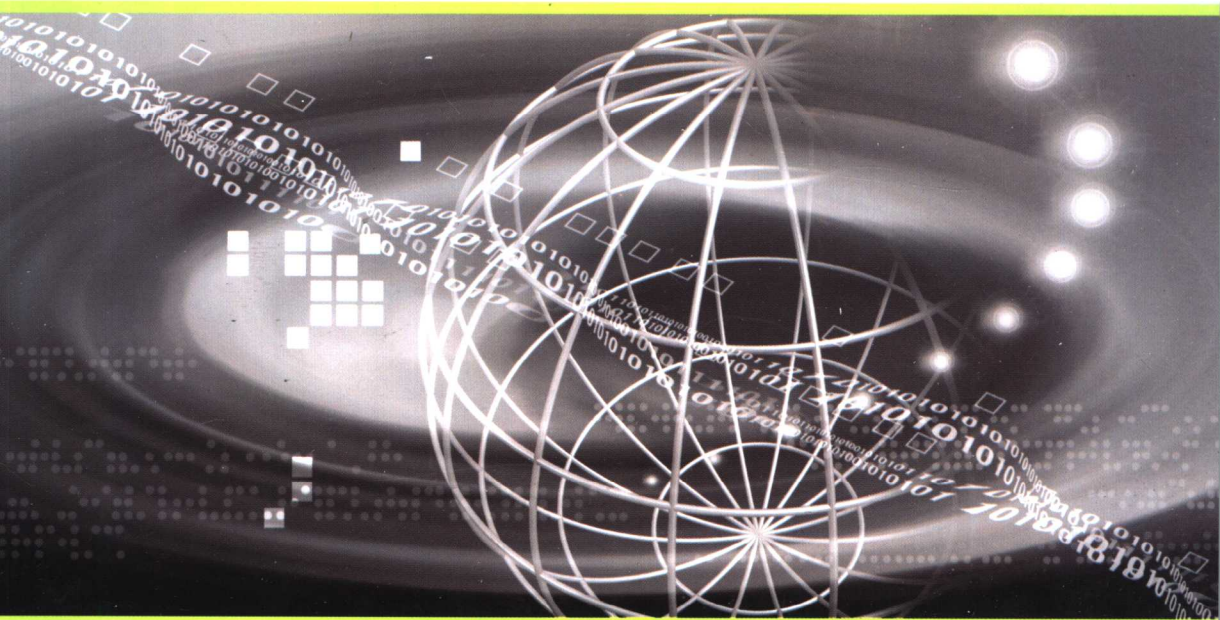


正交频分复用的 基本原理与关键技术

Principle and Key Technologies
for Orthogonal Frequency Division Multiplexing

张海滨 编著



國防工業出版社

National Defense Industry Press

正交频分复用的 基本原理与关键技术

Principle and Key Technologies for Orthogonal
Frequency Division Multiplexing

张海滨 编著

國防工業出版社

• 北京 •

图书在版编目(CIP)数据

正交频分复用的基本原理与关键技术/张海滨编著.
北京:国防工业出版社,2006.1
ISBN 7-118-04123-8

I. 正... II. 张... III. 载波通信:无线电通信—
数据传输—通信技术 IV. TN92

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 099893 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京奥鑫印刷厂印刷

新华书店经售

*

开本 710×960 1/16 印张 11 $\frac{3}{4}$ 203 千字

2006 年 1 月第 1 版 2006 年 1 月北京第 1 次印刷

印数:1—4000 册 定价:22.00 元

(本书如有印装错误,我社负责调换)

国防书店:(010)68428422

发行邮购:(010)68414474

发行传真:(010)68411535

发行业务:(010)68472764

前 言

在无线通信系统中,各种物体对传输信号的反射导致了多径传播。由于不同传播路径具有不同的、随机的延迟特性,从而使得无线信道表现出时间色散特性。由此引起的符号间干扰(ISI)是无线通信系统设计中必须考虑的问题,特别是在高速传输的环境中。

