

高中数学综合
测试题精选

郝晓纹 左 木 寒 峰
若 禅 于夏言 唐文生

数 学

北京师范大学出版社

高中数学综合测试题精选

郝晓纹	左 木
寒 峰	若 禅
于夏言	唐文生

北京师范大学出版社

(京)新登字160号

高中数学综合测试题精选

郝晓纹 左 木

寒 峰 若 禅

于夏言 唐文生

责任编辑 兰 杰

*

北京师范大学出版社出版发行

全 国 新 华 书 店 经 销

北京市怀柔县渤海印刷厂印刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 6.75 字数: 141千

1992年11月第1版 1992年11月第1次印刷

印数: 1-12000

ISBN7-303-01927-8/G · 1237

定价: 3.80元

目 录

试 题 部 分

天津市	(1)
北京市海淀区	(8)
北京市东城区(一)	(14)
北京市东城区(二)	(21)
江苏省(应届学生用)	(27)
江苏省(往届学生用)	(34)
福建省	(41)
辽宁省	(47)
长春市	(52)
合肥市	(58)
福州市	(64)
武汉市	(69)
大连市	(74)
烟台市(一)	(81)
烟台市(二)	(87)
上海市	(92)
湖南省、云南省、海南省	(98)

参 考 答 案

天津市	(105)
北京市海淀区	(109)
北京市东城区(一)	(113)

北京市东城区(二)	(120)
江苏省(应届学生用)	(126)
江苏省(往届学生用)	(134)
福建省	(145)
辽宁省	(153)
长春市	(158)
合肥市	(163)
福州市	(167)
武汉市	(173)
大连市	(181)
烟台市(一)	(185)
烟台市(二)	(190)
上海市	(194)
湖南省、云南省、海南省	(202)

试 题 部 分

天 津 市

第 I 卷 (选择题)

一、选择题：本题共18道小题，每题3分，共54分。在每题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题中括号内。

(1) 若 $A \cup B = I$ (I 为全集) 则下列关系式一定正确的是 ()。

(A) $B \subseteq \bar{A}$.

(B) $A \cap B = \phi$.

(C) $B \supseteq \bar{A}$.

(D) $\bar{A} \cap \bar{B} = I$.

(2) 若 α 是第三象限角，则下列各式中一定成立的是 ()

(A) $\sin \frac{\alpha}{2} > 0$ 且 $\cos \frac{\alpha}{2} < 0$.

(B) $\sin \frac{\alpha}{2} < 0$ 且 $\cos \frac{\alpha}{2} > 0$.

(C) $\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} < 0$.

(D) $\cos \frac{\alpha}{2} < \sin \frac{\alpha}{2}$.

(3) 已知直线 a 、 b 、 c 及平面 β ，下面哪一个条件是 $a \parallel b$ 的充分条件 ()。

(A) $a \parallel \beta$ 且 $b \parallel \beta$ 。 (B) $a \perp c$ 且 $b \perp c$ 。

(C) $b \subset \beta$ 且 $a \parallel \beta$ 。 (D) $a \perp \beta$ 且 $b \perp \beta$ 。

(4) $[-2(\sin 50^\circ - i \cos 50^\circ)]^3$ 与下面四式中哪一个相等 ()

(A) $-8(\sin 150^\circ - i \cos 150^\circ)$ 。

(B) $8(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$ 。

(C) $8(\sin 150^\circ + i \cos 150^\circ)$ 。

(D) $2(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$ 。

(5) 球的体积为 $\frac{32}{3}\pi \text{cm}^3$ ，一个平面截此球所得的一个球冠的高为 1cm ，则球冠的面积为 ()。

(A) $\frac{\sqrt{6}}{2}\pi \text{cm}^2$ 。 (B) $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi \text{cm}^2$ 。

(C) $4\pi \text{cm}^2$ 。 (D) $6\pi \text{cm}^2$ 。

(6) 在极坐标系中，直线 $\theta = \frac{\pi}{3}$ 与 $\rho \cos(\theta - \frac{\pi}{3}) = 1$ 的夹角是 ()。

(A) 0 。 (B) $\frac{\pi}{2}$ 。

(C) $\frac{\pi}{3}$ 。 (D) $\frac{\pi}{6}$ 。

(7) 设 $T = \sec^2 \alpha + \csc^2 \alpha$ ，则 ()。

(A) $T \geq 4$ 。 (B) $T \leq 2\sqrt{2}$ 。

$$(C) 0 \leq T \leq 4. \quad (D) 2\sqrt{2} \leq T \leq 4.$$

(8) 若 $-1 < a < 0$, $M = 2^a$, $N = \frac{1}{2^a}$, $T = 0.2^a$, 则

() .

