

初中基础知



识补习丛书

# 代数

北京市海淀区教师进修学校编


$$aX^2+bX+c=0$$

重 庆 出 版 社

初中基础知识补习丛书

---

# 代 数

北京市海淀区  
教师进修学校主编

重 庆 出 版 社

一九八五年·重庆

## 编 者

|             |     |
|-------------|-----|
| 北京石油附中      | 贾育明 |
| 北京人大附中      | 刘景波 |
| 北京北大附中      | 陆 乘 |
| 北京清华附中      | 杨玉琴 |
| 北京海淀区教师进修学校 | 王增民 |
|             | 赵大悌 |

|      |     |
|------|-----|
| 责任编辑 | 夏树人 |
| 封面设计 | 毛德玲 |

## 代数 (初中基础知识补习丛书)

重 庆 出 版 社 出 版 (重庆李子坝正街102号)  
新 华 书 店 重 庆 发 行 所 发 行  
重 庆 新 华 印 刷 厂 印 刷

开本: 787×1092 1/32 印张: 9.125 字数 192 千  
1985年4月第一版 1985年4月第一次印刷  
印数: 1—256,300

书号: 7114·284 定价: 0.98元

## 内 容 提 要

本书系由北京市海淀区教师进修学校组织编写。编者总结了自已多年来的教学经验，尽力吸取各家之长，在本书中对初中代数基础知识作了比较系统而精简的总结，并配有比较典型的例题，通过分析和说明，介绍了一些解题规律和经验。

为了帮助读者加深理解和熟练运用初中代数知识，书中配了相当数量的练习，每章还有自我检查题。为了让在职青年和社会青年使用方便，这些习题全部给出了详细答案。

本书可供青年职工、社会知识青年以及初中毕业班学生系统复习初中代数知识时使用，亦可供中学数学教师参考。

## 前 言

为了帮助具有初中文化程度的青年职工、社会知识青年以及初中毕业班学生系统地复习和掌握初中阶段各学科的基础知识，以便参加考核转正或报考各类学校，我们编辑了这套丛书。丛书包括：《语文》、《代数》、《几何》、《物理》、《化学》，共五种。

复习，是掌握知识的必由之路。帮助好学上进的青年复习好初中数学知识，是我们编写这本《代数》的目的。这里所说好学上进的青年，包括青年职工、待业青年，当然即将毕业的初三学生也在内。

考虑到复习应该使知识得到巩固，对知识的系统和规律有进一步的认识，同时使各种能力有所提高，在编写时，我们力求作到：内容提要部分，注意系统性；例题部分，注意通过分析和说明介绍一些解题的规律和经验。

考虑到复习应该抓住重点，争取以少胜多，在编写时，我们力求作到：内容提要部分尽量精简；例题选择尽量典型。

考虑到数学不能靠“看会”，必须通过一定的实践——练习，才能对概念、定理、公式等基本知识深刻理解熟练运用，本书配备了相当数量的练习，并且为了让在职和待业同志使用方便，全部练习题都给出了详细答案。

考虑到复习的人要有自知之明，才能正确地定出进度和

选择复习方法，书中每章都安排了自我检查题并附有答案。

近几年来，这类复习用书出得很多。编写本书时，我们在努力挖掘自己教学中的心得、体会的同时，也努力吸取了各家之长。虽然如此，由于水平有限，书中不足之处一定还有不少，我们恳请读者及看到本书的老师们予以指正。

北京市海淀区教师进修学校

1984.5

# 目 录

|                      |        |
|----------------------|--------|
| <b>第一章 实 数</b> ..... | ( 1 )  |
| 一、自然数.....           | ( 1 )  |
| 二、整 数.....           | ( 2 )  |
| 三、有理数.....           | ( 3 )  |
| 四、无理数.....           | ( 5 )  |
| 五、实 数.....           | ( 5 )  |
| 练 习.....             | ( 11 ) |
| 自我检查题.....           | ( 15 ) |
| 练习题解答.....           | ( 16 ) |
| 自我检查题解答.....         | ( 25 ) |
| <b>第二章 代数式</b> ..... | ( 29 ) |
| 一、整 式.....           | ( 29 ) |
| 练 习.....             | ( 35 ) |
| 自我检查题.....           | ( 38 ) |
| 二、因式分解.....          | ( 39 ) |
| 练 习.....             | ( 45 ) |
| 自我检查题.....           | ( 46 ) |
| 三、分 式.....           | ( 47 ) |
| 练 习.....             | ( 53 ) |

