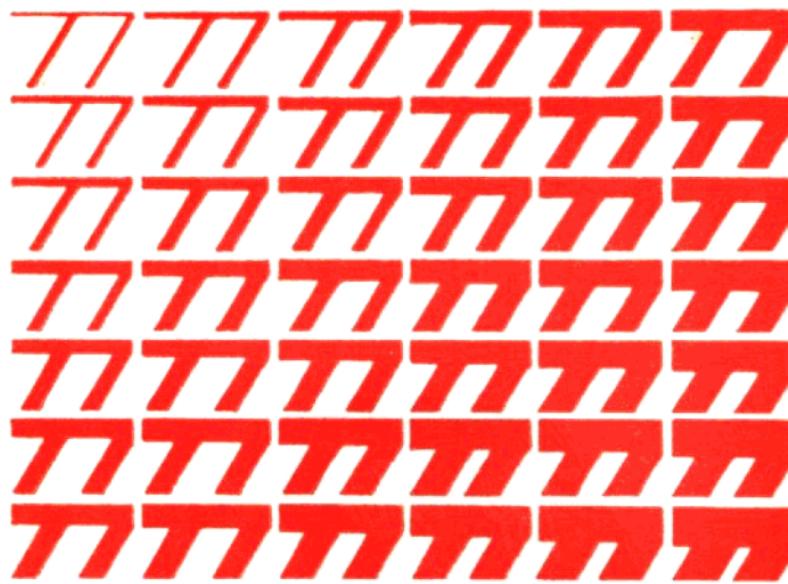


● 李根水 主编

小学数学 题型分析

XIAOXUE SHUXUE
ТИXING FENXI



● 北京师范大学出版社

小学数学题型分析

李根水 主编

李根水 华海生 盛永江 张 燕 编

北京师范大学出版社

(京)新登字160号

小学数学题型分析

李根水 主编

责任校对 刘东也 责任印制 江上



北京师范大学出版社出版发行

全 国 新 华 书 店 经 销

河北省固安县印刷厂印刷

开本：787×1092 1/32 印张：4.125 字数：84千

1992年8月第1版 1992年8月第1次印刷

印数：1—10 100

ISBN 7-303-01626-0/G·1021

定 价： 2.30 元

前　　言

学习数学，总是离不开解题，如何提高解题能力？这是大家都关注的问题。

中、小学数学的内容十分丰富，题目千变万化，不计其数，浩如“题海”。如果以多做题，用“题海”战术来提高数学解题能力，那么往往是花尽精力，收益不大，得不偿失。提高数学解题能力的一个有效途径：在解题中选择那些基本的、典型的、具有代表性的题目来仔细推敲揣摩，通过对一道题或少数题的分析，掌握一类题或许多题的规律，以逐步达到“举一反三”，“触类旁通”的境界。为此，我们不仅应当学会如何解一道题，还应当学会如何分析题目的类型特点，从题目的类型特点上去掌握题目，这是我们的数学思维过程由量变到质变的一个重要转折。从这个角度出发 笔者撰写了《高中数学题型分析》、《初中数学题型分析》、《小学数学题型分析》三本书。本书根据义务教育全日制小学数学教学内容和要求，从有利于小学数学教学和小学生进一步学习数学出发，重点探讨小学数学题型的分析，揭示数学题型的解题思路、方法与技巧，以利于提高数学解题能力；结合有关知识，适当渗透集合、函数等数学思想和方法，注意处理好数和形的关系以及各部分内容之间的纵横联系，为中小学数学衔接做一些有益的工作。

题型的划分与题目的结构密切相关，影响题目结构的因素是多种多样的，如答题要求、题设与题断、命题意图、考

查目的、语言形式等等因素的改变都可以使得题目的“型”发生变化，因而题型的分类可以从不同的角度展开。

从答题的要求分，我们通常把数学题划分成两类：

(1) 标准化题型，又称为客观题型(评分时客观).如选择题、填空题。这种题型的特点是：题目较小，检查面宽，解法灵活，答卷简单，评分客观，批阅方便。因此，近几年来在各种各样知识和能力的书面考试中，都将这类题型作为一类命题形式，它有利于发展思维的灵活性，提高正确迅速的判断能力、辨析能力和运算能力。