$$(A) M > N > T. \quad (B) M > T > N.$$

$$(C) N > T > M. \quad (D) T > N > M.$$

(9) 在斜三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中, 侧面 BB_1C_1C 的面积为 8, A_1 到侧面 BB_1C_1C 的距离为 4, 则三棱柱的体积为

() .

$$(A) 32. \quad (B) 16.$$

$$(C) \frac{32}{3}. \quad (D) \frac{16}{3}.$$

(10) 在下列函数中, 既是以 π 为周期的偶函数, 又是区

间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 上的增函数的是 () .

$$(A) y = |\sin x| \quad (x \in R).$$

$$(B) y = x^2 \quad (x \in R).$$

$$(C) y = \cos 2x \quad (x \in R).$$

$$(D) y = 3^{1+\sin 2x} \quad (x \in R).$$

(11) 过双曲线 $x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左焦点且与渐近线平行的直线是 () .

$$(A) y = \pm \sqrt{3}(x-2).$$

$$(B) y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3}(x-2).$$

$$(C) y = \pm \frac{\sqrt{3}}{3} (x+2).$$

$$(D) y = \pm \sqrt{3} (x+2).$$

(12) 若 $(3x^2 - \frac{1}{2x^3})^n$ 的展开式中含有常数项, 则正整数 n 的最小值是 ().

$$(A) 4.$$

$$(B) 5.$$

$$(C) 6.$$

$$(D) 8.$$

(13) 设 a, b, c 均为正实数, 且 $a+b+c=1, M = \frac{8}{27-27a}$

$N = (a+c)(a+b)$, 则 ().

$$(A) M \geq N.$$

$$(B) M \leq N.$$

$$(C) M > N.$$

$$(D) M < N.$$

(14) 函数 $y = 3\sin^2 x + 1 + \cos 2x$ 的最小值、最大值分别是 ().

$$(A) 3, 5.$$

$$(B) 0, 1.$$

$$(C) 2, 3.$$

$$(D) 0, 3.$$

(15) 以双曲线 $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$ 的右焦点为顶点, 左顶点为焦点的抛物线方程是 ().

$$(A) y^2 = 18(x-5).$$

$$(B) y^2 = 9(x-5).$$

$$(C) y^2 = -36(x-5).$$

$$(D) y^2 = -36(x+5).$$

(16) 用图象判断方程 $a^x + 1 = -x^2 + 2x + 2a$ ($a > 0$ 且

$a \neq 1$) 的解的个数是 ()。

(A) 1个。

(B) 2个。

(C) 0个。

(D) 不确定。

(17) 某人用数学归纳法证明 $\sqrt{n^2+n} < n+1 (n \in N)$ 的过程如下:

证明: (i) 当 $n=1$ 时, $\sqrt{2} < 2$, 不等式显然成立。

(ii) 假设 $n=k$ 时 ($k \in N$), $\sqrt{k^2+k} < k+1$ 成立, 那么 $n=k+1$ 时,

$$\sqrt{(k+1)^2 + (k+1)} = \sqrt{k^2 + 3k + 2}$$

$$< \sqrt{(k^2 + 3k + 2) + (k+2)} = \sqrt{(k+2)^2} = (k+1) + 1,$$

$\therefore n=k+1$ 时, 不等式成立。

上述证法 ()。

(A) 过程全部正确。

(B) $n=1$ 的验证不必要。

(C) 归纳假设写法不正确。

(D) 从“ $n=k$ ”到“ $n=k+1$ ”的推证未用归纳假设。

(18) 函数 $f(x) = \frac{x+5}{bx+c} (x \neq -\frac{c}{b})$, 它的反函数

$$f^{-1}(x) = \frac{-x+a}{2x-1} (x \neq \frac{1}{2}), \text{ 则 ()}.$$

(A) $a=5, b=2, c=1$.

(B) $a=2, b=1, c=5$.

(C) $a=5, b=2, c=-1$.

(D) $a=1, b=2, c=5$.

第 I 卷

二、填空题：本大题共6个小题，每个小题3分，共18分，把答案填在题中横线上。

(19) $y = \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \arctg \sqrt{2 \cos x - 1}$ 的值域为 _____.

(20) 将五本不同的书全部分给四个同学，每人至少一本的分配方案有 _____ 种。

(21) 已知： z 为虚数， $f(z) = |1+z| - \bar{z}$, $f(\bar{z}) = 10 + 3i$ ，则 $z =$ _____.

(22) $a_n = (1+2+3+\cdots+n) \left[\left(1-\frac{1}{2}\right) \left(1-\frac{1}{3}\right) \cdots \left(1-\frac{1}{n}\right) \right]^2$ ，则 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n =$ _____.