消除 ISI 的典型手段是采用信道均衡技术,可选的信道均衡算法包括最大似然序列检测、线性均衡、判决反馈均衡和自适应均衡等。所有均衡器的计算复杂度都随归一化信道色散长度 L (L =最大多径时延/符号周期)的增加而增加,当数据速率较低时, L 较小,均衡器的实现是可行的;当数据速率较高时, L 较大,均衡器的实现将变得复杂、难以实现。以传输符号速率 20Msymbol/s、最大多径时延 $10\mu\text{s}$ 为例,ISI 将扩展到 200 个符号(即 $L=200$),均衡器几乎不可能实现。

多载波传输技术是解决上述问题,让数据以较高的速率在较大时延的信道上传输的途径之一。它的基本思想是把一个高速率的数据流分解成许多低速率的子数据流,以并行方式在多个子信道上传输。在每个子信道上,符号周期将大于原始的符号周期,从而可以消除或部分消除 ISI。多载波传输的思想可以追溯到 20 世纪 60 年代,从那时起逐渐有人提出并行数据传输、多信道数据传输、频谱交叠的频分复用(FDM)、用离散傅里叶变换(DFT)实现 FDM 等方案。

正交频分复用(OFDM)是多载波传输技术的一种,与其它多载波传输技术不同,在 OFDM 中各子信道之间在时域上互相正交,因此信道干扰的影响被减小为在每个子信道上乘以一个复传输因子,在接收端不需要时域的均衡器,大大简化了接收端的信号处理过程。与传统单载波传输技术相比,OFDM 具有较高的频谱利用率,其频谱利用率随着子信道数目的增加而接近两倍于单载波系统,趋近 Nyquist 极限,并且可根据信道条件进行自适应的比特和功率分配,以充分利用信道容量,在无线频谱资源日益紧张的今天,OFDM 的这一特性具有很大的吸引力。另外,由于功率可以按照子信道进行分配,可以将发射功率集中在某些子信道上,集中功率发射,扩大覆盖范围。

由于技术条件的限制,OFDM 最早只被应用在军方高频(HF)无线通信之

中。早期 OFDM 应用的一个例子,是用于高频(HF)无线电的 AN/GSC-10 (KATHRYN)可变速率数据调制解调器,该系统使用多达 34 个 PSK 调制的低速率并行信道,这些子信道采用正交频率配置,子信道间隔为 82Hz 信道,并提供了保护时间间隔。OFDM 也曾被应用于其它高频(HF)军事系统,如 KINEMPLEX 和 ANDEFT 等。

当子信道数量很大时,并行系统所要求的正弦波发生器组和相关解调器组使设计变得极其昂贵和复杂。而且接受端需要解调载波和采样时间足够精确,以使各子信道间的串扰可以接受。为解决这一问题,Weinstein 等人在 1971 年提出将 DFT 引入并行数据传输系统作为调制解调过程的一部分,并提出了一个完整的正交频分复用(OFDM)系统方案,包括用快速傅里叶(FFT)产生 OFDM 信号、在多径环境下加入循环前缀(又称保护间隔)等。于是采用 FFT 的专用硬件设备就可以实现全数字式 OFDM 系统,完全避免了 FDM 所需的大量子信道正弦波发生器组和相关解调器组等设备。

20 世纪 80 年代,OFDM 被研究用于高速调制解调器、数字移动通信和高密度记录等领域。Hirosaki 探索了基于 DFT、多路 QAM 复用的 OFDM 技术,并设计了一个使用多路 QAM 复用的 19.2kb/s 音频数据调制解调器。该系统采用了插入导频的方式来稳定载波频率和时钟频率,并采用网格编码来减少所需的载波噪声比(CNR)。在此阶段,OFDM 技术被用于研制不同速率的调制解调器,以用于电话网络。