(2) 论述式题型，又称为主观题型(评分时受阅卷人主观因素影响).如计算题、应用题等。这种题型的特点是：题目较大，知识面较宽，解答时要有论述过程，这类题型利于培养逻辑思维能力与逻辑表达能力，这是学习数学必须培养的能力。

在数学教学中，上述两种题型各有利弊，应当互相补充，不能偏废，都应重视。

本书共分两部分，第一部分是题型分析：(一) 标准化题型的分析。重点介绍选择题的类型和解法，填空题的类型和解法；(二) 论述式题型的分析，介绍了计算题和应用题的解法。第二部分是复习测试题设计，设计了四套综合练习。书末附录给出了全部练习题的答案、提示或解题分析，便于教师教学或读者自学练习时作参考。

在本书的撰写过程中，得到了北京师范大学出版社、苏州大学《中学数学》编辑部、天津师范大学《中等数学》编辑部，小学数学行家与小学高级教师的热情关心、帮助和指导，在此谨致诚挚的感谢。

作者

目 录

第一部分 题型分析	(1)
第一章 标准化题型的分析	(1)
§ 1 选择题的类型和解法	(1)
§ 2 填空题的类型和解法	(27)
第二章 论述式题型的分析	(43)
§ 1 计算题的解法	(43)
§ 2 应用题的解法	(56)
第二部分 复习测试题设计	(89)
综合练习一	(89)
综合练习二	(93)
综合练习三	(97)
综合练习四	(102)
附录：练习题答案、提示或解题分析	(106)

第一部分 题型分析

第一章 标准化题型的分析

标准化题型常见的有选择题与填空题。这类题型的特点是：题目较小，检查面宽，解法灵活，答卷简单，评分客观，批阅方便。因此，近年来在各种各样知识和能力的书面考试中，都将标准化题型作为一类命题形式，它有利于促进学生的思维，有利于检查学生辨别、理解及判断能力，有利于检查学生的运算能力和空间想象能力。

§ 1 选择题的类型和解法

1. 什么叫选择题？选择题的结构和特点

什么样的题目叫做选择题？在这里先举两个例子。

例1 以年份数字为题材，可以设计这样一道趣味题：

$1992 + 1993 + 1994 + 1995$ 的值的个位数字是（ ）

- ① 2。 ② 4。 ③ 6。 ④ 8。

分析：观察各加数的个位数字2、3、4、5的和为14，所以本题的答案应选②。

例2 驰名中外的数学大师华罗庚先生，在他的《统筹方法平话及补充(修订本)》一书的引子中，设计了一道趣味题：

想泡壶茶喝，当时的情况是：开水没有。开水壶要洗，

茶壶、茶杯要洗，火已升了，茶叶也有了，怎么办？

办法甲：洗好开水壶，灌上凉水，放在火上，在等待水开的时候，洗茶壶、洗茶杯、拿茶叶，等水开了，泡茶喝。

办法乙：先做好一些准备工作，洗开水壶，洗壶杯，拿茶叶，一切就绪，灌水烧水，坐待水开了泡茶喝。

办法丙：洗净开水壶，灌上凉水，放在火上，坐待水开，开了之后急急忙忙找茶叶，洗壶杯，泡茶喝。

哪一种办法省时间？分析一下，很容易得出第一种办法好，因为后两种办法都“窝了工”。

华先生根据一些数据，画了一张统筹图，由图算出办法甲总共要16分钟，而办法乙、丙需要20分钟。这就获得了理论上的证明。

上述两例都是在给出了一定的条件和几个答案后，要你从中选择出正确的答案或者最佳的答案。象这类题目，我们通常叫做选择题。容易看出，选择题的一个明显特点是：探求的答案已给出，只要求答题者迅速地作出正确的判断。而这种能力，无论是在数学学习中，还是置身于科学技术飞速发展、信息万变的时代，无疑都是十分必要的。

选择题的结构一般分为条件和答案两个部分。在条件中的对象叫做题干，在答案中的几个对象叫做选择项，其中不正确的对象叫做干扰项。如，例1中选择项共有四个答案，其中干扰项有三个答案。

2. 选择题的类型

从题目的性质来说，选择题一般可分为三种类型：

(1) 定量型 要求从题目的条件，数学中的定律、性质、公式等来确定某些数学元素的数量关系。此类选择题偏

重于计算和检验。

(2) 定性型 要求从题目的条件, 数学中的概念、性质或某种关系等来判断所考察的数学元素是否具有的性质或关系。此类选择题偏重于概念辨析、推理判断和空间想象;

(3) 混合型 定量与定性都有要求, 此类选择题常要用到多方面的数学知识。

从题目的形式来说, 常见的选择题可分为三种类型:

(1) 判断题(也叫是非题) 这类题目实际上是从“正确与错误两项中选出一项”的二项选择题, 或者说是从“是与非两项中选出一项”的二项选择题。

例3 判断下面各题, 正确的在括号里画“√”, 错误的画“×”。

- (1) 1是最小的整数。 ()
- (2) 小数、分数都小于整数。 ()
- (3) 质数一定是奇数。 ()
- (4) 把12分解质因数是 $12 = 2 \times 2 \times 3 \times 1$ 。 ()
- (5) 大于1且小于2的数有无数个。 ()
- (6) 含有未知数的式子叫做方程。 ()
- (7) 角的两条边越长, 则角就越大。 ()
- (8) 两个自然数的积一定是合数。 ()
- (9) 在圆周长公式 $C = \pi d$ 中, C 与 d 成正比例。()
- (10) 圆锥的体积都等于圆柱体积的三分之一。()

用判断题便于考查学生对数学概念和性质的理解, 学生答题也比较简单。在例3中, 只有(5)、(9)是正确的, 其余都是错误的。

在解答判断题时, 应该联想有关的数学概念和性质, 细

心推敲，周密思考。通过这类题目的练习，可以提高有关数学概念和性质的辨析能力与判断能力。

(2) 配对题 这类题目给出了几个条件和几个答案，要你将其中某个条件正确地与某个答案搭配成一个正确的命题。

例4 已知方程(1)、(2)、(3)、(4)与方程的解①、②、③、④，请你将方程解的序号，正确的填入方程后面的()内。

(1) $3+x=5$, ();

(2) $2x-1=1$ ();

(3) $2 \times (x+1)=10$, ();

(4) $0.5x=1.5$, ().

方程的解是：

- ① $x=1$. ② $x=2$. ③ $x=3$. ④ $x=4$.

用配对题便于考查学生某一部分基础知识之间的联系与区别，在解答此类题目时，应该看清题目的要求，明确根据什么配对，联想有关的基础知识，重视同类对象的结构和性质上的区别，周密分析，作出配对选择。例4可以用代入检验的方法，得出(1)②；(2)①；(3)④；(4)③。

(3) 多项选择题（通常又简称选择题）多项选择题是配对题的特例，也就是说，多项选择题的题干只有一个对象，选择项通常有三个、四个或五个对象，其中至少有一个是要选的正确对象。正确的对象是否唯一，必须在指令性语言中说清楚，即解答要求。在考题中一般还要规定计分方法。本节例1、例2就是这类选择题。

例5 下列说法正确的是()

- ① 偶数都是合数。 ② 合数都是偶数。
③ 质数不可能是偶数。 ④ 合数可能是奇数。

解答本例时，要正确理解“奇数、偶数、质数、合数”概念的区别，以及“都是，不可能，可能”的含义。由偶数2不是合数，可否定①；由合数15不是偶数，可否定②；由质数2是偶数，可否定③；由合数15是奇数，可知④是正确的，应选④。

如果例5的题干改为“下列说法错误的是（ ）”

此类形式的选择题有时也会遇到。显然例5的题干改变后，应选①②③。

从能力上的要求来说，用多项选择题比用判断题更为优越。学生通过这类选择题的训练，容易发现自己所学知识和技能上的缺陷，利于提高思维能力、辨析能力和判断能力。

3. 选择题的常用解法

根据选择题的特点，解答选择题时不必在卷面上写出演算或推理过程，因此，解答选择题不同于解答论述题，应该多观察、勤思考，善于联想和比较，才能迅速地作出正确的判断。如果不善于利用选择题的特点解题，而随便猜答案，或当作常规题来解，解题不得法，往往会浪费时间。

解答选择题的方法有多种，下面我们以“有且只有一个正确答案”这类选择题为例，介绍它的常用解法：

（1）直接法 直接从条件出发，运用概念、定律、性质、公式等进行推理，得出某一个正确的答案，再与所给的答案核对，选择相同答案的序号，这种判断方法叫做直接法。

例6 所有分母是8的最简分数的和是（ ）

- ① 1。 ② 2。 ③ 3。 ④ 4。

分析：所有分母是8的最简分数有 $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{8}$, 其和是2, 所以应选②.

