初中毕业生复习资料

数学

河南人民出版社

初中毕业生复习资料

数　学

翟连林　张国旺　赵倩红　李群宇
张斌丰　陈伟侯　段云鑫　刘千章
编

河南人民出版社

初中毕业生复习资料
数　学
翟连林　张国旺　赵倩红　李群宇
张试丰　陈伟侠　段云鑫　刘千章　编
责任编辑　温　光

河南人民出版社出版
河南第一新华印刷厂印刷
河南省新华书店发行

787 <1092毫米32开本　11.625印张　229千字
198.年9月第1版　1981年9月第1次印刷
印数：1—145,000册
统一书号7105·193　定价0.86元

前　言

为了帮助初中毕业生系统复习初中阶段学过的数学知识，并为教师上好数学复习课提供必要的参考资料，我们编写了这本《初中毕业生数学复习资料》。

本书分为代数、平面几何、解析几何初步及附录四个部分。全书共十八章，每章包括内容提要、范例、习题三部分。其特点如下：

1.内容以《全日制十年制》学校中学数学教学大纲为准绳，以全国统编初中数学教材为依据，力求复习的内容立足于平时教学的要求，并统一于规定的教学内容。

2.范例的编选既注重传统例题的使用，也注意到例题的创新，创新内容包括自编和从国外资料上择选。为了把握例题的难度，在编选过程中曾分别在青年教师、初中毕业班、初中数学课外小组中进行了试验，并广泛征求一些老教师的意见。

3.习题的配备从学生的实际水平和实有复习时间出发，难度不超出统编教材，数量不超出总复习时数学课的复习课时，做到统盘考虑，兼顾各科。与同类资料相比，习题量虽较少，但不失全面、完整、系统。

4.本资料附录中收集了北京、上海、福建历届初中升学考试的数学试题，可供广大师生参考。

编　者

1981年3月

目　　录

第一部分　代　　数

第二部分　平面几何

第三部分　平面解析几何初步

第四部分　附　　录

第一部分　代　　数

第一章　数

内容提要

一、自然数

1.自然数

表示物体个数或事物次序的数叫做自然数．如，1,2,3,4,5,…．

2.偶数与奇数

一切能被2整除的自然数叫做偶数（一般用$2k$表示，k为自然数）；不能被2整除的自然数叫做奇数（一般用$2k-1$表示，k为自然数）．

3.质数与合数

在大于1的自然数中，只能被1和它本身整除的自然数，叫做质数（或素数）．例如，2，3，5，7，…；不仅能被1和它本身整除，而且还能被其它自然数整除的自然数，叫做合数．例如，4，6，8，9，…．1不是素数，也不是合数．

4.质因数分解

自然数的某个因数是质数时，这个因数就叫做该自然数的质因数.任何一个大于1的自然数，总可以表示成为一个质数的幂或几个质数幂的连乘积.例如，$2=2^1$，$12=2^2\times 3$，$720=2^4\cdot 3^2\cdot 5$.

如果不考虑质因数连乘积中因数的排列顺序，那么这种表示方法是唯一的.或者说，自然数的质因数的分解方式是唯一的.

5.公约数

一个自然数同时是几个自然数的因数时，这个自然数就叫做这几个自然数的公约数.例如，60和70的公约数是1，2，5，10.对于给定的几个自然数来说，它们的公约数总是有限个，其中最大的一个叫做这几个自然数的最大公约数.例如，60和70的最大公约数是10.

6.公倍数

一个自然数同时是几个自然数的倍数时，这个自然数就叫做这几个自然数的公倍数.例如，60和70的公倍数是420，840，1680，….对于给定的几个自然数来说，它们的公倍数总是无限多的，其中最小的一个叫做这几个自然数的最小公倍数.上例中，60和70的最小公倍数是420.

7.互质数

如果两个自然数的最大公约数是1，这两个自然数就叫做互质数（或互素数）.例如，1与4是互质数，3与4是互质数等.