(23) 直线 l 上有 A 、 B 两点，且有 $AC \perp l$, $BD \perp l$, $AB = AC = BD$ ，又 AC 与 BD 成 60° 角，则 AB 与 CD 所成的角是 _____.

(24) 已知：直线 $y = -\frac{1}{4}x + \frac{2}{3}$ 交 x 轴于 P 点，交圆 $x^2 + y^2 = 1$ 于 A 、 B 两点， O 为原点， $\angle POA = \alpha$, $\angle POB = \beta$ ，则 $\cos(\alpha + \beta) =$ _____.

三、解答题：本大题共5小题，共48分。

(25) (本小题满分8分)

已知： $\cos^2(\alpha - \beta) - \cos^2(\alpha + \beta) = \frac{1}{2}$, $\cos^2 \alpha \cos^2 \beta$

$= \frac{1}{3}$, 求: $\operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta$ 的值.

(26) (本小题满分8分)

已知: 数列 $\{a_n\}$ 为等比数列、数列 $\{b_n\}$ 为等差数列, 且 $b_1 = 0$, 数列 $\{c_n\}$ 满足: $c_n = a_n + b_n$, 它的前四项依次是 $1, m, 2m, 2$.

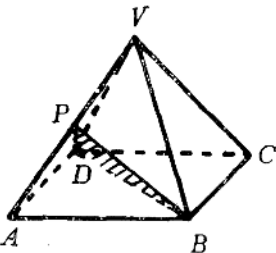
求: 数列 $\{c_n\}$ 的前 n 项和 S_n .

(27) (本小题满分10分)

已知: 在正四棱锥 $V-ABCD$ 中, 底面边长为 a , P 为侧棱 VA 的中点.

(i) 求证: $VC \parallel$ 平面 BDP ;

(ii) 若 VC 与平面 BDP 的距离为 $\frac{\sqrt{6}}{6}a$, 求棱锥相邻两侧面所成二面角的大小.



(28) (本小题满分10分)

已知 $a > 0$, $a \neq 1$, 求同时满足下面不等式的 x 的范围:

$$\begin{cases} \log_a [(1+a)x - a] < 2 \log_a x, \\ (a-1)x - a^2 + 1 < 0. \end{cases}$$

(29) (本小题满分12分)

已知椭圆 $\frac{x^2}{m} + \frac{y^2}{m-1} = 1$ ($2 \leq m \leq 5$), 过其左焦点且斜率为1的直线与椭圆及其准线的交点从左到右的顺序依次为 A, B, C, D , 记 $f(m) = ||AB| - |CD||$,

(i) 求 $f(m)$ 的解析式;

(ii) 求 $f(m)$ 的最大值和最小值.

北京市海淀区

一、选择题：本大题共18小题；每小题3分，共54分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，把所选项前的字母填在题后括号内。

(1) 已知集合 A 、 B ，若 $A \cap B = B$ ， $A \cup B = A$ ，则必有()。

(A) $B \subset A$.

(B) $B \supset A$.

(C) $A = B$.

(D) $A \cap B = \phi$.

(2) 若 α 是第二象限的角，且 $\sin \alpha = 0.69$ ，则 2α ()。

(A) 可能在第三象限，也可能在第四象限。

(B) 在第三象限。

(C) 在第四象限。

(D) 可能在第二象限，也可能在第四象限。

(3) “ $0.1 < x < 1$ ”是“ $|x| < 1$ ”的()。

(A) 充分而不必要条件。

(B) 必要而不充分条件。

(C) 充分且必要条件。

(D) 既不充分又不必要条件。

(4) 复数 $\frac{\sqrt{3}(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ)}{-\sqrt{2}(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)}$ 的辐角主值是

()。

(A) -75° .

(B) 75° .

(C) 105° .

(D) 285° .

(5) 二项式 $(x+1)^{44}$ 展开式中的第21项与第22项相

同。则非零实数 x 的值是()。

(A) 1.

(B) $\frac{7}{8}$.

(C) $\frac{8}{7}$

(D) 2.

(6) 极坐标方程 $\rho = \sin\theta + \cos\theta$ 表示()。

(A) 倾角为锐角的直线。

(B) 倾角为钝角的直线。

(C) 半径为 $\sqrt{2}$ 的圆。

(D) 直径为 $\sqrt{2}$ 的圆。

(7) 正棱锥的侧面与底面夹角为 θ ，则它的全面积与底面积之比为()。

(A) $\sec\theta + 1$.

(B) $\cos\theta + 1$.

(C) $\sec\theta$.

(D) 随棱锥高的变化而变化。

(8) 无穷等比数列的前 n 项和为 $S_n = a - (\frac{1}{2})^n$ ，则所有项的和等于()。

(A) $-\frac{1}{2}$

(B) 1.