例7 可以清楚地表示出各部分同总数之间关系的统计图是（ ）

①条形统计图. ②折线统计图.

③扇形统计图.

分析：根据扇形统计图的概念和性质，正确的答案应选③.

例8 下面四个数中，最小的是（ ）

① $0.\overline{7}5$. ② $\frac{4}{5}$. ③ 75.8% . ④七成六.

分析：直接观察各数， $0.\overline{7}5$ 最小，所以应选①.

例9 一种商品的价格先提高了 20% , 然后再降低 20% , 结果与原价相比（ ）

①没有变化. ②降低了 4% .

③降低了 20% . ④提高了 4% .

分析：设商品原来的价格为 x , 经提价后的价格为 $x(1+20\%)$, 再降价后的价格为 $x(1+20\%)(1-20\%)=96\%x$, 所以比原价降低了 4% , 应选②.

注：（1）学生解答本例时，往往会猜答案，误选①。

（2）本例设商品原来的价格为 x , 分析过程中也没有求 x , 这是一种“设而不求”的解题方法。

（3）本例还可以设商品原来的价格为1, 解法更简便。

例10 如果三角形内角的度数比是 $1:2:3$, 那么这个三角

形()

- ①必是锐角三角形。 ②必是钝角三角形。
③必是直角三角形。 ④可能是钝角三角形。

分析：因为三角形的内角和为 180° ，所以这三角形的三个内角的度数分别为 30° , 60° , 90° ，必是直角三角形，所以应选③。

例11 如图1-1中的圆形和扇形，它们的面积是()

- ①圆面积大。 ②扇形面积大。
③相等。 ④无法比较。

分析：设圆 O_1 的半径为 R ，则圆 O_1 的面积为 πR^2 。

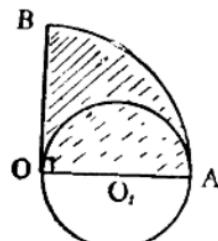


图1-1

$$\text{扇形 } AOB \text{ 的面积为 } \frac{1}{4}\pi(2R)^2 = \pi R^2.$$

所以它们的面积相等，应选③。

注：本例也可设圆 O_1 的半径为1个单位，则圆 O_1 的面积为 $\pi \cdot 1^2 = \pi$ ，扇形 AOB 的面积为 $\frac{1}{4}\pi \cdot 2^2 = \pi$ ，从而选③。这种方法巧设“1”，利于简化计算，迅速地作出正确的判断。

由上可知，直接法解答选择题从条件到答案直接推理，这与常规题的解法相同，要求推理正确，方向明确。这种解法在小学数学选择题中经常用到。

(2) 筛选法 对于明显错误的答案，可通过“筛选”剔除，来缩小选择范围。如果剔除其它答案后只剩下一个答案，那么，根据题目给出“只有一个答案是正确的”这个信息，我们就可确定剩下的那个答案是正确的，这种判断方法

叫做筛选法。

例12 只有2个约数的数是（ ）

- ①奇数。 ②质数。 ③偶数。 ④合数。

思考方法1：直接法选②。

思考方法2：筛选法。

由奇数9有3个约数1,3,9，从而剔除①。

由偶数6有4个约数1,2,3,6，从而剔除③。

由合数6有4个约数1,2,3,6，从而剔除④。

所以应选②。

例13 一个小数的小数点向左移动一位，再向右移动两位，结果是原数的（ ）

- ① 10倍。 ② 100倍。

- ③ $\frac{1}{10}$ 。 ④ $\frac{1}{100}$ 。

分析1：直接法选①。

分析2：本例比较抽象，我们不妨取一个简单的小数0.1，小数点向左移动一位得数0.01，再向右移动两位得数1，结果是原数的10倍，从而筛选剔除②③④，所以应选①。

例14 下列三个说法中，正确的是（ ）

- ① 比2小的整数只有1。
② 一个自然数不是质数就是合数。
③ 连续三个自然数的和一定能被3整除。

分析：比2小的整数有1,0，从而剔除①；

自然数1既不是质数，也不是合数，从而剔除②；

所以，只有③对，应选③。

注：本例可用直接法推断③，即设连续三个自然数为n，

$n+1, n+2$ (n 为自然数).

$\therefore n + (n+1) + (n+2) = 3n + 3 = 3(n+1)$ 能被3整除.