|                      |             |
|----------------------|-------------|
| 自我检查题.....           | ( 57 )      |
| 四、根 式.....           | ( 58 )      |
| 练 习.....             | ( 63 )      |
| 自我检查题.....           | ( 66 )      |
| 整式练习题解答.....         | ( 67 )      |
| 整式自我检查题解答.....       | ( 73 )      |
| 因式分解练习题解答.....       | ( 74 )      |
| 因式分解自我检查题解答.....     | ( 80 )      |
| 分式练习题解答.....         | ( 81 )      |
| 分式自我检查题解答.....       | ( 91 )      |
| 根式练习题解答.....         | ( 94 )      |
| 根式自我检查题解答.....       | ( 100 )     |
| <br>第三章 一元一次方程.....  | <br>( 103 ) |
| 练 习.....             | ( 111 )     |
| 自我检查题.....           | ( 113 )     |
| 练习题解答.....           | ( 114 )     |
| 自我检查题解答.....         | ( 120 )     |
| <br>第四章 二元一次方程组..... | <br>( 122 ) |
| 练 习.....             | ( 129 )     |
| 自我检查题.....           | ( 131 )     |
| 练习题解答.....           | ( 132 )     |
| 自我检查题解答.....         | ( 136 )     |

**第五章 一元二次方程**..... (141)

一、一元二次方程的解法..... (141)

二、一元二次方程根的判别式和韦达定理..... (145)

三、简单的高次方程..... (152)

四、分式方程..... (157)

五、无理方程..... (163)

六、含有绝对值符号的方程..... (168)

七、二元二次方程组..... (169)

八、列方程解应用题..... (177)

练 习..... (179)

自我检查题..... (186)

练习题解答..... (187)

自我检查题解答..... (218)

**第六章 不等式**..... (222)

练 习..... (228)

自我检查题..... (229)

练习题解答..... (230)

自我检查题解答..... (234)

**第七章 函数及其图象**..... (236)

一、函 数..... (236)

二、正比例和反比例函数..... (237)

三、一次函数..... (238)

四、二次函数..... (238)

|                         |                |
|-------------------------|----------------|
| 练 习.....                | ( 247 )        |
| 自我检查题.....              | ( 250 )        |
| 练习题解答.....              | ( 251 )        |
| 自我检查题解答.....            | ( 260 )        |
| <b>第八章 指数和常用对数.....</b> | <b>( 264 )</b> |
| 一、指 数.....              | ( 264 )        |
| 二、常用对数.....             | ( 266 )        |
| 练 习.....                | ( 275 )        |
| 自我检查题.....              | ( 276 )        |
| 练习题解答.....              | ( 277 )        |
| 自我检查题解答.....            | ( 281 )        |

# 第一章 实数

数的概念和运算定律是学习数学的基础，初中阶段，数的范围首先由自然数扩充到有理数，在引进无理数的概念以后，数的范围又扩充到实数。

## 一、自然数

### 1. 自然数的概念

表示物体个数或事物次序的数叫做自然数，如1，2，3……。

任何一个自然数都可以用10的幂的多项式的形式来表示。如325可以表示为 $3 \times 10^2 + 2 \times 10 + 5$ 。

自然数有最小数1，但无最大数。

### 2. 自然数的运算

在自然数集合中，永远可以进行加、乘运算（即集合中的数经过运算所得结果仍是集合中的数）。自然数可以比较大小。

### 3. 质数和合数

除1以外，只能被1和它本身整除的自然数叫质数。能被1和它本身以外的数整除的自然数叫合数。1既不是质数，也不是合数。

#### 4. 因数、质因数、公约数、最大公约数

两个自然数  $a$  和  $b$ ，若  $a$  能被  $b$  整除， $b$  叫做  $a$  的因数，也称为约数。

如果  $b$  是某数的因数，且  $b$  又是质数，那么  $b$  称作某数的质因数。把一个自然数分解成几个质因数的连乘积叫做分解质因数。分解质因数一般用“短除”。

