成  $\frac{3}{a}$ 。

注 3: 代数式中不能含单位, 也不含等号。

注 4: 对一些较复杂的数量关系的题可先分段考虑。如本题(2)可分四段考虑:  $a$ 、 $b$  的平方和即  $a^2 + b^2$ , 这两个数的积即  $ab$ , 和与积的差即  $(a^2 + b^2) - ab$ , 差的倒数即  $\frac{1}{(a^2 + b^2) - ab}$ 。

## 目标跟踪训练

1. 选择题:

(1) 用代数式表示  $a$ 、 $b$  两数的积与  $c$  的和应为( )。

(A)  $ab + c$

(B)  $a + bc$

(C)  $(a+b)c$                       (D)  $ac+b$

(2)用字母表示“分数的分子、分母同乘以不等于零的数,分数的值不变”,应为( )。

(A)  $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm}$                       (B)  $\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times d}$

(C)  $\frac{a}{b} = \frac{bm}{am}$                       (D)  $\frac{a}{b} = \frac{am}{bm} (m \neq 0)$

(3)若数  $a$  增加它的  $x\%$  后得到  $b$ , 则  $b$  等于( )。

(A)  $a \cdot \frac{x}{100}$                       (B)  $a(1 + \frac{x}{100})$

(C)  $a + \frac{x}{100}$                       (D)  $\frac{a(1+x)}{100}$

(4)上等大米每千克售价  $x$  元,次等大米每千克售价  $y$  元,取上等大米  $a$  千克,次等大米  $b$  千克,混合后的大米每千克的售价是( )。

(A)  $\frac{a+b}{x+y}$                       (B)  $\frac{ax+by}{ab}$

(C)  $\frac{ax+by}{a+b}$                       (D) 以上答案均不对

2. 用代数式表示:

(1)比  $x$  大 3 的数;                      (2)比  $x$  大  $\frac{1}{3}$  的数;

(3)比  $x$  小 3 的数;                      (4)比  $x$  小  $\frac{1}{3}$  的数;

(5)比  $x$  大  $y$  的数;                      (6)比  $x$  小  $y$  的数。

3. 用代数式表示:

(1) $a$  与  $b$  的积的立方;                      (2)比 15 少  $x$  的数的  $\frac{2}{3}$ ;

(3) $a$  与  $b$  和的倒数;                      (4) $a$  与  $b$  和的平方;

(5) $a$  平方与  $b$  平方的和的倒数。

4. 用代数式表示:

(1)个位数字是  $a$ , 十位数字比个位数字大 2 的两位数。

(2)一边长  $x$ cm, 周长是 20cm 的长方形的面积。

5. 已知一个正方形的周长是  $l$ cm, 用代数式表示:

(1)边长增加 1cm 后的周长;                      (2)边长是原边长的  $\frac{1}{3}$  时的周长;

(3)正方形的面积。

## 1.3 代数式的值

### 基础知识导学

列代数式的目的是解决问题。在解决问题过程中,往往需要根据代数式中字母所取的值确定代数式的值。用\_\_\_\_\_代替代数式中字母,按照代数式指明的运算,计算出的\_\_\_\_\_,就叫代数式的值。代数式中字母的取值应使代数式与它所表示的实际数量有意义。

### 重点难点突破

本节重点是求代数式中的值的方法:先代入,后计算。难点是把字母的取值准确代入。突破的关键是弄清代数式的意义。在学习时应注意:①求代数式的值是把字母指定的数值代入代数式后,按运算顺序进行。在代入过程中,乘方或原来省略乘号的地方,有时需要添上括号或乘号,如  $x = \frac{1}{2}$  时,  $4x^2 = 4 \times 1(\frac{1}{2})^2 = 9$ 。  
②求代数式的值一定要指明式中的字母取什么数。

### 解题方法指导

**【例1】** 求代数式  $8a^3 - 3a^2 + 2a + \frac{1}{3}$  的值。

(1)  $a = 0$

(2)  $a = \frac{1}{2}$

**【解答】** (1) 当  $a = 0$  时,

$$8a^3 - 3a^2 + 2a + \frac{1}{3} = 8 \times 0^3 - 3 \times 0^2 + 2 \times 0 + \frac{1}{3} = \frac{1}{3}$$