OFDM 还被用来抵消移动信道中频率选择性衰落和多普勒频移的影响,OFDM 可以有效地减少由瑞利分布衰落引起的突发性误差,体现出很强的鲁棒性。如果说在信号频带中出现的深凹陷会严重损坏单载波系统的性能,那么对 OFDM 系统,只有落在频带凹陷处的子信道及其携带的信息受影响,其它的子信道未受损害,因此系统总的误比特率(BER)性能要好得多。1985 年, L. J. Cimini 分析和模拟了 OFDM 在数字移动信道中的性能,显示出在突发性瑞利衰落环境下 OFDM 系统比单载波系统具有更好的性能。1988 年, D. Decker 将网格编码引入到 OFDM 系统,并取得美国国家专利。

从 20 世纪 90 年代初开始,随着对 OFDM 及其相关技术研究的深入,随着 DSP 和 VLSI 技术的成熟,高速多阶 QAM 调制技术、网格编码技术、软判决技术、信道自适应技术、插入保护时段、减少均衡计算量等成熟的技术逐步引入到无线通信领域中来,妨碍 OFDM 实现的技术瓶颈(包括复杂计算、高速存储器等)不复存在。特别是随着无线多媒体业务的发展,OFDM 被认为是一种实现高速双向无线数据通信的优选方案,得到了广泛应用。

在无线局域网(WLAN)方面,无论是欧洲的 ETSI HYPERLAN II 标准,日

本的 MMAC 标准,还是美国的 IEEE 802.11a 标准,都把 OFDM 作为惟一的解决方案,来实现高速无线宽带数据传输。在高清电视(HDTV)传输方面,在现有的三种地面传输协议中,欧洲的 DVB-T 标准和日本的 ISDB-T 标准都采用了 OFDM 技术;尽管美国提出了基于单载波残留边带调制(VSB)的 ATSC 标准,但是他们也看到了 OFDM 技术在该领域的巨大潜力,并投入了大量的人力和物力进行多载波 OFDM 传输方案的研究。在数字蜂窝移动通信系统方面,OFDM 技术曾经作为第三代移动通信(3G)的备选技术,只是由于当时技术不成熟而未被采纳,但未来的新一代移动通信(B3G)已将 OFDM 列为主流的物理层技术之一,以实现高速移动数据传输,如 AT&T 的方案和中国的 FuTURE 计划。另外,OFDM 还被应用于欧洲的数字音频广播(DAB)标准、宽带无线接入(例如 IEEE 802.16)、宽带有线接入(例如 xDSL)、卫星广播、短波/超短波通信、电力线通信等。

尽管 OFDM 有众多的优点,并得到了广泛的使用,但它本身也有一些技术难点需要解决。在基于 DFT 的 OFDM 系统中,所有子信道调制器的输出都自动地叠加在一起,合并后的信号具有类似于高斯噪声的幅度特性,从而使 OFDM 信号具有较大的动态范围,对射频功放的线性化要求较高。OFDM 对定时和频率偏移也很敏感,当定时和频率偏移较大时,OFDM 的正交性将无法保证,就必然引起各子信道之间的载波间干扰(ICI)及 ISI。

本书围绕实现 OFDM 系统的各项关键技术而展开,全书总共由七章组成。

第一章是“正交频分复用的基本原理”,主要阐述 OFDM 的发展背景和基本知识。发展背景主要是对频率选择性信道的通信进行分析,基本知识包括 OFDM 的频谱效率、系统容量、优缺点、OFDM 信号及其在不同类型信道中传输的特点、OFDM 信号在连续时间域和离散时间域的表达形式、循环前缀的作用、OFDM 系统参数的选择等。第一章是本书后续各章的基础。

第二章是“OFDM 同步”,主要阐述 OFDM 系统中实现符号定时同步、载波频率同步、采样时钟同步和相位补偿的各种典型方法,是实现 OFDM 接收机的基础。本章还对各种同步误差对 OFDM 信号的影响进行了较为详细的分析。

第三章是“OFDM 信道估计”,主要阐述基于导频辅助(PSAM)的各种信道估计方法,包括导频图案设计、导频点信道响应的获取和各种内插方法。本章还对 IEEE 802.11a 系统和 DVB-T 系统中的信道估计方案设计进行了探讨。