对于互质的两个自然数a与b来说，它们的最大公约数

是 1，最小公倍数是$a\times b$。

二、整数、有理数、无理数

1.整数

正整数、零、负整数统称整数。

2.有理数

正整数、正分数、零、负整数、负分数统称有理数。

3.无理数

无限不循环小数叫做无理数。

三、实数

1.实数

有理数和无理数统称实数。

2.实数系

$$\text{实数}\begin{cases}\text{有理数}\begin{cases}\text{整数}\begin{cases}\text{正整数}\\\text{零}\\\text{负整数}\end{cases}\\\text{分数}\begin{cases}\text{正分数}\\\text{负分数}\end{cases}\end{cases}\\\text{无理数}\end{cases}$$

四、数轴

1.数轴

规定了正方向、原点和长度单位的直线叫做数轴。

2.点与数的对应

每一个实数，都可以用数轴上唯一的一个点来表示；反

过来，数轴上的每一个点都表示唯一的一个实数．这样，在全体实数和数轴上的全体点之间就建立了一一对应的关系．

五、实数的基本概念

1.相反数

如果实数$a\neq 0$，则$-a$称为a的相反数．

在数轴上，a和$-a$所对应的点分别位于原点的两侧，并且到原点的距离相等．

如果$a=0$，则零的相反数仍然是零．

2.倒数

如果实数$a\neq 0$，则$1\div a=\frac{1}{a}$称为a的倒数．

如果$a=0$，则零没有倒数．

3.绝对值

符号$|a|$表示实数a的绝对值．

一个正实数的绝对值是它本身；一个负实数的绝对值是它的相反数；零的绝对值是零．上面这段话可用式子简明地表示如下：

$$|a|=\begin{cases} a & (a>0); \\ 0 & (a=0); \\ -a & (a<0). \end{cases}$$

在数轴上，实数a所对应的点到原点的距离就是$|a|$．

4.大小比较

用数轴上的点来表示两个实数，右边的点所对应的实数

总比左边的点所对应的实数大。因此，正数都大于零，负数都小于零，正数大于每一个负数；两个负数中，绝对值大的反而小。

对于给定的两个实数 a 和 b，下列三种情况有一种并且只有一种成立：

$$a>b \Longleftrightarrow a-b>0;$$
$$a=b \Longleftrightarrow a-b=0;$$
$$a<b \Longleftrightarrow a-b<0.$$

六、实数的四则运算

1.符号法则

(1) 实数加法的符号法则：两实数相加，同号的取原来的符号，并把绝对值相加；异号的取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减去较小的绝对值。

(2) 实数乘法的符号法则：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。

(3) 减去一个实数，等于加上这个数的相反数。

(4) 除以一个实数，等于乘以这个数的倒数。

2.运算规律

加法交换律：　$a+b=b+a$;

加法结合律：　$(a+b)+c=a+(b+c)$;

乘法交换律：　$ab=ba$;

乘法结合律：　$(ab)c=a(bc)$;

分配律：　$a(b+c)=ab+ac$。

七、实数的乘方和开方

1. n 次乘方

求 n 个相同因数 a 的乘积的运算叫做 a 的 n 次乘方，乘方的结果记作a^n，叫做 a 的 n 次幂，即

$$\underbrace{a\cdot a\cdots\cdots a}_{n\text{个}}=a^n.$$

在a^n中，a 叫做底数，n 叫做指数，习惯上常把 a^n读作"a 的 n 次方"。

2. n 次开方

如果 $x^n=a$（n 是大于 1 的正整数），那么，x 叫做 a 的 n 次方根．求 a 的 n 次方根的运算，叫做把 a 开 n 次方，a 叫做被开方数，n 叫做根指数．

当 n 是偶数时，正数 a 的 n 次方根有两个，它们互为相反数．把正数 a 的正的 n 次方根用"$\sqrt[n]{a}$"表示，负的 n 次方根用"$-\sqrt[n]{a}$"表示．

因为任何实数的偶次乘方不是负数，所以当 n 是偶数时，负数 a 的 n 次方根不存在．

当 n 是奇数时，实数 a 的 n 次方根只有一个．正数的奇次方根是一个正数，负数的奇次方根是一个负数，都用"$\sqrt[n]{a}$"表示．

特别地，零的任何次方根仍旧是零，即 $\sqrt[n]{0}=0$．

正数 a 的正的 n 次方根，叫做 a 的 n 次算术根．由前面所述，符号"$\sqrt[n]{a}$"表示正数 a 的 n 次算术根．特别地，零的 n 次算术根仍旧是零．

为了简明，将符号$\sqrt[n]{a}$的意义列表如下：

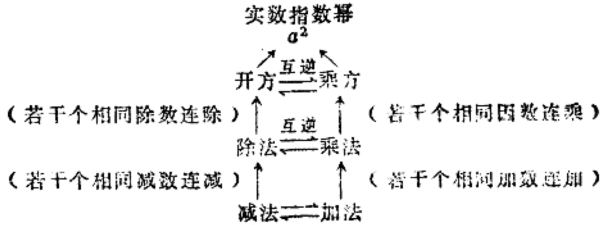
n 为偶数	$a>0$	$\sqrt[n]{a}>0$
	$a=0$	$\sqrt[n]{a}=0$
	$a<0$	$\sqrt[n]{a}$不存在
n 为奇数	$a>0$	$\sqrt[n]{a}>0$
	$a=0$	$\sqrt[n]{a}=0$
	$a<0$	$\sqrt[n]{a}<0$