(2) 当  $a = \frac{1}{2}$  时,

$$\begin{aligned} 8a^3 - 3a^2 + 2a + \frac{1}{3} &= 8 \times (\frac{1}{2})^3 - 3 \times (\frac{1}{2})^2 + 2 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \\ &= 1 \frac{7}{12} \end{aligned}$$

**【例2】** 当  $x = \frac{2}{3}$ ,  $y = \frac{1}{2}$  或  $x = 5$ ,  $y = 3$  时,分别计算以下六个代数式的值,并观察(1)与(2)、(3)与(4)、(5)与(6)各组代数式的值之间的关系,你能说出它们的

关系吗?

$$(1)(x+y)(x-y)$$

$$(2)x^2 - y^2$$

$$(3)(x+y)^2$$

$$(4)x^2 + 2xy + y^2$$

$$(5)(x-y)^2$$

$$(6)x^2 - 2xy + y^2$$

**【解答】** 当  $x = \frac{2}{3}, y = \frac{1}{2}$  时,

$$(1) \text{原式} = \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{6} \times \frac{1}{6} = \frac{7}{36}$$

$$(2) \text{原式} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{4}{9} - \frac{1}{4} = \frac{7}{36}$$

当  $x = 5, y = 3$  时,

$$(1) \text{原式} = (5+3)(5-3) = 8 \times 2 = 16$$

$$(2) \text{原式} = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

由以上计算可以发现,当  $x, y$  取值一定时,代数式(1) $(x+y)(x-y)$ 和代数式(2) $x^2 - y^2$ 的值是一样的。

其他各式的求值留给读者自己去完成。

注:由以上计算我们可能产生一些猜想:

如:  $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

$$(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2$$

$$(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$$

这些猜想在今后的学习中会得到证实。

## 目标跟踪训练

1. 求下列代数式的值:

(1) 当  $a = 2$  或  $1\frac{1}{2}$  时, 求  $3a^2 - 1$  的值。

(2) 当  $a = 2, b = 1\frac{1}{2}$  时, 求  $\frac{5a-2b}{2a-b^2}$  的值。

2. 邮购一批书, 每册定价  $a$  元, 另加书价 3% 的邮费, 购书  $y$  册, 总计金额  $x$  元, 用代数表示  $x$ 。当  $a = 3.5, y = 100$  时, 求  $x$  的值。

3. 当  $x = \frac{1}{2}, 1, 2, 3$  时, 求  $x^2$  及  $\frac{x^3}{x}$  的值, 你能说出它们的关系吗?

# 1.4 公式

## 基础知识导学

公式本身可以看成用等号联接起来的两个代数式,公式的导出离不开代数式,而公式在现阶段的主要应用就是利用公式求代数式的值。

## 重点难点突破

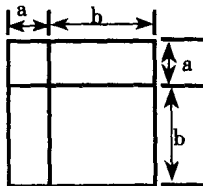
重点是利用公式解决简单的实际问题,难点是公式的导出,解决的关键是用代数式表示。

## 解题方法指导

**【例1】** 如右图所示是一个正方形:

(1) 试按图中所示尺寸,写出这个正方形的面积;

(2) 当  $a=2.5$ ,  $b=4.5$  时,这个正方形的面积是多少?



**【解答】** (1) 若设这个正方形的面积为  $S$ , 由图可以看出,  $S = a^2 + b^2 + 2ab$  或者:  $S = (a+b)^2$

(2) 当  $a=2.5$ ,  $b=4.5$  时,

$$S = 2.5^2 + 4.5^2 + 2 \times 2.5 \times 4.5 = 6.25 + 20.25 + 22.5 = 49$$

$$\text{或者 } S = (2.5 + 4.5)^2 = 7^2 = 49$$

注: 同一个图形解法可有多种, 因为这是同一个正方形, 所以有  $a^2 + b^2 + 2ab = (a+b)^2$ . 把代数式化简后再代入求值, 可使运算简便。

**【例2】** 由两个点可以作一条线段。由  $n(n>1)$  个点可以作出线段  $S$  条,  $S$  是多少? 当  $n=3, 4, 8$  时,  $S$  是多少?

**【解答】**  $S = \frac{n(n-1)}{2}$ , 当  $n=3$  时,  $S=3$ ; 当  $n=4$  时,  $S=6$ ; 当  $n=8$  时,  $S=28$ 。

## 目标跟踪训练

1. 一个长方形纸箱, 它的长是  $a$ , 宽与高都是  $b$ , 这个纸箱的体积  $V$  是多少? 设  $a=30\text{cm}$ ,  $b=20\text{cm}$ , 求  $V$ 。

