

26

· 中学数学 ·

my

KE TANG SHANG DE YI WAN GE

课堂上的一万个

WEI SHEN MO

为什么

陈家骏 主编

3
5
9

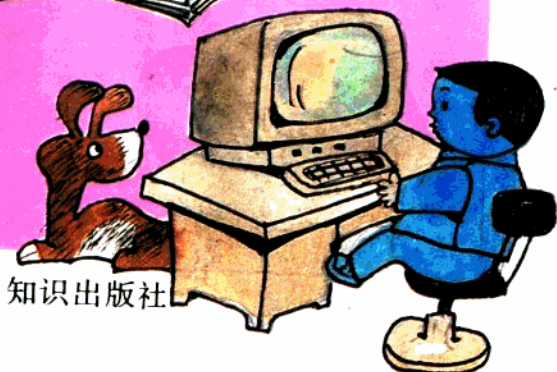
6

+

2

✓

P/



知识出版社

课堂上的一万个为什么

中学数学

主编 陈家骏

编者 陈家骏 廖勤莘 王 力

冯 彤 黄 宇

知 识 出 版 社

课堂上的一万个为什么·中学数学

陈家骏 主编

责任编辑：华景杭

责任校对：李 静

封面设计：童行侃

版式设计：乌 灵、曹树湘、陈 琦

出版：知识出版社

发行：新华书店总经销

印刷：外文印刷厂

排版：中国大百科全书出版社激光照排中心

开本 787×1092 1/32

印张 10.75

字数：233千字

印数：1—20000

版次：1994年11月第1版 1994年11月第1次印刷

ISBN 7-5015-0808-9/G·302

定价：6.60元

(京)新登字 188 号

《课堂上的一万个为什么》编委会

主 编 吴希曾

副主编 孙旭初 刘伯根

编 委 王铁生 叶九成 冯广才 杜郁成

陈家骏 罗柏林 张志伟 夏致远

黄文选 康强声 谢宇鸿 温 鹏

蔡迪今 魏青云

前 言

中小学生学习，接受规范化教育，由浅入深、循序渐进地掌握各门基础课程，这是课堂教学的根本目的。学生在学习各门课时，会遇到许多疑难问题，产生各种各样的疑问，如果这些疑问能够及时得到解答，将会促进对所学知识的理解和掌握，否则，会造成学习中的障碍，影响学习进程和效果。为配合课堂教学，帮助学生解决学习中的各种疑难问题，我们约请北京一批有丰富教学经验的教师和研究人員，编写了这套《课堂上的一万个为什么》丛书。包括小学语文、数学，中学语文、数学、英语、政治、历史、物理、化学、生物、地理，共 11 个分册。

本套丛书以现行《教学大纲》为依据，以中小学各科新版教材为基础，针对学生学习中经常遇到的难点和容易产生的疑问，分门别类地提出问题并进行详尽解答，有分析、有说明、有举例、有论证，既能帮助学生释疑解惑，又能培养学生独立地分析问题和解决问题的能力。

本套丛书的特点是：①全面——尽可能覆盖各科教学的主要知识点，以满足不同基础、不同水平的学生理解问题、掌握知识的需要；②准确——介绍知识严谨、科学，解答问题正确无误；③新颖——避免与教材雷同，在提问角度、答疑方法、分析思路、举例选材等方面开拓新意；④实用——紧紧围绕课

堂教学,帮助学生深入理解教材内容,做到既知其然,又知其所以然。

本套丛书可成为中小学生学习完成学业的良师益友,又能为中小学教师因材施教提供有益的参考。《中学数学》分册选出概念与运算的问题共 236 个。由于水平所限,本书难免会存在一些缺点和不足,恳切希望读者提出指正。