若一个数同时是几个数的因数，称这个数是它们几个数的公约（因）数。公约数中最大的称为最大公约数。

若两个数的最大公约数是 1，就称这两个数互质。

#### 5. 倍数、公倍数、最小公倍数

两个自然数  $a$ 、 $b$ ，若  $a$  能被  $b$  整除， $a$  叫  $b$  的倍数。

几个数公有的倍数叫公倍数。

公倍数中最小的一个叫最小公倍数。

两个互质的数的最小公倍数就是这两个数的积。

## 二、整 数

正整数（自然数）、零和负整数统称为整数。

#### 1. 整数的运算

在整数集合中，可永远进行加、减、乘运算，零能与其他数一起运算，但零不能做除数。

#### 2. 有关整数的一些表示法

能被 2 整除的整数叫偶数，可用  $2n$  表示（ $n$  是整数）。

不能被 2 整除的整数叫奇数，可用  $2n+1$  表示。

按被 3 除所得余数，可把整数分类为  $3n$ ， $3n+1$ ， $3n+2$ （ $n$  是整数）。同样可以把整数按除以其他数的余数进行分类。

### 3. 有关整数整除的问题

若一个整数的个位数是 0、2、4、6、8，则这个数能被 2 整除。

若一个整数各个数位上的数字之和是 3 的倍数，则这个数能被 3 整除。

若一个整数的末两位数是 0 或是 4 的倍数，则这个数能被 4 整除。

若一个整数的个位数字是 5 或 0，则这个数能被 5 整除。

若一个整数的各位数字的和是 9 的倍数，则这个数能被 9 整除。

若一个整数的奇位数字的和等于偶位数字的和或两个和的差是 11 的倍数，则这个数能被 11 整除。

$m$  个连续整数中，必有一个能被  $m$  整除。

$n$  个整数都能被一个整数整除，则其和、差、积也能被这个整数整除。

若一个数能被几个互质的数整除，则它能被这些数的乘积整除。

## 三、有 理 数

1. 有理数的概念 整数和分数统称有理数。

有理数  $\begin{cases} \text{整数——正整数、零、负整数。} \\ \text{分数——正分数、负分数。} \end{cases}$

任何有理数都可以表示为  $-\frac{p}{q}$ ，其中  $p$ 、 $q$  为整数，且  $q \neq 0$ 。如果把有理数表示为小数，那么一定是有限小数或无

限循环小数。

2. 数轴 规定了原点、正方向和长度单位的直线叫做数轴。所有的有理数都可以用数轴上的点来表示，原点右边的点表示正数，左边的点表示负数，原点表示零。零既不是正数也不是负数。

3. 相反数 只有符号不同的两个数，叫做相反数。例如+6的相反数是-6。特别地，零的相反数是零。

4. 绝对值 数轴上表示一个数的点到原点的距离叫这个数的绝对值。 $a$ 的绝对值记作 $|a|$ 。正数的绝对值是它本身，负数的绝对值是它的相反数，零的绝对值是零。就是

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{当 } a > 0 \text{ 时;} \\ 0, & \text{当 } a = 0 \text{ 时;} \\ -a, & \text{当 } a < 0 \text{ 时。} \end{cases}$$

5. 有理数大小比较 在数轴上表示的两个有理数，右边的数总比左边的数大。

正数都大于零，负数都小于零，正数大于一切负数，两个负数，绝对值大的反而小。

6. 有理数的运算 在有理数集合中，可永远施行加、减、乘、除运算(除数不为0)。

(1) 加法法则：两数相加，同号的取原来的符号，并把绝对值相加。异号的取绝对值较大的加数的符号，并用较大的绝对值减较小的绝对值。

(2) 减去一个数，等于加上这个数的相反数。

(3) 乘法法则：两数相乘，同号得正，异号得负，并把绝对值相乘。

(4) 除以一个数等于乘以这个数的倒数。

## 四、无理数

1. 无理数的概念 无限不循环的小数叫做无理数。无理数不能表示为分数 $\frac{p}{q}$  ( $p, q$ 为整数,  $q \neq 0$ )。

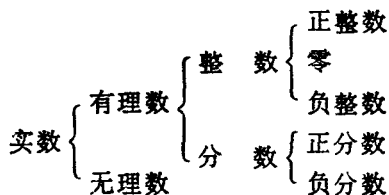
2. 无理数的运算 任何一个无理数, 都可以用任意精确度的有理数来近似地表示。无理数的运算, 一般可以将它截成一定精确度的近似数后, 再进行计算。

在无理数集合中, 两个无理数的加、减、乘、除的结果不一定是无理数。

## 五、实数

1. 实数的概念 有理数和无理数统称实数。

实数的分类:



实数和数轴上的点一一对应。

2. 常用的有关实数的性质

(1) 对于两个实数, 如果 $a > b$ ,  $a = b$ 或 $a < b$ , 则 $a - b > 0$ ,  $a - b = 0$ 或 $a - b < 0$ 。反之, 也成立。

(2) 实数的平方, 永远大于或等于0。

(3) 若 $\sqrt{a}$ 为实数, 则 $a \geq 0$ .