2. 一个梯形的下底是上底的 2 倍, 高比上底少 4 厘米, 若上底长  $a$  厘米, 求梯形的面积  $S$ 。

3. 一种机器原价是  $a$  万元, 第一次降价  $b\%$  后, 第二次降价  $c\%$ 。若  $a = 10, b = 5, c = 5$ , 求实际价格。

4. 某工厂生产了一批产品, 出厂时要在成本的基础上加上一定的利润, 其重量  $x$  与出厂价  $c$  如右表:

重量 $x$ (千克)	出厂价 $c$ (元)
1	$2 + 0.3$
2	$4 + 0.6$
3	$6 + 0.9$
4	$8 + 1.2$
$\vdots$	$\vdots$

(1) 写出用重量  $x$  表示出厂价  $c$  的公式;

(2) 计算 3000 千克产品的出厂价是多少。

## 1.5 简易方程

### 基础知识导学

含有未知数的\_\_\_\_\_叫方程。使方程左右两边相等的未知数的\_\_\_\_\_叫做方程的解。求方程的解的\_\_\_\_\_叫解方程。

解方程一般采用下面两点: ①方程两边都加上(或减去)同一个适当的数; ②方程两边都乘以(或除以)同一个适当的数。

列方程解应用题步骤: ①设未知数为  $x$ (其他字母也可以); ②用代数式表示题中其他有关的数; ③找出题中的相等关系; ④列出方程; ⑤解方程。

### 重点难点突破

简易方程的解法和列出方程解应用题是这节的重点内容。列方程解应用题是一个难点; 突破的关键是用未知数的代数式表示有关的数。列方程解应用题注意: ①读题要准, 对关键词语要字斟句酌, 把握题意; ②用未知数的代数式表示出题中的量。

### 解题方法指导

【例 1】解方程  $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2} = \frac{2}{3}$ 。

分析:按求简易方程的步骤解答。

**【解答】** 方程两边都减去  $\frac{1}{2}$ , 得  $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{3}x = \frac{1}{6}$$

两边都乘以 3, 得  $x = \frac{1}{2}$

**【例2】** 甲、乙两同学从同一地点去学校。甲步行, 每小时走 0.5 千米,  $1\frac{1}{2}$  小时后, 乙骑自行车追赶, 50 分钟后同时到校, 求乙骑自行车的速度。

分析: 设乙骑车速度为  $x$  千米/时, 则乙 50 分钟走的路程为  $\frac{50}{60}x$  千米; 车用 0.5 千米/时速度共走  $(1\frac{1}{2} + \frac{50}{60})$  小时, 所走路程为  $0.5(1\frac{1}{2} + \frac{50}{60})$  千米。因甲、乙二人走的路程相等, 可得方程。

**【解答】** 设乙骑车速度为  $x$  千米/时, 则

$$\frac{50}{60}x = 0.5(1\frac{1}{2} + \frac{50}{60})$$

$$\frac{5}{6}x = 0.5 \times \frac{14}{6}$$

$$x = 1.4$$

答: 乙骑车速度为 1.4 千米/时。

## 目标跟踪训练

1. 解下列方程:

(1)  $2x + 3 = 7$

(2)  $5x - 14 = 16$

(3)  $30 = 18 + 4x$

(4)  $\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{5}x$

2. 在下列各方程后面的括号内, 分别给出了一组数, 从中找出各方程的解:

(1)  $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 5$  (1, 6)

(2)  $\frac{2x+5}{4} = x+1$  ( $\frac{1}{4}, \frac{1}{2}$ )

3. 列方程解应用题:

(1) 一根竹竿锯掉  $\frac{1}{3}$  后, 长 1.2m, 这根竹竿原来长多少?

(2) 买三支铅笔和一支 9 角 8 分的圆珠笔共用 1 元 8 角 2 分, 求一支铅笔的价格是多少?

(3) 相邻两个自然数, 其和为 69, 求这两个数各是多少?