八、运算之间的关系和运算顺序

1.代数运算

加、减、乘、除、乘方、开方这六种运算，总称为**代数运算**。

2.代数运算之间的发展顺序可表示如下：



3.运算顺序

加、减运算统称为一级运算，乘、除运算统称为二级运

算，乘方、开方统称为三级运算。在一个含有这三级运算的式子中，如果没有括号，先进行第三级运算，再进行第二级运算，最后进行第一级运算；如果有括号，先从括号里面算起；如果只含有同级运算，则从左到右依次运算。

范　　例

例 1. (1) 把1260分解成质因数的连乘积；

(2) 求252，360，1200的最大公约数和最小公倍数。

解：(1)

$$\begin{array}{r|r}
2 & 1260 \\ \hline
2 & 630 \\ \hline
3 & 315 \\ \hline
3 & 105 \\ \hline
5 & 35 \\ \hline
 & 7
\end{array}$$

∴　$1260=2^2\times3^2\times5\times7$；

(2) 仿(1)求得

$$252=2^2\times3^2\times7,$$

$$360=2^3\times3^2\times5,$$

$$1200=2^4\times3\times5^2.$$

∴　252，360，1200的最大公约数是$2^2\times3=12$，

最小公倍数是$2^4\times3^2\times5^2\times7=25200$.

说明：①把一个自然数分解质因数的连乘积时，通常可用短除法。

②取三个数的公因数的最低次幂相乘，就是这三个数的最大公约数。

③取三个数的每一个因数的最高次幂相乘，就是这三个数的最小公倍数。

例 2. 分别指出下列各数的相反数、倒数、绝对值：

$$3,\quad 0.25,\ -\frac{3}{7},\quad \sqrt[3]{-7},\quad \pi-2.$$

解： 将答案列表如下：

原　数	3	0.25	$-\frac{3}{7}$	$\sqrt[3]{-7}$	$\pi-2$
相反数	-3	-0.25	$\frac{3}{7}$	$\sqrt[3]{7}$	$2-\pi$
倒　数	$\frac{1}{3}$	4	$-\frac{7}{3}$	$-\frac{1}{\sqrt[3]{7}}$	$\frac{1}{\pi-2}$
绝对值	3	0.25	$\frac{3}{7}$	$\sqrt[3]{7}$	$\pi-2$

例 3. 例 2 答案的全体实数中，指出它们各属于下列哪个数集：

(1) 正整数集；　(2) 整数集；　(3) 分数集；

(4) 有理数集；　(5) 无理数集。

解：

(1) $3,\ 4$；

(2) $3,\ -3,\ 4$；

(3) $\frac{1}{3},\ 0.25,\ -0.25,\ \frac{3}{7},\ \frac{-3}{7},\ \frac{-7}{3}$；

(4) 3，-3，4，$\frac{1}{3}$，0.25，-0.25，$\frac{3}{7}$，$\frac{-3}{7}$；$\frac{-7}{3}$；

(5) $\sqrt[3]{-7}$，$\sqrt[3]{7}$，$-\frac{1}{\sqrt[3]{7}}$，$\pi-2$，$2-\pi$，$\frac{1}{\pi-2}$.

例 4. 求1357462，0.1735181，$\frac{3300}{7}$，$1000(\pi-2)$各数的近似值（保留四位有效数字），并把这些近似值用科学记数法表示出来。

解：将答案列表如下：

原　　数	1357462	0.1735181	$\frac{3300}{7}$	$1000(\pi-2)$
近 似 值	1357000	0.1735	471.4	1142
科学记数法表示	1.357×10^{6}	1.735×10^{-1}	4.714×10^{2}	1.142×10^{3}

说明：①从十进制表示的实数的第一个非零数字算起，将第五个数字四舍五入，就得含四个有效数字的近似值。

②将一个用十进制表示的实数A表示为$a\times10^{n}$，此处$1\leqslant|a|<10$，n为整数，$a\times10^{n}$就叫做A的科学记数法表示。

例 5. 把实数-1.41，0，$\frac{5}{3}$，$-\frac{3}{2}$，1.73，-1.42用"$<$"号从小到大连结起来。