

灰技术基础及其应用

● 肖新平 宋中民 李 峰 著



 科学出版社
www.sciencep.com

灰技术基础及其应用

肖新平 宋中民 李 峰 著

国家自然科学基金资助项目(项目号 70471019)

科学出版社
北京

内 容 简 介

本书重点介绍灰技术的理论基础、技术方法、实际应用和前沿发展，集中反映了作者多年来在灰色系统理论研究、应用开拓和教学工作中取得的新成果，系统反映了灰技术领域的概貌及其前沿发展动态。全书共分9章，包括灰色系统发展概况、灰关联技术、灰生成技术、灰色模型的参数空间、灰预测控制新技术、灰色模型的病态性诊断、灰决策与优化技术、灰评估技术及其应用、GM模型在图像压缩中的应用等。书中绝大部分内容均为作者的研究成果。

本书可作为高等院校经济、管理及相关专业大学生和研究生教材，也可供政府机关、科研机构、企业决策部门的有关人员和教师作参考。

图书在版编目(CIP)数据

灰技术基础及其应用/肖新平,宋中民,李峰著. —北京：科学出版社, 2005

ISBN 7-03-015649-8

I. 灰… II. ①肖… ②宋… ③李… III. 系统工程 IV. N94

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第058640号

责任编辑：陈玉琢 吕虹 祖翠娥 / 责任校对：钟洋

责任印制：钱玉芬 / 封面设计：王浩

科 学 出 版 社 出 版

北京东黄城根北街16号

邮 政 编 码：100717

<http://www.sciencep.com>

源海印刷有限责任公司印刷

科学出版社发行 各地新华书店经销

*

2005年8月第 一 版 开本：B5(720×1000)

2005年8月第一次印刷 印张：20

印数：1—2 500 字数：380 000

定 价：45.00 元

(如有印装质量问题，我社负责调换（环伟）)

前　　言

灰色系统理论是 1982 年由我国著名学者邓聚龙教授创立的“以部分信息已知，部分信息未知的小样本、贫信息”不确定性系统为研究对象的一门系统科学新学科，具有原创性的科学意义，是我国对系统科学的新贡献，目前已受到国内外学术界的广泛重视，并在农业科学、经济管理、环境科学、医药卫生、矿业工程、教育科学、水利水电、图像信息、生命科学、控制科学、航空航天等众多领域中得到了广泛的应用，解决了许多过去难以解决的实际问题。

本书是在第一作者博士论文《灰色系统分析方法的研究》和著作《灰色系统分析理论及其应用》(大连海事大学出版社，1997 年)的基础上，参考了宋中民的博士论文《灰色系统数字布置信息的研究》和李峰的博士论文《灰理论与灰技术》及其他学者最新的相关成果，经修改、扩充而成。

本书由肖新平总体策划、主要执笔和统一定稿，其中宋中民执笔了第 5 章，参加执笔了第 3 章与第 2 章的部分内容，李峰执笔了第 9 章，参加执笔了第 4 章和第 8 章的部分内容。在本书的写作和出版过程中，自始至终得到了各方领导和同仁的热情支持和指导，在此作者谨对全国灰色系统研究会理事长邓聚龙教授、副理事长刘思峰教授、中国系统科学研究会副会长黎德扬教授、科学出版社的陈玉琢编辑给予的指导和帮助，致以衷心的感谢！同时还要感谢国家自然科学基金委员会的资助！

由于作者水平有限，书中不足之处在所难免，恳请读者批评指正！

肖新平

2005 年 4 月 28 日

目 录

第 1 章 灰色系统发展概况	1
1.1 灰理论的特点与作用	1
1.2 灰色关联分析技术的发展.....	3
1.3 GM(1,1)模型建模技术的发展.....	9
第 2 章 灰关联技术	26
2.1 数据变换技术	26
2.2 点关联度与区间关联度	29
2.3 灰关联扩展空间	38
2.4 赋范空间中的灰色关联度	40
2.5 灰元序列分析	45
2.6 关联度量化模型的理论研究及评价	50
第 3 章 灰生成技术	64
3.1 AGO 生成空间的结构	64
3.2 IAGO 生成空间的结构.....	69
3.3 灰色生成空间中的映射	73
3.4 灰色生成的矩阵表示	75
3.5 广义累加生成	78
3.6 生成的凸性及还原误差	85
3.7 反向累加生成及其应用	89
3.8 线性(反向)AGO/生成空间.....	97
3.9 非线性(反向)AGO 生成空间	101
第 4 章 灰色模型的参数空间	104
4.1 GM(1,1)模型的参数空间	104
4.2 GM(1, 1)幂模型的参数空间	112
4.3 GM(1,N)模型的参数空间	117

4.4	GM(0, N)模型的参数空间	123
4.5	GM(2, 1)模型的参数空间	129
4.6	灰预测步骤与实例	135
第 5 章	灰预测控制新技术	143
5.1	GOM 模型	143
5.2	新息 GM(1,1)模型	147
5.3	新型的灰色预测模型组	150
5.4	灰色拓扑预测	159
5.5	累积法 GM 模型	163
5.6	灰色非线性 GM(1,1, α) 模型	172
第 6 章	灰色模型的病态性诊断	179
6.1	病态性技术概述	179
6.2	GM(1,1)模型的病态性分析	185
6.3	GM(2,1)模型的病态性分析	195
6.4	累积法 GM(1,1)模型的病态性分析	199
第 7 章	灰决策与优化技术	204
7.1	聚类问题的灰决策技术	204
7.2	风险型多指标决策的关联优化方法	209
7.3	一种新的多属性决策优化赋权模型	212
7.4	灰线性规划	217
7.5	区间型价格控制模型	227
第 8 章	灰评估技术及其应用	232
8.1	灰评估技术概述	232
8.2	灰色综合评估	236
8.3	石油管道防腐态势灰评估	248
8.4	煤矿安全系统的多指标决策和评估	258
8.5	煤矿回采工作面突水危险性的模糊灰色聚类评估	262
8.6	大气环境质量的灰色聚类关联评估	266

第 9 章 GM 模型在图像压缩中的应用	272
9.1 图像压缩技术及其发展	272
9.2 图像压缩中的灰技术	277
9.3 GSMEM 模型在图像压缩中的应用	282
9.4 GM(1,1)模型在小波图像压缩中的应用	287
9.5 基于 Undulating Grey Model 的数字水印技术	291
参考文献	296

第1章 灰色系统发展概况

1982年北荷兰出版公司期刊 System & Control Letter 发表了邓聚龙教授的论文“Control Problems of Grey Systems”，宣告了灰色系统理论的诞生。经过 20 多年的发展，目前这一理论已成为一门新兴的边缘学科，应用日益广泛。据 1997 年 11 月 26 日《中国科学报》在“中国有了自己的科学引文数据库”一文中的报道：1989~1996 年，灰色系统理论被引用 533 次，居全国之先；2000 年 1 月 14 日《科学时报》第四版，中国科学引文数据库 CSCD 在“全国论文与专著被引用频次在 60 次以上的著者”中报道，邓聚龙教授的论文被引用 143 次，居全国榜首。2002 年 3 月 24~26 日在美国匹兹堡召开的系统与控制世界组织 (WOSC) 第 12 届年会和国际一般系统研究会 (IIGSS) 第 4 届年会联合大会上，由于在灰色系统理论研究中取得的创造性成果，中国的刘思峰教授同波兰科学院院士巴布尼茨基 (Z. Bubnicki) 教授和国际一般系统研究会主席福里斯特 (J. Forrest) 教授共同获得系统与控制世界组织突出贡献奖。

1.1 灰理论的特点与作用

千百年来，人类为认识客观世界而不断地探索，但是，由于人的认识是一个无限的过程，因此对许多事物或系统的认识是不完全的，也是若明若暗的，这种系统信息的不完全性、不确定性即为灰度。灰理论把人的思维、思维的成果、人的经验、知识、智慧及各种情报、资料和信息统统集成起来，从多方面的定量认识上升到定性认识，达到从整体上研究和解决问题的目的，是科学方法论上的重大进展，具有重要的科学意义和深远的学术影响。

灰理论以“部分信息已知，部分信息未知”的“小样本”、“贫信息”不确定性系统为研究对象，主要通过对“部分”已知信息的生成、开发，提取有价值的信息，实现对系统运行行为、演化规律的正确描述和有效监控。灰理论经过 20 多年的发展，已基本建立起一门新兴学科的结构体系。其主要内容包括以灰色朦胧集为基础的理论体系，以灰色关联空间为依托的分析体系，以灰色序列生成为基础的方法体系，以灰色模型 (GM) 为核心的模型体系，以系统分析、评估、建模、预测、决策、控制、优化为主体的技术体系。其理论基础是灰朦胧集；方法基础是系统科学和数学；实践基础是系统工程应用；哲学基础是马克思主义认识论和实践论。灰色系统理论是研究不确定性问题的方法论上的创新，从方法论层次来看，其特点和对“少数据

“不确定性”系统研究的指导作用主要体现如下。

1. 研究路线

灰色系统理论采取了从整体到部分再由部分到整体，把宏观和微观结合起来，从不同方位、不同角度来研究问题。也就是说，灰色系统理论的思维方式是多视角的。对于少数据不确定性问题，因其是有限维问题，不可能像概率与数理统计那样重复再现，也不可能像模糊数学那样外延量化，只能从多角度、多方位来挖掘系统的内在规律。

灰模型的建立过程就是这样。经典的数学模型大都是用微分方程来表示的，它适合连续可微的对象。对于不确定性系统的行为特征——序列，首先是不连续的，更谈不上可微性。再者，微分方程属于无穷信息空间，而有限序列是有穷信息空间。因此，用序列作微分建模时，首先从序列的角度了解一个真正的微分方程模型应该满足哪些条件，然后分析现有序列是否满足这些条件，对那些可以近似地满足微分模型构成条件的序列，建立近似的微分方程模型。

2. 技术路线

灰色系统理论的依据是信息覆盖，依靠信息覆盖去描述、分析、综合、处理信息不完全、不确定的灰对象。信息覆盖的内涵是指用一组信息去包容、覆盖给定的命题，也就是利用已知的、不同方面的一些定量描述，通过灰生成手段来研究系统的性质，最终给出定性分析，找出现实规律，从而完成从实验、理论到研究的全过程。如要研究一个人的健康状况，首先找出与健康有关的因素，如血压、心跳、体温等。也就是说如果利用这些信息构成一个集合，那么这个集合就可以大体上描述这个人的身体情况。当然，集合的构成越多，描述的则越详细。从这种意义上来说，集合的信息覆盖了健康状况。因此，通过研究集合的因素形态，就可以达到认识一个人健康状况的目的。

3. 实现信息、知识、智慧的不断深化

信息、知识、智慧是三个不同层次的问题。有了信息，未必有知识，有了信息、知识也未必有智慧，信息的综合可以获得知识，信息、知识的综合可以获得智慧。灰色系统理论为了研究“少数据不确定性”系统，首先挖掘系统的有用信息，用信息覆盖来描述系统，通过对信息的分类、加工及处理，找出系统的内部规律，使人们掌握研究事物的知识，获得开发系统的智慧。

在自然科学、数学科学等这些所谓“精密科学”中，是用严密的逻辑推理、精确的物理、化学和生物实验，来证明和验证经验性判断的正确与否，从而得出科学结论。但这种方法对一些系统问题，如社会系统中的问题既不是简单的逻辑推理能得出结论的，也不能直接进行社会实验。这就需要有新的方式来完成这个过程。灰色

系统理论处理的过程是按照胚胎集 → 发育集 → 成熟集 → 实证集来完成的，也就是运用辩证思维的方式，从实验到理论再到研究的过程。

用模型和模型体系来描述系统是系统定量研究的有效方式。这种方式在自然科学、系统科学中被广泛使用。在系统科学中，对简单系统、大系统、简单巨系统的研究，几乎完全是基于数学模型。但需要指出的是，对系统建立模型，必须紧密结合系统实际，要基于对系统的真实了解，依据实际数据，提炼出系统内部的某些内在定量联系，将系统描述出来。为此，甚至借助于经验知识的帮助，而不是追求数学上的完美，这是一个经验与科学知识相结合的过程。因为数学上的完美性，并不一定代表系统的真实性。灰色模型是灰色系统理论的重要内容之一，不同于“白因白果率”的经典模型，它是少数据基于灰因白果率、差异信息原理、平射原理的建模，它既不是一般的函数模型，也不是完全的差分方程模型，或者完全的微分方程模型，而是具有部分差分、部分微分性质的模型。模型在关系上、性质上、内涵上具有不确定性。

在数据与信息体系、指标体系、模型体系的支持下，灰色系统理论依据信息认知原理、解的非惟一性原理、白化原理、灰性不灭原理、最少信息原理对少数据不确定性系统进行分析，使得信息、知识、智慧之间不断深化，从而达到认识、解决问题的目的。

1.2 灰色关联分析技术的发展

灰色关联分析不仅是灰色系统理论的重要组成部分之一，而且是灰色系统分析、建模、预测、决策的基石。如果说灰色建模是灰色系统理论的核心，那么近几年的研究表明，灰色关联理论无疑是灰色系统中理论最成熟、应用最广泛、最具活力的部分。灰色关联分析是对运行机制与物理原型不清晰或者根本缺乏物理原型的灰关系序列化、模式化，进而建立灰关联分析模型，使灰关系量化、序化、显化，能为复杂系统的建模提供重要的技术分析手段。其基本原理是通过对统计序列几何关系的比较来分清系统中多因素间的关联程度，序列曲线的几何形状越接近，则它们之间的关联度越大，该原理也是灰色系统理论中两个重要的科学方法论原理之一。灰色关联分析在自然科学、社会科学和经济管理等领域具有十分广泛的应用，特别是近几年来，该方法与系统科学和系统工程中的其他原理方法相结合，不仅解决了广泛存在于客观世界中具有灰色性的问题，而且进一步拓宽了灰色关联分析的应用范围，显示了这一分支强大的生命力。

1.2.1 直接应用

灰色关联分析的直接应用从数学上可归纳为三个方面：因素分析、方案决策、优势分析。

1. 因素分析

一般的抽象系统如社会系统、经济系统和生态系统等都包含着许多种因素，多种因素共同作用的结果决定系统的发展态势。要进行系统分析，首要的工作显然是要分清这些因素间的关系，这样才能抓住影响系统的主要矛盾、主要特征和主要关系。作为因素分析的一种新方法，灰色关联分析正可解决这方面的问题。其主要步骤为：首先将作比较的母因素确定为参考序列 x_0 ，与参考序列作关联程度比较的子因素作为比较序列 x_i ，然后计算它们之间的灰色关联度 r_i ， r_i 越大，子因素 x_i 与母因素 x_0 的关系越密切（或影响越大）。将 x_0, x_i 分别取具体系统中的具体因素时，就可对该系统进行具体的因素分析。如利用该方法可以作土壤元素分析、金矿构成元素分析、数据预处理和数据聚类、耕地面积减少的因素分析、频率合成器与或过程的优化、变速箱故障识别和焊接裂纹辨别、旋转机械的故障诊断或检测、计算机技能学习的主要因素分析、铁路旅客运输的因素分析、高速公路线路的选择等。

2. 方案决策

在工程技术的设计或复杂系统的评价中，如何对备择方案进行优次排序或选择出最优对象，一直是系统工作者普遍感兴趣的课题。灰色关联分析则是大家广为应用的一种方法，应用该方法的关键有两点：一是要对非量化的技术经济指标作白化函数的量化处理。一般作这种量化处理时，取何种形式的白化函数可视指标的实际情况而定；二是确定参考序列。参考序列通常确定为系统的理想方案，具体的确定方法有两种：理想方案从排序方案内部产生，其各项元素由诸方案指标数据里的最佳值组成；理想方案从排序方案的外界产生，是根据排序方案的性质，设计（规定、要求）的能力，以及各指标在过去曾出现过的最佳值，结合现在已出现和将来可能或希望出现的最佳值综合而定的，具有一定的稳定性。其中第一种方法用得最为普遍，得到理想方案后，再计算各方案与理想方案间的灰色关联度，关联度越大，则该方案与理想方案越接近，也就越优。利用灰色关联分析可进行工程评标、课程设计、水利水电规划方案选择、城市污水处理厂选址决策、粮食品质综合评判、序列跳跃点出现的判断、购物中心购买力评价、上市公司竞争力的评价等。

3. 优势分析

优势分析是指参考序列（母因素）和比较序列（子因素）都不止一个的关联分析。此时所有母因素与所有子因素之间的关联度就构造了一个关联矩阵，该关联矩阵隐含着巨大的信息：每一行表示同一母因素对不同子因素的影响，每一列表示不同母因素对同一子因素的影响。如果某行的各元素均大于其他各行的，则该行的母因素为优势母因素。如果关联矩阵为上三角矩阵，则第 1 行的母因素为潜在优势母因素等。

进行优势分析，对于研究社会经济发展战略，合理分配使用人力、物力、财力资源，统筹安排各部门、各项生产的发展，做到保证重点、兼顾一般、扬长避短、提高

社会经济和生态效益，有着十分重要的意义。利用优势分析可进行 ACURAD 压铸生产过程的优化、地区科技创新能力的综合评价、区域经济优势因素分析、青少年身体素质分析、医学地质发病因子分析、经济落后原因探析、课程关系评估等。

1.2.2 与其他方法结合

一般来讲，灰色关联分析主要是用于识别，如果将其与聚类方法相结合，依据分析对象对某一基准（优或劣）的关联度值，按照聚类分析原则，可以建立基于关联度的聚类分析方法，使它也可用于聚类问题估^[140]。徐恒振^[334]利用这种关联度聚类方法来鉴别溢油的模式，效果也非常理想。这种结合显然是先关联后聚类，也有先聚类后关联的，如邱学军^[212]提出的灰色聚类关联分析法，李勇平等进行的投资项目灰色综合评估^[146]，Li Mancheng 应用灰色关联法和灰色聚类法对考试质量进行的评价等^[133]。

系统指标权重的确定在系统分析和综合评价中占有非常地位，而确定权重的经典方法是层次分析法（AHP）。连育青^[149]将层次分析法与灰色关联分析结合，提出了一种系统实用的新的多方案选优决策方法，即层次—灰色关联分析法，该方法能够克服决策者主观影响和不必要的计算误差。方案决策中的比较标准往往为一个理想方案，这样在对备择方案进行优次排序时，一旦两备择方案的关联度值相差很小时，便会出现决策困难。罗小明等^[183]提出的以两个方案（最优方案、最劣方案）为目标，利用灰色关联分析法，结合拓展的最小二乘准则来建立灰色综合评判模型，较好地解决了这一问题。罗均等在层次分析法的基础上，应用灰关联分析法对产品设计质量系统进行了综合评价^[182]。文献[151]中提出的两阶段广告代理商选择模式则是另一种思路：先用 AHP 法确定权重，再用灰色关联分析法找出初选名单，最后又用 AHP 法将初选名单排序。

复杂系统的分析中存在着大量的优化问题和非线性问题，优化方法和非线性模型与灰关联分析法有机地结合是近年来的一个新趋势，它不仅可以使决策更周密、更细致、更符合实际，而且决策结果的分辨率可以得到很大的提高。如时序多目标决策的灰色系统优选理论模型^[223]、基于灰色关联度的区间评价方法的探讨^[141]、工程系统设计方案多目标灰色关联度决策模型^[379]、灰色最优聚类模型^[318]等。李鼎等则针对并行工程中产品开发的特点，将动态规划与灰关联分析法相结合，给出了解决这一类问题的一种有效方法^[151]。Ma Shusheng 等综合关联度方法与最优化方法建立了地下水质量的综合评判模型^[189]。刘家学等在定量型层次分析法的基础上，结合灰色关联分析法和最优化方法，建立了层次—关联综合优化模型，既避免了主观确定指标权重的做法，又保证了决策结果与层次分析法及灰色关联度分析法的一致性^[159]。孙静春等提出了 DEA 应用过程中从原始观测数据选择灰色关联决策单元的方法，并给出了算法步骤^[252]。

复杂系统的不同因素之间往往存在着不同层次,因此需要采用多层次综合评判方法进行系统分析和评价。灰色关联层次分析就是把系统中的各种因素通过划分为相互联系的有序层次,然后进行关联度计算、比较的一种方法,其步骤为:①建立层次分析模型;②构造层次数据列;③单层次关联分析;④层次总关联分析。Zhu Hugen 等人在基于灰色关联度上建立了层次分析的灰色关联模型^[389];粮食产后系统与企业经济效益都是由社会、经济、技术、自然等组成的多维多层次复杂的大系统,何勇^[85]利用两个层次灰色关联分析对浙江省现有的三种基本粮食产后系统处理模式进行了综合分析和评估;而孙光亮^[251]则利用三层次灰色关联分析,来综合评价山东省某大型企业近十年的经济效益,所得结果均与实际情况相符。此外还有企业技术革新能力的灰色关联评价^[138],基于灰色关联评估的通用量化评测系统等^[342]。

1.2.3 应用新领域

近年来,灰色关联分析已跨出了原有的一些应用范围,迅速渗透到国民经济和社会发展的各个应用领域,出现了一些新的应用成果和典型的应用实例,但其方法的实质仍可归结为上述三种之一。

煤炭系统是一个灰色系统,对灰色关联分析而言,这是一个较新的应用领域。近年来,作者等人将灰色关联分析应用于煤矿安全的分析与评估,已取得初步成效。运用关联分析法对湖北省十多年来煤矿事故进行定量分析,找出了全省国营地方煤矿事故发生的主要因素和各类事故之间的量化关系;通过对煤矿安全评估方法的研究,提出了煤矿安全的多层次灰色评估法,并投入到矿井的应用试验中,结果十分公正客观(见 8.4 节)。利用灰色关联法进行模式识别,又提出了煤矿回采工作面突水预测的模糊灰色预测法,经实例分析表明,其预测精度高达 100%(见 8.5 节)。龙如银^[179]则应用灰色关联分析对煤层自然发火危险程度进行了评价,其方法有所不同:先确定两个临界关联值 r_a, r_b ,然后进行判断。当 $r_i \geq r_a$ 时,发火危险程度极大, $r_i \leq r_b$ 时发火危险程度极小。井下交通事故与人的素质(包括年龄、地位、教育程度)的关系怎样,Jin Guoxun 等在文献[107]中进行了详细的研究。

将灰色关联分析应用于一般的安全科学也是一件有意义而又艰难的工作,因为这既要有较深的专业造诣,又要深入理解和掌握灰色关联分析方法。灰色关联分析在安全科学中的应用主要包括因素分析和行为分析两类模型,其中第一类有:大气能见度和大气污染关系的分析、煤矿安全的影响因素分析、月均千人负伤率的影响因素分析、环境噪声变化的优势因素分析等;安全综合评价、水质评价、大气环境质量评价、矿井通风系统方案优选、系统危险分级等则属于第二类灰色系统行为分析模型^[382]。施国洪等将灰色关联分析方法引入故障树分析中,依据故障树的事件重要度,对各种故障模式发生的可能性大小作出了准确判断^[221]。

环境系统是一个本征的灰色大系统,因此将灰色系统理论应用于环境科学无疑

是一个新的发展方向。如果将待评价样本指标组成参考序列，分级标准指标组成比较序列，则利用灰色关联度能表示待评价样本与各级别的贴近程度，即利用灰色关联分析可以进行环境质量综合评价。环境影响综合或全面评价时，常常存在着如何根据调查资料和单要素分析结果，定量确定工程对环境总体以及环境总体中的各要素的影响等问题，曾光明等^[360]提出的环境影响综合评价的灰色关联分析方法则较好地解决了这些问题。同时张明棟^[378]还利用灰色关联分析分别对影响大气质量的主要因素与影响城市环境噪声变化的因素进行了关联分析，找出了其中的优势因素，为改善城市大气质量和防治环境噪声污染提供了科学依据。文献[277]也对大气污染因素进行了分析。

灰色医学是灰色系统理论与现代医学相结合的一门新型边缘交叉学科。在现代中西医学中，首要的问题是如何根据诊断指标与分指标来正确判断患者所患的是哪一类疾病，利用灰色关联分析进行医学诊断具有计算简便、准确度高等特点。如果以指定疾病类型治愈序列作为参考序列，以不同药物与不同疗效的疾病治愈序列作为比较序列，则根据其关联度的大小可评估该药物与措施的疗效。要探讨人类疾病的规律，常常需要研究一个有代表性的群组，谭学瑞等^[260]在经典关联分析的基础上，将选取的两级极差引申为三级，建立了一种适用于医学统计分析的成组序列灰色关联分析方法。而吴进军等应用灰色关联分析对部属医学院校科研产出的关联因素进行了量化分析，找出了影响医学科研产出的主要因素，为搞好医学科研管理开辟了新途径^[290]。张富新应用灰色关联分析对影响怀孕的因素作了定量分析^[368]，Wang Hao 等利用灰关联分析法分析了影响新生儿体重的因素^[268]，食物与疾病的关系则在文献[365]中被研究。

油气圈闭是多种控油气地质因素综合作用、互相关联、发展变化的灰色系统，在不同的地质环境合成油气作用下形成的不同类型的油气圈闭，必然有不同的最佳标志组合，包括标志的类型、个数和指标等。利用灰色关联分析法可以构制综合的、定量的、优化的找油气标志组合模型，反映和查明油气圈闭的形成和分布规律。为此以徐忠祥为首的课题组进行了大量的实际研究，提出了灰色关联谐振评价法、加权滑动灰色关联法^[339]、灰色综合定位预测法^[340]、倾斜台阶灰关联定量反演方法等^[341]；Pan Henping 将灰色关联法应用于矿床的形成与分类^[205]；傅朝阳等应用灰关联分析对中原油田现场实测的腐蚀环境数据进行了相关处理，分析了影响气井油管腐蚀的主要因素^[72]；彭放还将灰色关联法分别与正交试验、Fisher 准则相结合，探讨储油构造的反演方法和储层含油气性的判别方法，应用效果很好^[207]。谭成仟等人采用灰色系统理论建立了储层油气产能预测系统，该方法不仅可以综合定量地评价储层产能的分类，还可以通过关联度给出评价结果的可靠性^[256]。

灰色系统水文学是运用灰色系统的理论和方法描述和处理水文复杂性和不确定性问题的一门新兴交叉学科，由我国学者夏军提出，其中基于灰关联理论的主要

内容有：水文尺度及灰色系统分析、水文信息理论与信息度量方法、水文灰参数识别与不确定性度量、灰关联模式的识别与灰评估等^[293]。Jong-San Tsay 等应用灰关联模式进行了水质污染分析^[111]，史晓新提出了水环境质量评价灰色模式识别模型法^[222]。

此外，在灰色系统理论的带动下，还相继产生了灰色地质学、灰色育种学、灰色控制理论、灰色混沌理论、区域经济灰色系统分析、灰色价值学、灰色综防学等一批新兴交叉学科。

1.2.4 应用中应注意的问题

(1) 灰色关联分析的应用非常广泛，但这也给人一个错觉：任何一个系统的系统分析和综合评价都可利用灰色关联法。其实，要利用该方法，这个系统必须是灰色系统。灰色系统中灰的主要含义是指信息不完全性（部分性）和非惟一性，其中的“非惟一性”是灰色系统的重要特征，非惟一性原理在决策上的体现是灰靶思想，即体现的是决策多目标、方法多途径，处理态度灵活机动；在分析上体现的是关联序；关联度的大小并不重要，重要的是关联序；在求解过程中体现的是定性与定量相结合，面对许多可能的解，需要通过信息补充，定性分析，以确定一个或几个满意解。因此灰关联分析模型不是函数模型，是序关系模型，其技术内涵为：获取序列间的差异信息，建立差异信息空间；建立和计算差异信息比较测度；建立因子间的序关系。

(2) 对复杂系统进行系统分析，以往大都采用模糊相关分析（含模糊聚类分析和模糊综合评估等）与统计相关分析，那么灰色关联分析在方法上与它们又有何差异呢？根据文献[56]中对灰理论、模糊理论、概率等三种理论的对比，可将三种方法的特点归纳为表1.1。

表 1.1 灰色关联分析与统计相关、模糊相关分析的特点

项目	统计相关分析	模糊相关分析	灰色关联分析
内涵	大样本不确定	认识不确定	小样本不确定
基础	康托集	模糊集	灰朦胧集
依据	概率分析	隶属度函数	信息覆盖
实质	两两比较	极值性	整体性
特点	多数据	经验数据	少数据
要求	要求典型分布	函数	允许任意分布
目标	历史统计规律	认识表达	现实规律
关系	线性或非线性关系	距离关系	几何关系
思维方式	重复再现	外延量化	多角度
信息准则	无限信息	经验信息	最少信息

可见，上述三种方法都有自己本身的特点和不同的应用范围，它们之间并非特殊与一般的关系，而是处理问题的三种不同途径。对一个实际分析问题，到底采用

哪一种方法, 主要取决于系统的特征特点和系统所表现出的信息量.

1.3 GM(1,1) 模型建模技术的发展

GM (1, 1) 模型是一个近似的差分微分方程模型, 具有微分、差分、指数兼容等性质, 模型的参数可调, 结构随时间而变, 突破了一般建模要求数据多、一般得不到“微分”性质的局限, 是建模思路和方法上的新突破. 从诞生之日起, GM(1, 1) 模型的发展可以分为三个阶段:

同化阶段. 在这一阶段是把 GM(1, 1) 模型作为经典数学模型来考虑, 或用一般的数学概念来描述, 等同于一般的微分方程, 即

$$\frac{dx}{dt} + ax = b, \quad \hat{x}^{(1)}(k+1) = \left[x^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right] e^{-ak} + \frac{b}{a}.$$

这一阶段的理论依据包含着数学思想. 因为对非负离散序列来说, 其一次累加序列肯定是单调递增且是上凹的. 由于指数曲线具有此性质, 可以用它来拟合累加序列. 而上述一阶微分方程的解也是指数形式, 因此, 用此方程的离散解来刻画累加序列的变化是可以理解的. 从发展的角度来讲, 该阶段属于初级阶段.