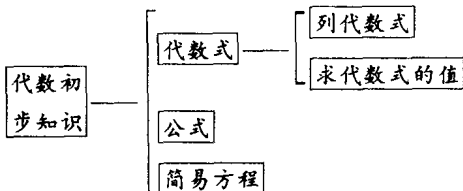
(4) 已知一个梯形的上底为 2cm, 高 4cm, 面积为  $10\text{cm}^2$ , 求这个梯形的下底是多少?

(5) 甲、乙二人在 400 米环形跑道上练习跑步, 同时从同一起点出发反向跑, 甲的速度是 6 米/秒, 乙的速度是 4 米/秒, 多少秒后两人第一次相遇?

# 单元总结与检测

## 单元知识总结

### 一、知识体系



### 二、需注意的几个问题

1. 代数式中的字母可以取什么值, 要根据具体问题来确定。如, 加法交换律  $a + b = b + a$  中,  $a$  与  $b$  可以取学过的所有数, 速度公式  $v = \frac{s}{t}$  中,  $t$  不能取 0。

2. 字母表示数, 代数式也表示数, 因此数的有关运算律也使用于代数式。如  $7 + 7 + 7 = 7 \times 3$ , 同样  $a + a + a = 3a$ 。

又如由  $12 \times 3 = 36$  可得  $12 = 36 \div 3$ , 同样由  $vt = s$  可得  $v = \frac{s}{t}$ 。

3. 要养成验算的好习惯。

## 典型例题解析

**【例 1】** 判断下列各式中哪些是代数式 ①  $5a^2b$ ; ②  $3x^2 + x - 3$ ; ③  $S = \pi r^2$ ; ④  $213$ ; ⑤  $17 - 3 = 14$ ; ⑥  $a(b - c)^2$ ; ⑦  $a^2b + ac^2$ ; ⑧ 0; ⑨  $k(m + n) = km + kn$ ; ⑩  $\frac{x+y}{2}$ ; (11)  $\frac{x-y}{2} = 3$

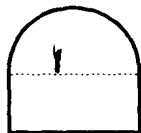
**【解答】** ①、②、④、⑥、⑦、⑧、⑩是代数式, 剩下的不是。

**【例 2】** 如下页右上图所示, 窗的上半部是一个半圆, 半径为  $r$ , 窗的下半部是



一个矩形,窗的周长为 $l$ ,求这个窗户的面积。

分析:窗的面积=半圆面积+矩形面积,半圆面积为 $\frac{1}{2}\pi r^2$ 矩形的长为 $2r$ ,要求其面积需先求矩形的高(宽)。窗的周长由半圆周长、矩形的一条长和矩形的两条高组成,而半圆周长为 $\pi r$ ,所以矩形的高为 $\frac{l-\pi r-2r}{2}$ ,矩形面积为 $\frac{(l-\pi r-2r)2r}{2}$ 或者 $r(l-\pi r-2r)$ 。



至此窗的面积可求出了。

**【解答】** 窗的上半部是半圆,半径为 $r$ ,半圆面积为 $\frac{1}{2}\pi r^2$ 。窗的下半部是矩形,其长为 $2r$ ,宽(高)为 $\frac{l-\pi r-2r}{2}$ ,所以其面积为 $2r \cdot \frac{l-\pi r-2r}{2} = r(l-\pi r-2r)$ ;所以整个窗的面积为 $\frac{1}{2}\pi r^2 + r(l-\pi r-2r)$ 。

答:窗户的面积为 $\frac{1}{2}\pi r^2 + r(l-\pi r-2r)$ 。

**【例3】** 按照表中条件和要求填写下表:

图形	公式条件与结论	面积公式	已知条件	所求结论
三角形		$S = \frac{1}{2}ah$	$S, h$	$a =$
平行四边形		$S = ah$	$S, a$	$h =$
梯形		$S = \frac{(a+b)h}{2}$	$S, a, h$	$b =$

**【解答】** (1) 三角形底  $a = \frac{2s}{h}$

(2) 平行四边形高  $h = \frac{s}{a}$

(3) 梯形的底  $b = \frac{2s}{h} - a$

**【例4】** 两堆棋子,将第一堆的2个棋子移到第二堆去之后,第二堆的棋子数就成了第一堆棋子数的2倍。假设第一堆原有 $a$ 个棋子: