



开放、探究性题

● 主 编：南秀全
● 本册主编：肖九河
肖漫楚

初中数学

KAIFANGTANJIU



龍門書局

www.Longmen.com.cn





初中数学《开放、探究性题》

主 编 南秀全

本册主编 肖九河 肖漫楚



龍門書局

北京

版权所有 翻印必究

举报电话:(010)64034160,13501151303(打假办)

邮购电话:(010)64034160

图书在版编目(CIP)数据

开放、探究性题:新课标/肖九河,肖漫楚主编.一北京:科学出版社:龙门书局,2005

(龙门专题)

ISBN 7-5088-0452-X

I.开… II.①肖…②肖… III.数学课—中学—教学参考资料 IV.G634.605

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 063119 号

责任编辑:马建丽 韩安平/封面设计:东方上升

龙 门 书 局 出 版

北京东黄城根北街 16 号

邮政编码:100717

<http://www.longmen.com.cn>

北京市安泰印刷厂 印刷

科学出版社总发行 各地书店经销

*

2005 年 7 月第 一 版 开本:A5(890×1240)

2005 年 7 月第一次印刷 印张:10 1/4

印数:1—20 000 字数:328 000

定 价: 14.00 元

(如有印装质量问题,我社负责调换)

编者前言

《龙门专题》系列，时刻把握时代脉搏，内容新颖经典，反映基础教育的新理念，为广大师生的发展提供全面优质的服务，一直是广大师生喜爱的教辅品牌之一。随着《义务教育国家课程标准》的颁布和实施，基础教育正发生巨大而深刻的变革。如何充分发挥一本参考书的作用，使学生阅读后能更透彻，迅速地获得知识技能，培养学生自主学习，合作探究，勇于创新的能力，这是教参编者和读者共同关心的问题。这套新课标《龙门专题》就是龙门书局本着以上原则编写的。本书在栏目设置上体现了循序渐进的特点。每节分为[考点规律透视]、[热点考题精析]、[热点考题预测]、[热点考题训练]、[答案与提示]等栏目。

[考点规律透视]通过对历年考题的精心研究和梳理，结合新课标要求，简明扼要地总结出考点出现的规律。

[热点考题精析]从大量的中考试题中筛选经典例题进行分析、点拨，力求覆盖考试热点，做到精益求精。在潜移默化中培养学生的数学思维，提高解题能力。

[热点考题预测]在透视考点规律与精析热点例题的基础上，把握考试方向，大胆预测，为广大考生拨开迷雾，见得日头。

[热点考题训练]选择既能巩固基础，又能拔高能力的数学试题，讲练结合，在巩固和强化训练中掌握基本技能，逐步形成系统的解题方法与技巧。

[答案与提示]答案简明扼要，指明解题思路，点拨解题技巧，让学生通过点拨，掌握解题要领，形成举一反三、触类旁通的解题能力。

鉴于本书颇为新颖的立意，有较大的编写难度，再者受作者水平所限，书中难免有疏漏或不妥之处，敬请不吝赐教。

龙门专题编委会

2005年7月

编委会

(初中数学)

总策划
主编
编委会

龙门书局

南秀全

石涧

姜文清

肖九河

徐芸

杨仕春

余石

刘一明

付东峰

龙门
专题



目 录

第一章 数与式	(1)
第一节 发现数与式的规律	(1)
第二节 代数式的计算	(10)
第二章 方程与方程组	(19)
第一节 方程(组)中的分类讨论	(19)
第二节 几何变换中的方程思想	(30)
第三节 函数中的方程思想	(44)
第三章 不等式与不等式组	(60)
第一节 不等式(组)解集的确立	(60)
第二节 实际问题中的不等式模型	(73)
第四章 直线型	(86)
第一节 证明与计算中的分类讨论	(86)
第二节 转化思想在证明中的应用	(107)
第三节 几何运动与函数模型	(121)
第五章 圆	(144)
第一节 直线与圆	(144)
第二节 圆与圆	(159)
第三节 圆与多边形	(171)
第四节 圆与函数	(198)

第六章 综合探究题	(224)
第一节 代数类综合探究	(224)
第二节 几何类综合探究	(239)
第三节 学科综合探究	(254)
开放、探究性题答案与提示	(262)

(1)	一元二次方程	第一章
(2)	一元二次方程的解法	第一章
(3)	一元二次方程的应用	第二章
(4)	一元二次方程的综合应用	第二章
(5)	一元二次方程的综合应用(一)	第一章
(6)	一元二次方程的综合应用(二)	第二章
(7)	一元二次方程的综合应用(三)	第三章
(8)	一元二次方程的综合应用(四)	第三章
(9)	一元二次方程的综合应用(五)	第三章
(10)	一元二次方程的综合应用(六)	第三章
(11)	一元二次方程的综合应用(七)	第三章
(12)	一元二次方程的综合应用(八)	第三章
(13)	一元二次方程的综合应用(九)	第三章
(14)	一元二次方程的综合应用(十)	第三章
(15)	一元二次方程的综合应用(十一)	第三章
(16)	一元二次方程的综合应用(十二)	第三章
(17)	一元二次方程的综合应用(十三)	第三章
(18)	一元二次方程的综合应用(十四)	第三章
(19)	一元二次方程的综合应用(十五)	第三章
(20)	一元二次方程的综合应用(十六)	第三章
(21)	一元二次方程的综合应用(十七)	第三章
(22)	一元二次方程的综合应用(十八)	第三章
(23)	一元二次方程的综合应用(十九)	第三章
(24)	一元二次方程的综合应用(二十)	第三章
(25)	一元二次方程的综合应用(二十一)	第三章
(26)	一元二次方程的综合应用(二十二)	第三章
(27)	一元二次方程的综合应用(二十三)	第三章
(28)	一元二次方程的综合应用(二十四)	第三章
(29)	一元二次方程的综合应用(二十五)	第三章
(30)	一元二次方程的综合应用(二十六)	第三章
(31)	一元二次方程的综合应用(二十七)	第三章
(32)	一元二次方程的综合应用(二十八)	第三章
(33)	一元二次方程的综合应用(二十九)	第三章
(34)	一元二次方程的综合应用(三十)	第三章
(35)	一元二次方程的综合应用(三十一)	第三章
(36)	一元二次方程的综合应用(三十二)	第三章
(37)	一元二次方程的综合应用(三十三)	第三章
(38)	一元二次方程的综合应用(三十四)	第三章
(39)	一元二次方程的综合应用(三十五)	第三章
(40)	一元二次方程的综合应用(三十六)	第三章
(41)	一元二次方程的综合应用(三十七)	第三章
(42)	一元二次方程的综合应用(三十八)	第三章
(43)	一元二次方程的综合应用(三十九)	第三章
(44)	一元二次方程的综合应用(四十)	第三章
(45)	一元二次方程的综合应用(四十一)	第三章
(46)	一元二次方程的综合应用(四十二)	第三章
(47)	一元二次方程的综合应用(四十三)	第三章
(48)	一元二次方程的综合应用(四十四)	第三章
(49)	一元二次方程的综合应用(四十五)	第三章
(50)	一元二次方程的综合应用(四十六)	第三章
(51)	一元二次方程的综合应用(四十七)	第三章
(52)	一元二次方程的综合应用(四十八)	第三章
(53)	一元二次方程的综合应用(四十九)	第三章
(54)	一元二次方程的综合应用(五十)	第三章
(55)	一元二次方程的综合应用(五十一)	第三章
(56)	一元二次方程的综合应用(五十二)	第三章
(57)	一元二次方程的综合应用(五十三)	第三章
(58)	一元二次方程的综合应用(五十四)	第三章
(59)	一元二次方程的综合应用(五十五)	第三章
(60)	一元二次方程的综合应用(五十六)	第三章
(61)	一元二次方程的综合应用(五十七)	第三章
(62)	一元二次方程的综合应用(五十八)	第三章
(63)	一元二次方程的综合应用(五十九)	第三章
(64)	一元二次方程的综合应用(六十)	第三章
(65)	一元二次方程的综合应用(六十一)	第三章
(66)	一元二次方程的综合应用(六十二)	第三章
(67)	一元二次方程的综合应用(六十三)	第三章
(68)	一元二次方程的综合应用(六十四)	第三章
(69)	一元二次方程的综合应用(六十五)	第三章
(70)	一元二次方程的综合应用(六十六)	第三章
(71)	一元二次方程的综合应用(六十七)	第三章
(72)	一元二次方程的综合应用(六十八)	第三章
(73)	一元二次方程的综合应用(六十九)	第三章
(74)	一元二次方程的综合应用(七十)	第三章
(75)	一元二次方程的综合应用(七十一)	第三章
(76)	一元二次方程的综合应用(七十二)	第三章
(77)	一元二次方程的综合应用(七十三)	第三章
(78)	一元二次方程的综合应用(七十四)	第三章
(79)	一元二次方程的综合应用(七十五)	第三章
(80)	一元二次方程的综合应用(七十六)	第三章
(81)	一元二次方程的综合应用(七十七)	第三章
(82)	一元二次方程的综合应用(七十八)	第三章
(83)	一元二次方程的综合应用(七十九)	第三章
(84)	一元二次方程的综合应用(八十)	第三章
(85)	一元二次方程的综合应用(八十一)	第三章
(86)	一元二次方程的综合应用(八十二)	第三章
(87)	一元二次方程的综合应用(八十三)	第三章
(88)	一元二次方程的综合应用(八十四)	第三章
(89)	一元二次方程的综合应用(八十五)	第三章
(90)	一元二次方程的综合应用(八十六)	第三章
(91)	一元二次方程的综合应用(八十七)	第三章
(92)	一元二次方程的综合应用(八十八)	第三章
(93)	一元二次方程的综合应用(八十九)	第三章
(94)	一元二次方程的综合应用(九十)	第三章
(95)	一元二次方程的综合应用(九十一)	第三章
(96)	一元二次方程的综合应用(九十二)	第三章
(97)	一元二次方程的综合应用(九十三)	第三章
(98)	一元二次方程的综合应用(九十四)	第三章
(99)	一元二次方程的综合应用(九十五)	第三章
(100)	一元二次方程的综合应用(九十六)	第三章
(101)	一元二次方程的综合应用(九十七)	第三章
(102)	一元二次方程的综合应用(九十八)	第三章
(103)	一元二次方程的综合应用(九十九)	第三章
(104)	一元二次方程的综合应用(一百)	第三章

第一章 数与式

第一节 发现数与式的规律

【考点规律透视】

数与式规律的探究性题目是近几年来中考的热点题目,它着重考查的是学生的观察、分析、综合能力,同时也是对学生数与式基础知识的一种检验.但这类型的题目平时只要多加训练并掌握如程序、数列等一些初步知识,做起来并不难.

【热点考题精析】

【例1】(河北省鹿泉市课程改革实验区·2004)观察下面的点阵图 1-1 和相应的等式,探究其中的规律:

(1)在④和⑤后面的横线上分别写出相应的等式:

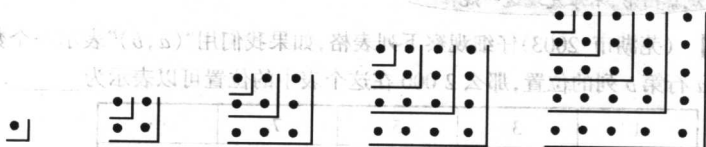


图 1-1

① $1=1^2$; ② $1+3=2^2$; ③ $1+3+5=3^2$; ④ _____; ⑤ _____; ...

(2)通过猜想写出与第 n 个点阵相对应的等式:

解 (1)④ $1+3+5+7=4^2$; ⑤ $1+3+5+7+9=5^2$. (认真观察就会有所发现)

(2) $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$.

【例2】(黔东南州·2003)数学家高斯在读小学二年级时老师出了这样一道计算题:

$$1+2+3+\cdots+100=?$$

高斯很快得出了答案,他的计算方法是:

$$1+2+3+\cdots+100$$

$$= (1+100) + (2+99) + (3+98) + \cdots + (50+51) \\ = 101 \times 50 = 5\,050.$$

(1) 请你应用上述方法求 $S = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1)$ 的计算公式;

(2) 如图 1-2 所示, 第二个图形是由连接第一个三角形三边中点而得到的, 第三个图形是由连接第二个图形中间的一个三角形三边中点而得到的, 依此类推……

分别写出第二个图形、第三个图形和第四个图形的三角形的个数, 由此推测出第 n 个图形的三角形的个数, 并求出从第一个图形到第 n 个图形的三角形个数之和.

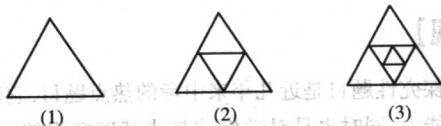


图 1-2

解 (1) $S = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n-1) = (1+2n-1) + (3+2n-3) + \cdots + (n-1+n+1) = 2n \cdot \frac{1}{2}n = n^2$.
 (分組只分为 $\frac{1}{2}n$ 个, 而不是 n 个)

(2) 设第一个, 第二个, 第三个, $\cdots$, 第 n 个图形的三角形个数是 $a_1, a_2, a_3, \cdots, a_n$, 和是 S_n . 则 $a_1 = 1, a_2 = 5, a_3 = 9, \cdots, a_n = 4n-3. \therefore S_n = 2n^2 - n$.