第四章是“峰平比抑制技术”,主要阐述 OFDM 系统中峰平比(PAPR)产生的原理和各种峰平比抑制技术。峰平比产生原理包括其定义和理论公式推导,各种峰平比抑制技术包括直接削波、部分传输序列法和选择映射法、压扩削波、编码法、峰值抵消法、预测削波等。

第五章是“OFDM 系统中的自适应位加载技术”，主要阐述与自适应位加载技术有关的信息论基础、位加载准则和各种位加载技术。信息论基础包括并行高斯信道的容量、高斯信道的信噪比差额、高斯信道的信噪比裕量、注水算法等，位加载准则包括速率最大化准则、裕量最大化准则，位加载技术包括常见于文献的几种传统位加载算法以及在它们基础上进行改进得到的新算法。

第六章是“快速傅里叶变换(FFT)的实现”，主要阐述 FFT 的高速硬件实现方案。考虑到目前流行的各种类型的 OFDM 系统中，子载波数目一般都是 2 的整数次幂，因此本章内容主要围绕基四 FFT 算法和分裂基 FFT 算法而展开，并把流水线结构和并行结构的思想融入其中。

第七章是“其它技术”，主要阐述 OFDM 实现过程中必须考虑但又相对独立的几项技术，包括中频方案中的直接变换和模拟正交调制，突发数据业务传输 OFDM 系统中的突发信号检测和自动增益控制，物理层与 MAC 层之间的接口设计，移动 OFDM 系统中的多普勒频移估计等。

本书是作者在参与国家自然科学基金重点项目、国家“十五”“863”重大专项 FuTure 计划、IEEE 802.11a 系统开发项目、DVB-T 系统开发项目的基础上撰写而成，其中凝聚了上海交通大学无线通信技术研究所有众多师生的集体智慧和研究成果。在此向参与本书工作的各位老师、同学表示衷心的感谢。本书的出版还得到国防工业出版社的大力支持，在此也向参与本书编辑工作的同志表示衷心的感谢。

由于作者水平有限，本书难免有一些错误和不妥之处，欢迎读者批评指正。

本书有关的科研工作得到国家自然科学基金项目(编号：60332030)的部分资助。

作者

2005 年 6 月于上海

内 容 简 介

正交频分复用(OFDM)是一种多载波传输技术,目前已广泛应用于各种通信系统(特别是无线通信系统)中。本书在分析 OFDM 基本原理的基础上,重点阐述实现 OFDM 系统的各项关键技术,包括同步技术、信道估计技术、峰平比抑制技术、自适应位加载技术和快速傅里叶变换的硬件实现等。在内容的安排上,以分析各种算法及其性能为主,并配有丰富的图表以提高本书的可读性,避免过于繁复的理论推导。

本书可作为高等院校通信工程及其相关专业研究生、高年级本科生的教材和参考书,也可作为从事通信及其相关领域的工程技术人员的参考书。

目 录

第一章 正交频分复用的基本原理	1
1.1 频率选择性信道的通信	1
1.2 正交频分复用基础	3
1.2.1 频谱效率计算	4
1.2.2 比特分配	5
1.2.3 正交频分复用的优缺点	6
1.3 正交频分复用基本原理	7
1.3.1 OFDM 信号	7
1.3.2 OFDM 信号在频率和时间非选择性信道的传输	9
1.3.3 OFDM 信号在频率选择性信道的传输	10
1.3.4 基于 DFT 的 OFDM 实现	14
1.3.5 OFDM 系统参数的选择	17
1.4 上采样和成形滤波对 OFDM 信号的影响	18
1.5 本章小结	23
参考文献	24
第二章 OFDM 同步	25
2.1 同步偏差对 OFDM 信号的影响	26
2.2 符号(帧)定时同步	30
2.2.1 基于循环前缀的符号同步粗估计	30
2.2.2 基于频域导频的符号同步细估计	36
2.2.3 基于训练序列的帧同步	37
2.3 频率同步	42
2.3.1 基于训练序列的时域频偏估计	42
2.3.2 基于频域导频的整数倍频偏估计	43
2.3.3 基于频域导频的频偏细估计	45
2.3.4 基于训练序列的频域小数倍频偏估计	46