(4) 若一元二次方程的根为实数, 则其判别式 $\Delta \geq 0$ .

(5) 实数具有连续性.

### 3. 实数的运算

(1) 运算顺序: 加、减、乘、除、乘方、开方六种运算中, 加和减是第一级运算, 乘和除是第二级运算, 乘方、开方是第三级运算. 运算时先高级后低级. 如果有括号, 先算括号里面的; 如果没有括号, 在同一级运算中, 应该从左到右依次进行运算.

(2) 运算定律:  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 为实数, 则

$$a+b=b+a, \quad (\text{加法交换律})$$

$$(a+b)+c=a+(b+c), \quad (\text{加法结合律})$$

$$a \cdot b=b \cdot a, \quad (\text{乘法交换律})$$

$$(ab)c=a(bc), \quad (\text{乘法结合律})$$

$$(a+b)c=ac+bc. \quad (\text{乘法对加法的分配律})$$

例 1

(1) 把6930分解成质因数的连乘积;

(2) 求378、840、1260的最大公约数;

(3) 求42、63、135的最小公倍数.

解: (1)

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 6930} \\ \underline{3465} \phantom{0} \\ 3 \overline{) 3465} \\ \underline{1155} \phantom{0} \\ 3 \overline{) 1155} \\ \underline{385} \phantom{0} \\ 5 \overline{) 385} \\ \underline{77} \phantom{0} \\ 7 \overline{) 77} \\ \underline{11} \phantom{0} \\ 11 \end{array}$$

$$\therefore 6930=2 \times 3^2 \times 5 \times 7 \times 11.$$

说明：分解质因数的方法是：（1）先用一个能整除这个整数的质数去除这个数；（2）若得出的商仍是合数继续除下去，直到最后的商是质数为止；（3）把这个数写成各除数与最后的商的连乘积形式。

$$\begin{array}{r}
 (2) \quad 2 \overline{) \begin{array}{ccc} 378 & 840 & 1260 \end{array}} \\
 \quad \quad 3 \overline{) \begin{array}{ccc} 189 & 420 & 630 \end{array}} \\
 \quad \quad \quad 7 \overline{) \begin{array}{ccc} 63 & 140 & 210 \end{array}} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 9 \quad 20 \quad 30
 \end{array}$$

378、840、1260的最大公约数为 $2 \times 3 \times 7 = 42$ 。

说明：求最大公约数的方法是，用它们公有的质因数去除，一直除到没有公约数为止，它们公有的质因数乘积就是这几个数的最大公约数。

$$\begin{array}{r}
 (3) \quad 3 \overline{) \begin{array}{ccc} 42 & 63 & 135 \end{array}} \\
 \quad \quad 3 \overline{) \begin{array}{ccc} 14 & 21 & 45 \end{array}} \\
 \quad \quad \quad 7 \overline{) \begin{array}{ccc} 14 & 7 & 15 \end{array}} \\
 \quad \quad \quad \quad \quad 2 \quad 1 \quad 15
 \end{array}$$

$\therefore 42、63、135$ 的最小公倍数是 $3^2 \times 7 \times 2 \times 15 = 1890$ 。

说明：求最小公倍数的方法是，用它们全体或其中几个数的公有质因数去除，一直除到任何两个数之间都没有公因数时为止，它们公有的质因数及商数的连乘积就是这几个数的最小公倍数。

例2 将分数 $\frac{5}{8}$ 、 $\frac{4}{125}$ 、 $\frac{6}{11}$ 、 $2\frac{5}{6}$ ，化为小数。

$$\text{解：} \frac{5}{8} = \frac{5}{2^3} = 0.625,$$

$$\frac{4}{125} = \frac{4}{5^3} = 0.032,$$