观察图形, 不难发现这一规律

【例 3】 (芜湖市·2003) 仔细观察下列表格, 如果我们用“ (a, b) ”表示一个数在表中第 a 行第 b 列的位置, 那么 2 000 在这个表中的位置可以表示为 _____.

1	3	5	7	...
2	6	10	14	...
4	12	20	28	...
8	24	40	56	...
...	...	...	...	...

分析 仔细观察上表, 我们不难发现这样一个规律: 表中除第 1 行和第 1 列的各个数以外, 其他的每一个数都等于它所在行的第 1 个数与它所在列的第 1 个数的乘积, 如 $28 = 4 \times 7, 40 = 8 \times 5$, 等等. 设 2 000 在第 m 行, 第 n 列. 而 m 行的第 1 个数可表示为 2^{m-1} , 第 n 列的第 1 个数可表示为 $2n-1$.

$$\therefore 2\,000 = 2 \times 10^3 = 2^4 \times 5^3, \quad \text{(这一步可是关键哟! 要注意分析!)}$$

$$\therefore 2^{m-1} = 2^4, 2n-1 = 5^3. \text{ 解之, 得 } m = 5, n = 63.$$

$$\therefore 2\,000 \text{ 在表中的位置可以表示为 } (5, 63).$$

说明 解此题的关键在于发现上述两个规律: (1) 表中除第 1 行和第 1 列的各

个数以外,其他的任何一个数都等于它所在行的第1个数与它所在列的第1个数的乘积;(2)第 m 行的第1个数表示为 2^{m-1} ,第 n 列的第1个数可表示为 2^{n-1} .

【例4】 (大连市·2003)借助于计算器可以求得 $\sqrt{4^2+3^2}$ 、 $\sqrt{44^2+33^2}$ 、 $\sqrt{444^2+333^2}$ 、 $\sqrt{4444^2+3333^2}$ 、 $\dots$. 仔细观察上面几道题的计算结果,试猜想

$$\sqrt{\underset{\substack{2\ 003\text{个}}}{44\cdots4^2} + \underset{\substack{2\ 003\text{个}}}{33\cdots3^2}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

分析 借助计算器可以求得

$$\sqrt{4^2+3^2}=5,$$

$$\sqrt{44^2+33^2}=55,$$

$$\sqrt{444^2+333^2}=555,$$

$$\sqrt{4\ 444^2+3\ 333^2}=5\ 555.$$

观察上述计算结果,极易发现:等式左边是几位数的平方,右边也是几位数. 所以应填 $\underset{\substack{2\ 003\text{个}}}{55\cdots5}$.

【例5】 (烟台市·2003)仔细观察图 1-3, 认真分析各式,然后解答问题.

$$(\sqrt{1})^2+1=2 \quad S_1=\frac{\sqrt{1}}{2}$$

$$(\sqrt{2})^2+1=3 \quad S_2=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(\sqrt{3})^2+1=4 \quad S_3=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$\dots$

$\dots$

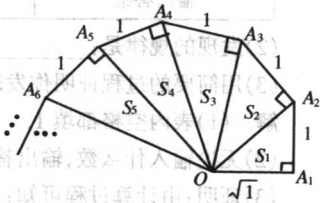


图 1-3

- (1) 请用含有 n (n 是正整数) 的等式表示上述变化规律;
- (2) 推算出 OA_{10} 的长;
- (3) 求出 $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \dots + S_{10}^2$ 的值.

解 (1) $(\sqrt{n})^2+1=n+1, S_n=\frac{\sqrt{n}}{2}$.

(2) 由 $OA_1=\sqrt{1}, OA_2=\sqrt{2}, OA_3=\sqrt{3}, \dots$,
可知 $OA_{10}=\sqrt{10}$.

对应类推, 你会吗?

$$(3) S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 + \dots + S_{10}^2 = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \dots + \frac{10}{4} \\ = \frac{1+2+3+\dots+10}{4}$$

$$= \frac{55}{4}.$$

【例6】 (贵阳市·2003)观察下列算式:

$$3^1=3, 3^2=9, 3^3=27, 3^4=81, 3^5=243, 3^6=729, 3^7=2\ 187, 3^8=6\ 561, \dots$$

用你所发现的规律写出 $3^{2\ 003}$ 的末位数字是

分析 把正整数分为 $4n-3, 4n-2, 4n-1, 4n$ 从而即可确定 $3^{2\ 003}$ 的末位数字是 7 (因为 $2\ 003=4 \times 501-1$).

所以答案填 7.

【热点考题预测】

【例7】 (北京宣武区·2003)按下列程序计算,把答案填写在表格内,然后看看有什么规律,想想为什么会有这个规律?

$\boxed{x} \rightarrow \boxed{\text{平方}} \rightarrow \boxed{+x} \rightarrow \boxed{\div x} \rightarrow \boxed{-x} \rightarrow \boxed{\text{答案}}$

(1)填写表内空格:

输入 x	3	2	-2	$\frac{1}{3}$	...
输出答案	1	1			...

(2)发现的规律是: _____;

(3)用简要的过程证明你发现的规律.

解 (1)表内空格都填 1.

这可是凭直观观察啊!

(2)无论输入什么数,输出答案都是 1.

(3)证明:由计算过程可知:

$$\text{答案} = (x^2 + x) \div x - x = x + 1 - x = 1$$

(注:输入数字不能为 0,因为零不能用作除数)

【例8】 (扬州中学单独招生试题·2001)如图 1-4 所示,是一个计算装置示意图, J_1, J_2 是数据输入口, C 是计算输出口,计算过程是由 J_1, J_2 分别输入自然数 m 和 n , 经计算后得自然数 k 由 C 输出,此种计算装置完成的计算满足以下三个性质:

1. 若 J_1, J_2 分别输入 1, 则输出结果为 1.
2. 若 J_1 输入任何固定的自然数不变, J_2 输入自然数增大 1, 则输出结果比原来增大 2.
3. 若 J_2 输入 1, J_1 输入自然数增大 1, 则输出结果为原来的 2 倍.

试问: (1) 若 J_1 输入 1, J_2 输入自然数 n , 输出结果是多少?

(2) 若 J_2 输入 1, J_1 输入自然数 m , 输出结果是多少?

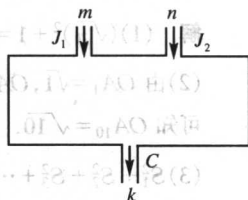


图 1-4



(3)若 J_1 输入自然数 m , J_2 输入自然数 n , 输出结果为多少? 【01 题】

分析 由题意设输出数 $C(m, n)$ 为 k , 则由性质 1、2、3 知 $C(1, 1) = 1$,
 $C(m, n) = C(m, n-1) + 2$, $C(m, 1) = 2C(m-1, 1)$.

解 (1) $\because C(m, n) = C(m, n-1) + 2$,
 $\therefore C(1, n) = C(1, n-1) + 2 = C(1, n-2) + 2 \times 2 = \dots = C(1, 1) + 2(n-1)$
 $= 1 + 2(n-1) = 2n-1$.

(2) $\because C(m, 1) = 2C(m-1, 1)$,
 $\therefore C(m, 1) = 2C(m-1, 1)$
 $= 2^2 \cdot C(m-2, 1)$

$= \dots$
 $= 2^{m-1} C(1, 1) = 2^{m-1}$.

(3) $C(m, n) = C(m, n-1) + 2$ 看清题设中的性质, 综合运用

$= C(m, n-2) + 2 \times 2$
 $= \dots$
 $= C(m, 1) + 2(n-1)$

$= 2^2 C(m-2, 1) + 2(n-1)$
 $= \dots$
 $= 2^{m-1} C(1, 1) + 2n-2$

$= 2^{m-1} + 2n-2$.

【例 9】(漳州市·2004)观察下列方程:

① $x - \frac{2}{x} = 1$, ② $x - \frac{3}{x} = 2$, ③ $x - \frac{4}{x} = 3, \dots$

(1)按此规律写出第 5 个方程是 ;

(2)解方程 $x - \frac{2}{x} = 1$;

(3)猜想这些方程的解有何共同特征, 写出你的猜想(不要求证明).

解 (1) $x - \frac{6}{x} = 5$.

看清方程中的数与序号间的联系

(2) $x^2 - 2 = x$,

$x^2 - x - 2 = 0$,

$(x-2)(x+1) = 0$,

$\therefore x_1 = 2, x_2 = -1$.

经检验 $x_1 = 2, x_2 = -1$ 都是原方程的解.

$\therefore x_1 = 2, x_2 = -1$ 是原方程的解.

(3)这些方程有公共解为 $x = -1$.

$x = -1$ 时, 已知的方程都成立

【例10】 观察与探究:(1)观察下列各组数据并填空:

A. 1 2 3 4 5 $\bar{x}_A = \underline{3}$, $S_A^2 = \underline{2}$;

B. 11 12 13 14 15 $\bar{x}_B = \underline{13}$, $S_B^2 = \underline{2}$;

C. 10 20 30 40 50 $\bar{x}_C = \underline{30}$, $S_C^2 = \underline{200}$;

D. 3 5 7 9 11 $\bar{x}_D = \underline{7}$, $S_D^2 = \underline{8}$;

(2)分别比较 A 与 B、C、D 的计算结果,你能发现什么规律?

(3)若已知一组数据 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的平均数为 $\bar{x}$, 方差为 S^2 , 那么另一组数据 $3x_1 - 2, 3x_2 - 2, \dots, 3x_n - 2$ 的平均数为 $\underline{3\bar{x} - 2}$, 方差为 $\underline{9S^2}$.

解 (1) $\bar{x}_A = 3$; $S_A^2 = 2$; $\bar{x}_B = 13$; $S_B^2 = 2$;

$\bar{x}_C = 30$; $S_C^2 = 200 = 10^2 \times 2$; $\bar{x}_D = 7$; $S_D^2 = 8 = 2^2 \times 2$;

(2) A 与 B 比较, B 组数据是 A 组各数据加 10 得到的, 所以 $\bar{x}_B = \bar{x}_A + 10 = 13$, 而方差不变, 即 $S_B^2 = S_A^2$.

A 与 C 比较, C 组数据是 A 组各数据的 10 倍, 所以 $\bar{x}_C = 10\bar{x}_A = 30$,

$S_C^2 = 10^2 \cdot S_A^2 = 10^2 \times 2 = 200$.

看清各组数据间的联系是解题关键

A 与 D 比较, D 组数据分别是 A 组各数据的 2 倍加 1.

所以 $\bar{x}_D = 2\bar{x}_A + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$, $S_D^2 = 2^2 \cdot S_A^2 = 2^2 \times 2 = 8$.

规律: 有两组数据, 设其平均数分别为 $\bar{x}_1, \bar{x}_2$, 方差分别为 S_1^2, S_2^2 .

①当第二组每个数据比第一组每个数据都增加 m 个单位时, 则有 $\bar{x}_2 = \bar{x}_1 + m$, $S_2^2 = S_1^2$.

②当第二组每个数据是第一组每个数据的 n 倍时, 则有 $\bar{x}_2 = n\bar{x}_1$, $S_2^2 = n^2 S_1^2$.

③当第二组每个数据是第一组每个数据的 n 倍加 m 时, 则有 $\bar{x}_2 = n\bar{x}_1 + m$, $S_2^2 = n^2 S_1^2$ (规律只写出①②亦可).

(3) $3\bar{x} - 2, 9S^2$.

【热点考题训练】

1. (淄博市·2004) 观察下列数表:

1 2 3 4 ... 第一行

2 3 4 5 ... 第二行

3 4 5 6 ... 第三行

4 5 6 7 ... 第四节

: : : :

第 第 第 第

一 二 三 四

列 列 列 列



根据数表所反映的规律,第 n 行第 n 列交叉点上的数应为 ()

- A. $2n-1$ B. $2n+1$ C. n^2-1 D. n^2

2. (潍坊市·2003) 如图 1-5 所示,一根细长的绳子,沿中间对折,再沿对折后的中间对折,这样连续沿中间对折 5 次,用剪刀沿 5 次对折后的中间将绳子全部剪断,此时细绳被剪成 ()

- A. 17 段 B. 32 段 C. 33 段 D. 34 段

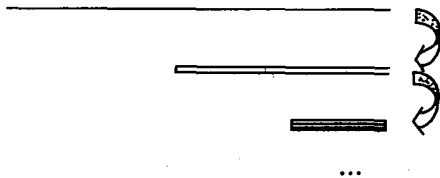


图 1-5

3. (泰州市·2003) 某种细菌在培养过程中,每半小时分裂一次(由一个分裂成两个),经过 3 个小时,这种细菌由 1 个可分裂为 ()

- A. 8 个 B. 16 个 C. 32 个 D. 64 个

4. (重庆市·2003) 小王利用计算机设计了一个计算程序,输入和输出的数据如下表:

输入	...	1	2	3	4	5	...
输出	...	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{4}{17}$	$\frac{5}{26}$	...