2.4 采样时钟同步	47
2.4.1 基于频域导频的采样时钟频偏估计	47
2.4.2 采样时钟频偏和定时偏差联合估计	48
2.5 基于频域导频的相位补偿	50
2.6 本章小结	51
参考文献	52
第三章 OFDM 信道估计	53
3.1 导频图案的选择	54
3.2 导频(或训练序列)位置的信道估计	59
3.2.1 MMSE 信道估计器	59
3.2.2 LS 信道估计器	61
3.2.3 基于奇异值分解的信道估计器	62
3.2.4 基于 PN 序列的迭代相关检测信道估计	63
3.2.5 基于 LMS 算法的自适应信道估计	65
3.3 基于内插的信道估计	68
3.3.1 维纳滤波算法	68
3.3.2 线性内插	70
3.3.3 高斯内插	71
3.3.4 Cubic 内插	71
3.3.5 拉格朗日内插	72
3.3.6 各种内插算法的性能比较	73
3.4 基于 DFT 的信道估计方法	77
3.5 OFDM 信道估计实例	79
3.6 本章小结	82
参考文献	82
第四章 峰平比抑制技术	84
4.1 峰平比 PAPR 的产生原理	85
4.1.1 峰平比定义	85
4.1.2 OFDM 信号峰平比分布的理论推导	85
4.2 直接削波法	90
4.3 部分传输序列法和选择映射法	90
4.4 压扩削波	92
4.5 编码法	96

4.6	升余弦脉冲峰值抵消方法	98
4.7	预测削波	101
4.8	本章小结	104
	参考文献	105
第五章	OFDM 系统中的自适应位加载技术	106
5.1	信息论基础	107
5.1.1	并行高斯信道的容量	107
5.1.2	高斯信道的信噪比差额	107
5.1.3	高斯信道的信噪比裕量	107
5.1.4	并行高斯信道的几何信噪比	108
5.1.5	并行离散高斯信道的注水算法	109
5.2	位加载准则	110
5.2.1	速率最大化准则	110
5.2.2	裕量最大化准则	110
5.3	常见的位加载算法	111
5.3.1	贪婪算法	111
5.3.2	Chow 算法	112
5.3.3	Fischer 算法	114
5.3.4	Campello 算法	117
5.4	一种基于裕量最大的快速最优比特分配算法	120
5.4.1	算法分析	120
5.4.2	性能仿真与算法复杂度分析	122
5.5	一种基于贪婪算法的改进算法	125
5.5.1	算法分析	125
5.5.2	性能仿真	127
5.6	本章小结	129
	参考文献	129
第六章	快速傅里叶变换(FFT)的实现	131
6.1	基四 FFT 算法	132
6.1.1	频率抽取的基四 FFT 算法	132
6.1.2	硬件实现结构	134
6.1.3	并行双蝶算结构	140
6.2	分裂基 FFT 算法	142

6.2.1 频率抽取的分裂基 FFT 算法	142
6.2.2 硬件实现结构	142
6.2.3 分裂基与基二、基四算法的比较	146
6.3 本章小结	147
参考文献	148
第七章 其它技术	149
7.1 直接变换和模拟正交调制	149
7.1.1 直接变换发射机方案	149
7.1.2 模拟正交调制和预补偿建模	151
7.1.3 基于测试音的模拟正交调制失衡补偿算法	154
7.2 突发信号检测与自动增益控制	155
7.3 物理层与 MAC 层接口的实现	159
7.4 多普勒频移估计	162
7.4.1 估计方法分类	162
7.4.2 基于 OFDM 循环前缀的多普勒频移估计	167
7.5 本章小结	169
参考文献	170
附录 A IEEE 802.11a 的系统参数	171
附录 B DVB-T 的系统参数	171
附录 C 缩略语表	172
编后语	174