例15 两个边长是1的正方形图甲和图乙, 如果图甲的顶点和图乙的中心重合(如图1-2), 那么两个图形重叠部分的面积为()

① $\frac{1}{6}$. ② $\frac{1}{4}$.

③ $\frac{1}{3}$. ④ $\frac{1}{2}$.



图1-2

分析: 直接法判断比较困难.

取两图形的特殊位置(如图1-3), 也就是使图乙的两个顶点落在图甲的两条边上. 容易发现两个图形重叠部分的面积为 $\frac{1}{4}$, 从而否定①、

③、④, 应选②.

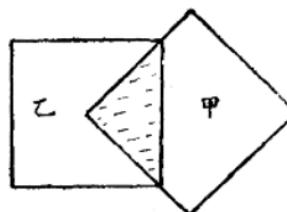


图1-3

对于直接法难以推断的选择题, 常用筛选法进行思考. 可用基本概念、性质进行筛选; 也可取特殊的数值, 进行简单的计算, 或者取图形的特殊位置, 筛选剔除错误的答案. 这种选取特殊数值、图形的特殊位置的思考方法叫做特例法. 它也是解答数学选择题的重要方法之一, 所选取的特例应该在题目给定的条件下考虑, 绝对不可以任意选取.

特例法的作用相当重要, 是探索问题的重要思考方法, 利用特例可进行反驳, 历史上有不少数学难题就是用特例法得到启发, 然后得到解决的.

(3) 代入法 运用代入法的方法进行检验，从而获得正确判断的方法，叫做代入法。

例16 以下四个方程中，解是 $x = 1.5$ 的方程是（ ）

- ① $2(x - 1) = 1.$ ② $3x = 2.$
③ $2x - 1 = 1.$ ④ $3x + 2x = 5.$

分析：将 $x = 1.5$ 代入方程①适合，所以应选①。

例17 已知比例式 $x:1 = 2:y$ ，那么适合于它的一组值是（ ）

- ① $x = 1, y = \frac{1}{2}.$ ② $x = \frac{1}{2}, y = 2.$
③ $x = 8, y = \frac{1}{2}.$ ④ $x = \frac{1}{2}, y = 4.$

分析：考察①、②、③，代入已知比例式都不适合。

考察④，代入已知比例式 $\frac{1}{2}:1 = 2:4$ 适合，应选④。

代入法常用于定量型的选择题，运用代入法时，应该多观察、分析，尽可能找一个最有可能适合的结论，以减少代入的次数，提高解题速度。代入法是检验方程解的正确性的一种常用方法。在以后的数学学习中，代入法也常会用到。

(4) 分析法 某些选择题，可根据题目的要求，通过观察和分析，发现规律，从而作出正确的判断，这种方法叫做分析法。如上例1，通过观察和分析， $1992 + 1993 + 1994 + 1995$ 的值的个位数字由各加数的个位数字的和的个位数字确定，从而很快的作出判断。

例18 给出10个数

96 88 87 92 94

85 93 86 91 89

它们的和是（ ）

- ①899. ②900. ③901. ④902.

分析：观察所给的各数都在90的上、下浮动，为简化运算，可算出各数与90的差，各差数的和为

$$6 - 2 - 3 + 2 + 4 - 5 + 3 - 4 + 1 - 1 = 1$$

于是各数的和为 $10 \times 90 + 1 = 901$. 所以应选③.

(5) 图解法 根据题意，画出图形进行判断的方法叫做图解法。

例19 有50名学生考数学、语文二门课程，其不及格人数如下（数、语表示数学、语文都不及格）

数学	语文	数、语
9	4	2

那么两科都及格的学生的人数是

（ ）

- ①37. ②38. ③39.
④40.

分析：用图解法先找出两科中至少有一科不及格的人数，即如图1-4，得

$$(9 + 4) - 2 = 11.$$

所以两科都及格的学生的人数是 $50 - 11 = 39$. 应选③.

解答例19时所画的图形叫做文氏图，利用文氏图解这类问题直观而简便。

图解法是探索数学问题解答的一种重要思考方法，在小学里常用图解法解应用题。利用图解法不仅可以解答某些数

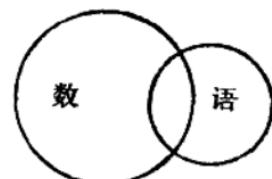


图1-4