那么,当输入数据是 8 时,输出的数据是 ()

- A. $\frac{8}{61}$ B. $\frac{8}{63}$ C. $\frac{8}{65}$ D. $\frac{8}{67}$

5. (南京市·2003) 一根 1 m 长的绳子,第 1 次剪去一半,第 2 次剪去剩下的一半,如此剪下去,第 6 次后剩下的绳子的长度为 ()

- A. $(\frac{1}{2})^3$ m B. $(\frac{1}{2})^5$ m C. $(\frac{1}{2})^6$ m D. $(\frac{1}{2})^{12}$ m

6. (龙岩市·2003) 观察下列等式:

$$1^2 - 0^2 = 1$$

$$2^2 - 1^2 = 3$$

$$3^2 - 2^2 = 5$$

$$4^2 - 3^2 = 7$$

...

用含自然数 n 的等式表示这种规律为_____.

7. (常州市·2003) 请先观察下列算式, 再填空:

$$3^2 - 1^2 = 8 \times 1,$$

$$5^2 - 3^2 = 8 \times 2,$$

$$(1) 7^2 - 5^2 = 8 \times \underline{\quad};$$

$$(2) 9^2 - (\quad)^2 = 8 \times 4;$$

$$(3) (\quad)^2 - 9^2 = 8 \times 5;$$

$$(4) 13^2 - (\quad)^2 = 8 \times \underline{\quad};$$

...

通过观察归纳, 写出反映这种规律的一般结论:

8. (济南市·2003) 请你观察思考下列计算过程: $\because 11^2 = 121, \therefore \sqrt{121} = 11;$

同样: $\because 111^2 = 12\ 321, \therefore \sqrt{12\ 321} = 111; \dots$

由此猜想 $\sqrt{12\ 345\ 678\ 987\ 654\ 321} = \underline{\quad}$

9. (武汉市·2003) 已知: $2 + \frac{2}{3} = 2^2 \times \frac{2}{3}, 3 + \frac{3}{8} = 3^2 \times \frac{3}{8}, 4 + \frac{4}{15} = 4^2 \times \frac{4}{15}, \dots$ 若

$10 + \frac{a}{b} = 10^2 \times \frac{a}{b}$ (a, b 为正整数), 则 $a + b = \underline{\quad}$

10. (山东省·2003) 图 1-6 是按照一定规律画出一列“树型”图:

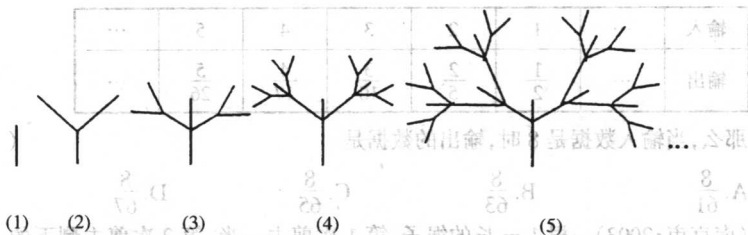


图 1-6

经观察可以发现: 图 1-6(2) 比图 1-6(1) 多出 2 个“树枝”, 图 1-6(3) 比图 1-6(2) 多出 5 个“树枝”, 图 1-6(4) 比图 1-6(3) 多出 10 个“树枝”, 照此规律, 图 1-6(7) 比图 1-6(6) 多出 $\underline{\quad}$ 个“树枝”.

11. (威海市·2003) 如图 1-7 所示是由大小相同的小球垒成的“球堆”, 从上向下数, 第一层 1 个, 第二层 3 个, 第三层 6 个, $\dots$, 按照这种方法垒放, 第六层应该是 $\underline{\quad}$ 个.



12. (金华市·2003) 观察一列数: 3, 8, 13, 18, 23, 28, $\dots$, 依此

图 1-7 合用



规律,在此数列中比 2 000 大的最小整数是_____.

13. (宜昌市·2003)观察下列不等式,猜想规律并填空:

$$1^2 + 2^2 > 2 \times 1 \times 2; (\sqrt{2})^2 + (\frac{1}{2})^2 > 2 \times \sqrt{2} \times \frac{1}{2};$$

$$(-2)^2 + 3^2 > 2 \times (-2) \times 3; (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{8})^2 > 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{8};$$

$$(-4)^2 + (-3)^2 > 2 \times (-4) \times (-3); (-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{8})^2 > 2 \times (-\sqrt{2}) \times \sqrt{8};$$

$$a^2 + b^2 > \underline{\hspace{2cm}} (a \neq b).$$

14. (荆州市·2003)观察下面一列有规律的数:

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{8}, \frac{3}{15}, \frac{4}{24}, \frac{5}{35}, \frac{6}{48}, \dots$$

根据其规律可知第 n 个数应是_____ (n 为正整数).