第一章 正交频分复用的基本原理

作为多载波通信的一种,正交频分复用(OFDM)最有优势的应用环境是频率选择性信道。本章先分析频率选择性信道的特性,探讨解决其中常见的符号间干扰的技术手段,在此基础上再介绍 OFDM 的基础知识和基本原理,包括 OFDM 的频谱效率、系统容量、优缺点、OFDM 信号及其在不同类型信道中传输的特点、OFDM 信号在连续时间域和离散时间域的表达形式、循环前缀的作用、OFDM 系统参数的选择等。从 OFDM 系统的实际应用出发,本章还将分析上采样和成形滤波对 OFDM 信号的影响。

本章的内容是对 OFDM 技术进行深入研究和开发的基础,也是本书后续各章的基础。

1.1 频率选择性信道的通信

在带宽受限且时间扩散的信道中,任何调制类型的等效低通发送信号可以记为^[1]

$$v(t) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n g(t - nT_s) \quad (1.1)$$

式中 $\{I_n\}_{n=0}^{\infty}$ 为离散信息符号序列; $g(t)$ 为具有带限频率响应特性的信号脉冲; T_s 为符号周期。则接收等效低通信号为

$$\tilde{r}(t) = \sum_{n=0}^{\infty} I_n h(t - nT_s) + z(t) \quad (1.2)$$

式中 $h(t)$ 为信道对 $g(t)$ 的响应; $z(t)$ 为复加性高斯白噪声,其自相关函数为

$$\phi_z(\tau) = \frac{1}{2} E[z(t)z^*(t)] = N_0 \delta(\tau) \quad (1.3)$$

由于多径效应的存在,使得在信道上传输的信号产生时间扩散,使得信道的响应不再是一个理想的冲激,从而导致的符号间干扰(ISI)会使被传输的信号变形,由此在接收端产生误码。典型的信道响应如图 1.1 所示,图中 L 为信道弥散长度,相应的信道多径扩展为 $\tau_m = LT_s$ 。信道的另一重要参数为相干带宽

$(\Delta f)_c$, 它与多径扩展之间的关系为^[1]

$$(\Delta f)_c = \frac{1}{\tau_m} \quad (1.4)$$

频率间隔大于 $(\Delta f)_c$ 的两个信号受到信道的影响不同。当携带信息的信号通过信道传输时,若信号带宽大于 $(\Delta f)_c$,那么该信道为频率选择性信道;反之,若信号带宽小于 $(\Delta f)_c$,那么该信道为频率非选择性信道。

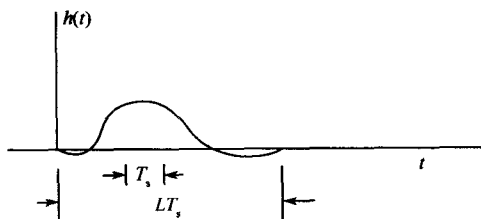


图 1.1 带多径扩展的信道响应

在频率选择性信道中,由于 ISI 较严重,信道使发送信号严重失真,如果不加补偿,会产生高的差错率,因此有必要采取措施抵消 ISI 的影响。

在具有 ISI 和加性高斯白噪声(AWGN)的信道中,用于数字传输的最佳接收机如图 1.2 所示,它可以看作一个与 $h(t)$ 匹配的滤波器,其后跟随着一个以符号速率 $1/T_s$ 操作的采样器,由采样值估计信息序列 $\{I_n\}$,估计的算法基于最大似然(ML)序列检测准则,可通过维特比算法实现,从错误概率的角度出发是最佳的^[1]。最佳接收机的计算复杂度随信道弥散长度 L 的增长而呈指数增长,对于大多数实际的信道,这样大的计算复杂度实现起来过于昂贵。一种折衷的方法是采用准最佳的接收机——线性均衡器和判决反馈均衡器(DFE),前者利用线性横向滤波器,其计算复杂度是信道弥散长度 L 的线性函数;后者在线性横向滤波器的基础上叠加了反馈滤波器,用来从当前估计值中除去由先前被检测符号引入的那部分 ISI。当判决差错对性能的影响可忽略时,判决反馈均衡器在性能上