丛书编委会

1994 年 11 月 20 日

图书在版编目(CIP)数据

课堂上的一万个为什么:数学/陈家骏主编. —北京:
知识出版社,1994.12
ISBN 7-5015-0808-9

I. 课… II. 陈… III. 数学课-中学-教学参考资料
IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(94)第 14247 号

目 录

1. 为什么零不能做除数?	(1)
2. 为什么“零”与“没有”不完全相同?	(2)
3. 为什么零是偶数?	(3)
4. 为什么数与量不同?	(4)
5. 为什么相反意义的量、相反意义的数 与相反数不同?	(5)
6. 为什么近似值 4.200 不能写成 4.2?	(6)
7. 为什么求近似值有多种舍、入方法?	(7)
8. 计算中为什么要分解质因数?	(9)
9. 为什么 131 不能分解质因数?	(10)
10. 怎样分解质因数?	(11)
11. 为什么有理数都可以写成有限小数 或无限循环小数形式?	(12)
12. 为什么无限循环小数都可以化为分数?	(14)
13. 为什么有理数具有稠密性?	(16)
14. 为什么有理点不能覆盖满整个数轴?	(17)
15. 为什么在我国沿用“无理数”这个名称?	(18)
16. 为什么说开方开不尽的数只是无理数的 一部分?	(19)
17. 为什么 $\sqrt{2}$ 是无限不循环小数?	(20)
18. 为什么 $\sqrt{3}$ 是无限不循环小数?	(21)

19. 为什么 $\lg 2$ 是无限不循环小数? (23)
20. 为什么说在任意两个有理数之间存在
无限多个无理数? (23)
21. 为什么 $\frac{\pi}{9}$ 不是分数? (25)
22. 为什么数轴的三个要素缺一不可? (25)
23. 怎样在数轴上作出表示数 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{3}$ 、 $\dots$ 、
 $\sqrt{n}$ 的点? (26)
24. 为什么代数与算术不同? (27)
25. 为什么要用字母表示数? (28)
26. 用字母表示数的时候, 应该注意些什么? (29)
27. 怎样正确读出代数式表示的数量关系? (31)
28. 怎样正确列出代数式? (32)
29. 为什么代数运算与代数式不同? (33)
30. 代数式混合运算的运算顺序是什么? (34)
31. 求代数式的值要注意什么? (35)
32. 代数式、公式、等式的区别是什么? (36)
33. 为什么说 $\frac{x^2}{x}$ 是关于 x 的分式? (36)
34. 为什么不能肯定 $\sqrt{a} + 2x$ 是有理式? (37)
35. 合并同类项时, 常见错误有哪些? (38)
36. 把加、减混合运算简化为省略加号的
代数和, 需要分哪两步进行? (39)
37. 怎样准确运用平方差公式? (40)
38. 用提取公因式法分解因式时, 要注意什么? (40)
39. 用公式法分解因式时, 要注意什么? (41)
40. 用分组法分解因式时, 要注意什么? (43)

41. 用十字相乘法分解因式时,要注意什么? (45)
42. 什么是双十字相乘法分解因式? (47)
43. 一元二次三项式分解因式的一般方法
 是什么? (48)
44. 怎样巧用换元法分解因式? (49)
45. 为什么要规定算术根? (50)
46. 当 a 是任意实数时, $\sqrt{a^2}=a$ 成立吗?
 $\sqrt{a^2}=|a|$ 成立吗? (52)
47. 当实数 a, b 符号相同时, $\sqrt{ab}=$
 $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ 是不是恒等式? (53)
48. 为什么根式与无理式不是一回事? (53)
49. 为什么根式运算要有理化分母? (54)
50. 怎样求 $a \pm \sqrt{b}$ ($b > 0$) 的算术平方根? (56)
51. “ $3 \leq 4$ ”, “ $5 \leq 5$ ”这两个式子的写法对不对? (57)
52. 怎样正确运用“或”与“且”? (58)
53. 使用不等式性质时,常犯的 error 有哪些? (59)
54. 有哪些方法比较两式(数)的大小? (61)
55. 不等式 $x^2 > 3$ 与 $x > \pm \sqrt{3}$ 同解吗? (63)
56. 解分式不等式要注意什么? (64)
57. 解无理不等式要注意什么? (65)
58. “因为方程 $x^2 + x + 1 = 0$ 没有实数解,
 所以不等式 $x^2 + x + 1 > 0$ 在实数范围
 内无解”这句话为什么不对? (67)
59. 为什么要扩展指数概念? (68)
60. 指数概念扩展后,给计算带来哪些好处? (69)

61. 当 $a \neq 0$, p 是正整数时, $a^0 = 1$ 和 $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$
 这两个等式是人为规定的吗? (70)
62. 方程的解与方程的未知数可取值范围有
 什么关系? (72)
63. 为什么方程与恒等式不同? (74)
64. 解方程时, 哪些变形保持同解? (74)
65. 为什么方程的同解变形与式子的恒等变
 形不同? (76)
66. 为什么解分式方程必须验根? (77)
67. 为什么解无理方程必须验根? (78)
68. 怎样合理地解无理方程? (79)
69. 为什么方程 $ax^2 + bx + c = 0$ 与一元二次
 方程不完全相同? (82)
70. 怎样用换元法解一元二次方程? (83)
71. 一元二次方程根的判别式有哪些应用? (85)
72. 一元二次方程根与系数关系(韦达定理)
 有哪些应用? (88)
73. 一元二次方程两根之和与两根之积都是
 正数, 这两根都是正数吗? (90)
74. 函数的三个要素是什么? (90)
75. 函数记号 $f(x)$ 中的 f 表示什么? (92)
76. 直角坐标系平面中的直线都是一次函数的
 图象吗? (94)
77. 函数关系只能用一个解析式表示吗? (95)
78. $3x+4$, $y=3x+4$, $f(x)=3x+4$, 这三种

形式都表示是 x 的一次函数吗？	(97)
79. 怎样求函数自变量的取值范围？	(97)
80. 怎样确定函数值的范围？	(99)
81. “函数的函数”还是函数吗？	(102)
82. 怎样求复合函数的单调区间？	(103)
83. 求二次函数解析式有哪几种方法？	(105)
84. 求二次函数极值有哪些方法？	(107)
85. 为什么函数的极值与最值不同？	(109)
86. 为什么用“判别式法”求函数极值有可能 产生错解？	(110)
87. 为什么规定指数函数与对数函数的底数 a 必须满足 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ？	(111)
88. 为什么对数式 $\log_a N$ 中的真数 N 必须 是正数？	(113)
89. 为什么平方表里,平方值的增量与底数 的增量不成正比例？	(113)
90. 怎样化简含绝对值符号的式子？	(116)
91. 怎样画出含绝对值符号的函数的图象？	(117)
92. 怎样解含有绝对值符号的方程？	(119)
93. 怎样解含有绝对值符号的不等式？	(120)
94. 中学数学里的基本方法有哪些？	(121)
95. 什么是配方法？	(122)
96. 什么是待定系数法？	(124)
97. 换元法在中学数学里有哪些方面应用？	(125)
98. 高考要考察的数学思想是什么？	(131)
99. 什么是函数与方程的思想？	(132)

100. 什么是数形结合的思想?	(133)
101. 什么是分类讨论的思想?	(135)
102. 什么是化归(或转化)的思想?	(137)
103. 中学数学里有哪些数学符号?	(139)
104. 虚数是虚幻的和没有实用意义的数吗?	(142)
105. 为什么复数不能比较大小?	(143)
106. 自然对数的底 e 是什么样的数?	(146)
107. 什么是代数数? 什么是超越数?	(147)
108. 什么是数集关于某种运算封闭?	(148)
109. 数系的扩展要遵循什么原则?	(149)
110. 数学是怎样产生的?	(150)
111. 中学代数的内容有哪些?	(153)
112. 学习平面几何怎样入门快?	(155)
113. 你知道“平面几何”源于《原本》吗?	(157)
114. 为什么固定一根木条至少要钉两个 钉子?	(158)
115. 两条线段的和、差、积、商表示什么?	(158)
116. $\frac{a+b}{2}$ 与 $\sqrt{ab}$ 各表示什么?	(159)
117. 为什么平面内两条不平行的射线不 一定能相交?	(159)
118. 角是怎样定义的?	(160)
119. 为什么角度采用六十进位制?	(161)
120. 为什么要采用弧度制?	(162)
121. 邻补角是怎么回事?	(164)
122. 为什么直线不是平角?	(165)

123. 满足 $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ 的三个角是互补吗?	(166)
124. 对顶角是怎样定义的?	(166)
125. n 条相交直线有多少组对顶角?	(167)
126. 为什么平行公理的争论导致平面几何的发展?	(169)
127. 怎样从投影判断两条线段之间的位置关系?	(170)
128. 为什么同位角不一定相等?	(171)
129. 什么叫做“可作图几何量”?	(172)
130. 怎样三等分角?	(174)
131. 问题、命题、定理的关系是什么?	(175)
132. 为什么要研究命题的四种形式?	(176)
133. 为什么公理不必证明?	(178)
134. 怎样构建证明方法体系?	(179)
135. 反证法是怎么回事?	(181)
136. 怎么用同一法?	(184)
137. 怎样把握推理论证?	(185)
138. 怎样避免循环论证?	(187)
139. 为什么常需作辅助线?	(189)
140. 什么是作图公法?	(193)
141. 为什么要用三角形奠基法?	(194)
142. “有且仅有”, “当且仅当”是什么意思?	(195)
143. 无刻度三角板有什么用?	(196)
144. 为什么两点间的距离是各种距离的基础?	(197)
145. 哪条路线最短?	(199)