15. (四川省·2003)到邮局投寄平信,每封信的重量不超过 20 克时付邮费 0.80 元,超过 20 克而不超过 40 克时付邮费 1.60 元,依此类推,每增加 20 克须增加邮费 0.80 元(信的重量在 100 克以内).如果某人所寄一封信的重量为 78.5 克,那么他应付邮费_____元.

16. (山西省·2003)联欢会上,小红按照 4 个红气球、3 个黄气球、2 个绿气球的顺序把气球串起来装饰会场,第 52 个气球的颜色是_____.

17. (恩施自治州·2003)如图 1-8 所示是 2003 年 6 月份的日历,像图中那样,用一个十字框在图中任意圈住五个数,如果中间的数用 a 表示,则圈住的五个数字的和可用含 a 的代数式表示为_____.

Su	Mo	Tu	We	Th	Fr	Sa
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30					

18. (滨州市·2003)如果规定两数 a, b 通过符号“#”构成运算

图 1-8

算 $a \# b = \frac{b}{a^2} + \frac{1}{a}$ 且 $a \# b \neq b \# a$, 那么方程 $x \# 5 = x \# 4 + 1$ 的解是_____.

19. (泰州市·2003)用计算器探索:按一定规律排列的一组数: $1, \sqrt{2}, -\sqrt{3}, 2, \sqrt{5}, -\sqrt{6}, \sqrt{7}, \dots$. 如果从 1 开始依次连续选取若干个数,使它们的和大于 5, 那么至少要选_____个数.

20. (泰安市·2003)用计算器探索:

$$\textcircled{1} \sqrt{121 \times (1+2+1)} = ?$$

$$\textcircled{2} \sqrt{12\,321 \times (1+2+3+2+1)} = ?$$

$$\textcircled{3} \sqrt{1\,234\,321 \times (1+2+3+4+3+2+1)} = ?$$

...

由此猜想

$$\sqrt{1\,234\,567\,654\,321 \times (1+2+3+4+5+6+7+6+5+4+3+2+1)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

第二节 代数式的计算

【考点规律透视】

在中考中,代数式的运算有基本的加减运算、乘除运算、幂运算,还有一些采用特殊方法的运算:如整体思想在运算中的应用;规律性问题在运算中的应用;高中数学或高等数学有关概念的渗透.解决这类问题需要学生具有一定的阅读能力、接受新知识、认识新事物的能力,以及运用新知识、解决实际问题的能力.因此这一类型的代数式运算题目将会越来越多地出现在中考试卷中,所以我们应多加练习.

【热点考题精析】

【例1】 (安徽芜湖·2004)按照一定顺序排列的一列数叫数列,一般用 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 表示一个数列,可简记为 $\{a_n\}$. 现有数列 $\{a_n\}$ 满足一个关系式: $a_{n+1} = a_n^2 - na_n + 1$ ($n=1, 2, 3, \dots, n$), 且 $a_1=2$. 根据已知条件计算 a_2, a_3, a_4 的值, 然后进行归纳猜想: $a_n =$ _____ (用含 n 的代数式表示).

分析 由已知 $a_{n+1} = a_n^2 - na_n + 1$ 可知 $a_2 = a_1^2 - 1 \cdot a_1 + 1 = 2^2 - 1 \times 2 + 1 = 3$. 同理 $a_3 = 4, a_4 = 5$. 由此还可以看出: 第一项的数 $2 = 1 + 1$, 第二项的数 $3 = 2 + 1$, 第三项 $4 = 3 + 1$, 第四项 $5 = 4 + 1, \dots$, 第 n 项 $a_n = n + 1$.

$$\text{解 } a_2 = a_1^2 - 1 \cdot a_1 + 1 = 2^2 - 1 \times 2 + 1 = 3$$

$$a_3 = a_2^2 - 2 \times a_2 + 1 = 3^2 - 2 \times 3 + 1 = 4$$

$$a_4 = a_3^2 - 3 \times a_3 + 1 = 4^2 - 2 \times 4 + 1 = 5$$

...

$$a_n = n + 1.$$

只有通过认真分析已知的数
据,才能准确作出推断

【例2】 (山东威海·2004)如图 1-9 所示是 2004 年 6 月的日历, 如果用一个矩形在日

历中任意框出 9 个数 d, e, f, g, h, i , 用 e 表示这 9 个数的和是 _____.

分析 e 与它上、下的数相差 7, 与它左右的数相差 1, 只要用含 e 的代数式表示其他 8 个数即可.

日	一	二	三	四	五	六
		1	2	3	4	5
6	7	8	9	10	11	12
13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26
27	28	29	30			

图 1-9