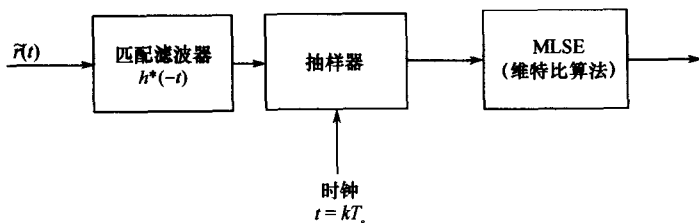


图 1.2 基于最大似然(ML)序列检测准则的最佳接收机

优于线性均衡器。当信道响应是先验未知或时变的时,均衡器必须设计成对信道响应是可调的,对信道响应的时变是自适应的,由此引入了自适应的均衡算法,例如自适应迫零均衡器、自适应 LMS 均衡器等等。但所有这些时域均衡器(包括自适应、非自适应)的计算复杂度都随信道弥散长度 L 的增长而增长,对于一个大的 L ,它们的实现将变得复杂、难以实现。

在频率选择性信道中,抵消 ISI 的另一途径是采用频率分集的方法。当信号带宽 $W \gg (\Delta f)$ 时,可以把该信道划分为大量的频分复用子信道,每一条子信道近似于理想的,信号在各子信道上并行传输,此即为多载波通信。在多载波通信系统中,由于信道弥散长度小于符号周期,从而降低对均衡的要求,甚至可以避免采用时域均衡。图 1.3 为多载波通信的一个例子,数据信号被分成 8 路,在 8 个子信道上上传输,每个子信道上的数据速率只有原来的 $1/8$,符号周期为原来的 8 倍,相应的信道弥散长度 L 也降为原来的 $1/8$,ISI 的影响明显下降,并且划分的子信道越多效果越明显。

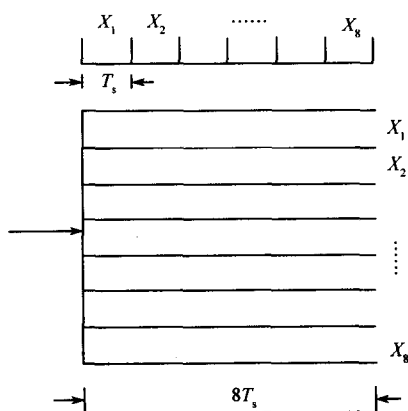


图 1.3 多载波通信的一个实例

1.2 正交频分复用基础

正交频分复用(OFDM)是多载波通信的一种^[2]。与一般的频分复用(FDM)技术不同,在 OFDM 系统中各子信道在时间上互相正交,在频率上互相重叠,如图 1.4 所示。

为保证子信道之间互相正交,子信道的频率间隔 Δf 可选择为各子信道上符号周期的倒数,即

$$\Delta f = \frac{1}{NT_s} \quad (1.5)$$

式中 $N = W/\Delta f$ 为子信道的个数。这样就有

$$\int_0^{NT_s} \cos(2\pi f_1 t + \theta) \cos[2\pi(f_1 + \Delta f)t] dt = 0 \quad (1.6)$$