146. 如何考虑线段长短之最?	(202)
147. 如何解决最短距离例题的引伸?	(204)
148. 怎样设计地板块?	(205)
149. 怎样掌握三角形知识体系?	(206)
150. 怎样推证三角形内角和定理?	(206)
151. 怎样推广三角形的三边关系?	(208)
152. “大边对大角”, 究竟大多少?	(209)
153. 怎样区分中线、中垂线、中位线?	(210)
154. 三角形五线性质的对比与联系是什么?	(211)
155. 为什么三角形的高与高线不同?	(211)
156. 为什么三角形存在重心、垂心、内心?	(212)
157. 为什么角平分线与三角形的角平分线 不一样?	(214)
158. 怎样推广三角形内角平分线定理?	(215)
159. 为什么三角形的垂心、重心、外心在 同一直线上?	(216)
160. 为什么可使三角形唯一作出的条件 就可判断两个三角形全等?	(217)
161. 全等、相似、位似的关系是什么?	(219)
162. 为什么重心把三角形的中线分为 $2:1$?	(221)
163. 怎样比较 $\angle BPC$ 与 $\angle BAC$ 的大小?	(221)
164. 直角三角形中各线段间的关系是什么?	(222)
165. 怎样建立三角形面积公式体系?	(223)
166. 直角三角形面积公式如何简化?	(224)
167. 什么是海伦—秦九韶公式?	(225)
168. 为什么三角形的面积会等于周长?	(226)

169. 公式 $S_{\Delta}=rs$ 有条件吗? (227)
170. 怎样把一个三角形分成等积的两部分? (228)
171. 三角形中有哪些特殊点? (229)
172. 三角形中有哪些特殊线? (231)
173. 怎样画出特殊图形的重心? (233)
174. 为什么先摆硬币的人赢的机会多? (235)
175. 什么图形是旋转对称的? (236)
176. 旋转及其在证明中的作用是什么? (237)
177. 什么是旋转体? (239)
178. 多边形是怎样定义的? (241)
179. 为什么凸 n 边形的内角和为 $(n-2)180^{\circ}$? (243)
180. 为什么可以由“外”到“内”推导? (245)
181. 为什么凸多边形内角中的锐角个数不
多于三个? (246)
182. 为什么总可以作一个三角形与凸 n 边
形等积? (247)
183. 用 8 根火柴围出的图形中哪一种面积
最大? (247)
184. 一刀能把四边形切出几个三角形? (248)
185. 怎样对概念进行分类? (249)
186. 怎样更好地认识各种四边形? (251)
187. 怎样理解平行线等分线段定理? (252)
188. 梯形中位线定理的证明有哪些方法? (254)
189. 怎样推广梯形中位线定理? (255)
190. 怎样挖掘梯形内的线段关系? (256)
191. 为什么 $S_{\text{矩形}}=ab$ 是公理? (257)

192. 等积变形的概念和依据是什么?	(258)
193. 为什么要研究解题策略?	(259)
194. 一个有趣的梯形面积关系式。	(262)
195. 为什么许多个小正方形能拼成一个大 的正方形?	(262)
196. 为什么正方形的优点多?	(263)
197. 商高数的特征是什么?	(264)
198. 车速之谜是怎样解开的?	(265)
199. 为什么要学会猜想?	(267)
200. 为什么要注意隐性条件?	(268)
201. 怎样巧解选择题?	(270)
202. 为什么周长一定的三角形中正三角形 的面积最大?	(272)
203. 你知道勾股定理的来由吗?	(274)
204. 牛顿巧排九树阵的故事是什么?	(277)
205. 比例变式的基本思想是什么?	(279)
206. 为什么对边与对应边不一样?	(281)
207. 你知道中外比、黄金分割与五角星形 的关系吗?	(281)
208. 为什么有些图形形似而不一定相似?	(283)
209. 圆是怎样定义与确定的?	(285)
210. 设计圆的元素图和理解圆的概念有什 么关系?	(287)
211. 怎样分析圆与七种基本图形的关系?	(290)
212. 怎样统一圆幂定理?	(293)
213. 为什么说分点是证明 $ab=cd \pm mn$ 的	