异化阶段. 随着灰色系统理论的发展, 灰色模型从微分方程模型中逐渐分离出来, 此时称

$$x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$$

为 GM(1, 1) 模型, 而此时一阶微分方程被称作 GM(1, 1) 模型的影子方程或白化方程. GM(1, 1) 模型是通过分析微分方程所具有的品质及性质而建立起来的近似微分方程, 具有差分和微分性质并且模型与解相统一. 该阶段属于发展阶段.

融化阶段. 由于灰理论的不断完善, 此时已有充实的理论基础来建立完全属于灰内容的 GM(1, 1) 模型, 形式为

$$\begin{aligned} x^{(1)}(k) + az^{(1)}(k) &= b, \\ z^{(1)}(k) &= 0.5x^{(1)}(k) + 0.5x^{(1)}(k-1), \\ z^{(1)}(k) &= \sum_{m=1}^k x^{(0)}(m), \end{aligned}$$

模型具有解与方程统一的性质, 并且满足三个条件: 结构条件、材料条件、品质条件, 模型的发展系数及灰作用量可以由其参数包来信息覆盖, 这是灰色 GM(1, 1) 模型的高级阶段.

1.3.1 特殊序列的 GM (1, 1) 模型

1. 含跳跃点序列

对于一般系统而言, 如果没有瞬间的外部因素的作用, 其行为输出量是平稳的, 也就是说其输出量不可能偏离总趋势, 这是由系统的内因所决定的. 但当系统遇到瞬间的外力作用时, 其后的输出量可能会产生跳跃变化的现象, 当外力消失后, 输出恢复正常. 因此, 这样具有跳变点的行为数据序列, 不能反映系统的真实面目. 为了使该类序列建立的模型能更好地刻画系统的行为现象, 许多研究者做了很好的工作.

设有含跳跃点序列

$$x^{(0)} = (x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)) \text{ 且 } S_1 = (x^{(0)}(1), \dots, x^{(0)}(\tau - 1)),$$

$$S_2 = (x^{(0)}(\tau), \dots, x^{(0)}(n)), \quad x^{(0)} = S_1 \cup S_2,$$

其中 $\tau (1 < \tau < n, n > 4)$ 为跳跃点. 该序列的直观特点是 S_1 和 S_2 中的数据不为同一个数量级.

对于该序列, 其主要思路是将阶段序列 $x^{(0)}$ 转化为非阶段 (光滑) 序列 $y^{(0)}$, 即 $f: x^{(0)} \rightarrow y^{(0)}$, 再按常规 GM (1, 1) 建模, 最后还原. 文献 [177], [99] 取的 f 如下:

$$y^{(0)}(k) = x^{(0)}(k) - bh^{(0)}(k - \tau), \quad k = 1, 2, \dots, n, k > \tau,$$

$$\text{其中 } h^{(0)}(t) = \begin{cases} 1, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases} \quad b \text{ 称为跃度.}$$

文献 [177] 取 $b = x^{(0)}(\tau) - x^{(0)}(\tau - 1)$.

文献 [99] 以 $b = x^{(0)}(\tau) - \hat{x}^{(0)}(\tau)$, 其中 $\hat{x}^{(0)}(\tau)$ 为子序列 S_1 在 τ 点的预测值.

文献 [75] 则取 f 为

$$y^{(0)}(k) = \begin{cases} ax^{(0)}(k) + b, & k < \tau, \\ x^{(0)}(k), & k \geq \tau, \end{cases}$$

常数 a, b 是通过考查 $y^{(0)}$ 的级比 $\sigma^{(0)}$ 或光滑比 $\rho^{(0)}$ 来确定. 具体条件为

$$\sigma^{(0)}(k) = \frac{y^{(0)}(k-1)}{y^{(0)}(k)} \in (0.1353, 7.389).$$

而文献 [100] 研究了另一个问题: 如何利用计算机来识别阶段序列中跳跃点的位置. 其主要结果是利用灰色关联度给出跳跃点的评判标准: 若 ε 为初始的跳跃条件值 $0 < \varepsilon < 1$, 对任意序列若 $\Delta_r(\tau) > \varepsilon$, 则第 τ 个点即为该序列的跳跃点, 其中

$$\Delta_r(\tau) = |r(k) - r(k-1)|,$$