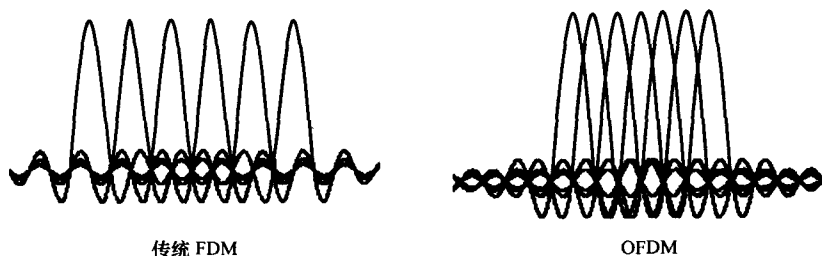


图 1.4 OFDM 与传统 FDM 的比较

1.2.1 频谱效率计算

对于一个典型的单载波系统,其信号带宽 W 与符号周期 T_s 之间具有如下式的关系

$$W = \frac{2}{T_s} \quad (1.7)$$

而数据传输速率为

$$R = \frac{\log_2 M}{T_s} (\text{bit/s}) \quad (1.8)$$

式中 M 为调制的字符集大小。由此可得到单载波系统的频谱效率为

$$\frac{R}{W} = \frac{1}{2} \log_2 M (\text{bit/s/Hz}) \quad (1.9)$$

对于 OFDM 系统,其信号带宽 W 与符号周期 T_s 之间的关系为

$$W = (N+1) \frac{1}{NT_s} \quad (1.10)$$

数据传输速率仍旧为

$$R = \frac{\log_2 M}{T_s} (\text{bit/s})$$

由此可得到 OFDM 系统的频谱效率为

$$\frac{R}{W} = \frac{N}{N+1} \log_2 M = \log_2 M (N \text{ 较大时}) \quad (1.11)$$

由式(1.9)、式(1.11)可知,当子信道数 N 较大时,OFDM 系统的频谱效率是单载波系统的两倍。

1.2.2 比特分配

假设 $H(f)$ 为非理想的带宽为 W 的带限信道的频率响应, $\Phi_{nn}(f)$ 为加性高斯噪声的功率谱密度(PSD),将 W 划分成宽度为 Δf 的 N 个子信道,以致在每一个子信道中 $|H(f)|^2/\Phi_{nn}(f)$ 近似为常数。同时,设发送信号的功率在频率上的发布为 $P(f)$,其约束条件为

$$\int_W P(f) df \leq P_{av} \quad (1.12)$$

式中 P_{av} 为发送机可用的平均功率。基于以上条件,可以评估在非理想加性高斯噪声信道中 OFDM 系统的容量,并据此给出各子信道的比特分配。

理想的时不变频率非选择性加性高斯噪声信道的容量为^[1]

$$C = W \lg_2 \left(1 + \frac{P_{av}}{WN_0} \right) (\text{bit/s}) \quad (1.13)$$

式中 C 为容量。在 OFDM 系统中,当 Δf 足够小时,子信道的容量为

$$C_i = \Delta f \lg_2 \left[1 + \frac{\Delta f P(f_i) |H(f_i)|^2}{\Delta f \Phi_{nn}(f_i)} \right] \quad (1.14)$$

式中 f_i 为第 i 个子信道的中心频率,因此信道的总容量为

$$C = \sum_{i=1}^N C_i = \Delta f \sum_{i=1}^N \lg_2 \left[1 + \frac{P(f_i) |H(f_i)|^2}{\Phi_{nn}(f_i)} \right] \quad (1.15)$$

当 $\Delta f \rightarrow 0$ 取极限时,信道的总容量为

$$C = \int_W \lg_2 \left[1 + \frac{P(f) |H(f)|^2}{\Phi_{nn}(f)} \right] df \quad (1.16)$$

在式(1.12)确定的 $P(f)$ 约束条件下,使得 C 最大化的 $P(f)$ 可以通过下式来确定^[1]

$$P(f) = \begin{cases} K - \frac{\Phi_{nn}(f)}{|H(f)|^2} & |f| \leq W \\ 0 & \text{其它} \end{cases} \quad (1.17)$$

式中 K 为常量。式(1.17)的结果的意义是当信道信噪比 $|H(f)|^2/\Phi_{nn}(f)$ 高时,信号的功率也较高;反之,当信道信噪比低时,信号的功率则较低。图 1.5 为该结果的图示,如果将 $\Phi_{nn}(f)/|H(f)|^2$ 比作单位深度碗的底部,将数量为 P_{av} 的水注入碗中,则水在碗中分布以达到高度 K ,因此这又被称为最佳功率分布的注水(water filling)解释法^[1]。