(C) $\frac{1}{2}$.

(D) 任意实数。

(9) 为将 $y = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ 的图象经平移得到 $y = \sin 2x$ 的图象，需()。

(A) 向左平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位.

(B) 向右平移 $\frac{\pi}{3}$ 个单位.

(C) 向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位.

(D) 向右平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位.

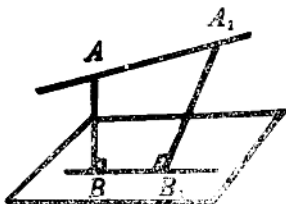
(10) 如图, 已知 AA_1 与 BB_1 是异面直线, 线段 $AA_1 = 2$, $BB_1 = 1$, $AB \perp BB_1$, $A_1B_1 \perp BB_1$, 则 AA_1 与 BB_1 所成的角为 ().

(A) 30° .

(B) 60° .

(C) 45° .

(D) 不确定.



(11) 幂函数 $y = x^{m^2 - 2m - 3}$

($m \in \mathbb{Z}$) 的图象

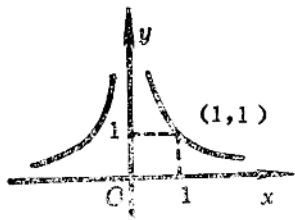
如下, 则 m 的值为 ().

(A) $-1 < m < 3$.

(B) 0.

(C) 1.

(D) 2.



(12) 用 1, 3, 5 这三个数字

组成无重复数字的自然数, 再用这些自然数中的若干个为元素, 组成非空集合, 这样的集合的个数为 ().

(A) 2^6 .

(B) 2^{15} .

(C) $2^6 - 1$. (D) $2^{15} - 1$.

(13) 已知 $f(x)$ 是偶函数, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 它在 $[0, +\infty)$ 上是减函数, 那么下列式子正确的是().

(A) $f(-\frac{3}{4}) > f(a^2 - a + 1)$.

(B) $f(-\frac{3}{4}) \geq f(a^2 - a + 1)$.

(C) $f(-\frac{3}{4}) < f(a^2 - a + 1)$.

(D) $f(-\frac{3}{4}) \leq f(a^2 - a + 1)$.

(14) 圆 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + C = 0$ 与 y 轴交于 A, B 两点, 圆心为 P , 若 $\angle APB = 90^\circ$, 则 C 的值等于().

(A) -3 . (B) 3 .

(C) 8 . (D) $2\sqrt{2}$.

(15) 抛物线 $y^2 = 2Px$ ($P > 0$) 的焦点为 F , 以 F 为圆心, 以 P 为直径作圆, 则此圆与抛物线().

(A) 公共点有且仅有一个.

(B) 公共点有三个, 且此三点的横坐标都小于 F 的横坐标.

(C) 公共点有三个, 且此三点中有两点的横坐标大于点 F 的横坐标.

(D) (A) (B) (C) 中所述情况都有可能出现.

(16) 当 $x \in (0, \frac{1}{2})$ 时, 下列各式中正确的是().

(A) $\log x (1 - x) > 1$.

$$(B) \left(\frac{1}{2}\right)^{1+x} > \left(\frac{1}{2}\right)^{2-x},$$

$$(C) (1+x)^{\frac{3}{2}} < (1-x)^{\frac{3}{2}}.$$

$$(D) \cos(1+x) > \cos(1-x).$$

(17) 等差数列共有 $2n+1$ 项, 所有奇数项之和为 132, 所有偶数项之和为 120, 则 n 等于 ().

(A) 9.

(B) 10.

(C) 11.

(D) 不确定的数.

(18) 二次函数 $y = n(n+1)x^2 - (2n+1)x + 1$, 当 n 依次取 1, 2, 3, ..., n , ... 时, 其图象在 x 轴上截得的线段长度的总和是 ().

(A) 1.

(B) 2.

(C) 3.

(D) 4.

二、填空(本题满分 18 分, 每小题 3 分)

(19) Z 为复数, 由复数 $Z, \overline{Z}, \overline{\overline{Z}}, Z \cdot \overline{Z}, |Z|, |\overline{Z}|, |Z|^2, |Z^2|$ 所组成的集合, 最多含 _____ 个元素;

(20) 不等式 $\sqrt{2x-1} > x-1$ 的解集是 _____;

(21) $y = \cos x \left(-\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0\right)$ 的反函数是 _____;

(22) 圆台上、下底面直径分别为 4 和 12, 母线长为 5, 一个球和这个圆台体积相等, 则这个球的表面积为 _____;

(23) 双曲线 C 和椭圆 $\frac{x^2}{49} + \frac{y^2}{24} = 1$ 的焦点重合, 离心