1984

全国高考试题解法分析

（数学·物理·化学·生物）

陈云烽　吴澧旸　吴　琦　卢爱平

广东科技出版社

1984

全国高考试题解法分析

1984 Quanguo Gaokao Shiti Jiefa Fenxl

（数学·物理·化学·生物）

陈云烽　吴澧旸　吴　琦　卢爱平

广东科技出版社

1984

全国高考试题解法分析

1984 Quanguo Gaokao Shiti Jiefa Fenxi

（数学·物理·化学·生物）

陈云烽 吴澧旸 吴 琦 卢爱平

广 东 科 技 出 版 社 出 版
广 东 省 新 华 书 店 发 行
广 东 新 华 印 刷 厂 印 刷
787×1092毫米 32开本 8.25印张 160,000字
1985年4月第1版 1985年4月第1次印刷
印数1—82,000册
统一书号13182·117 定价1.20元

出版说明

本书是一九八四年全国高等学校统一招生考试数学（包括理工农医类和文史类）、物理、化学、生物试题的解答和解题分析，分别由中山大学数力系讲师陈云烽、华南师范大学附中老师吴澧旸、广州市执信中学老师吴琦、中山大学生物系讲师卢爱平等同志撰写.

本书内容的重点是解题方法的分析. 对每科试题，首先介绍了试题的概况和特点，然后按试题的顺序分题予以阐述. 在给出每一道试题的详细答案（包括不同解法的答案）的同时，着重阐述解题的思路、解题时应注意的问题和易犯的错误及原因，力图从思路分析和错误分析两方面，向读者提供解题方法技巧的有益启发. 这些分析的内容，既注意到中学教育的实际，又结合了高考评卷的情况，便于读者学习领会和吸取经验教训.

我们希望本书有助于青年学生掌握正确的学习方法和解题方法，有助于促进提高中学教学质量. 本书适合高中学生和青年阅读，也可供中学教师教学时参考.

目　　录

试题概况

1984年高考数学试题仍分理工农医和文史两类命题，两份试题各由八大题组成，都以120分为满分。与往年不同的是，理工农医类还有一道附加题（满分为10分），成绩不计入总分内，只供重点大学录取新生时参考。

这两份试题所涉及的知识覆盖面比较广，考查比较全面，基本上没有超越中学数学教学大纲所规定的范围。两份试题的安排十分类似，但在深度上有着明显的区别。文史类的试题难度适中，由浅入深的安排比较合理；理工农医类的试题对考生的要求比往年有明显的提高，不但要求有扎实的基础知识和基本技能，而且要求能灵活熟练地运用。具体说来，这两份试题有如下一些特点：

首先，试题既着重考查基础知识和基本技能，也十分重视考查分析推理能力，而且有不少题目将这两方面的考查揉合在一起。

两份试题的前四大题（占63分），都是在相当大的范围内，考查考生掌握“双基”的牢固程度和熟练程度，以及周密思考的能力。比如，理工农医类第一大题的第4、第5小题，第二大题的第2小题和第三大题的第1小题，都是考查有关函数方面的知识，但这些题目不局限于函数基本概念和一般的求定义域，还涉及到复合函数的概念、复合函数的单调性和作图问题，并要求根据函数值所满足的条件，计算其自变量的取值范围。这些表面看来是小型的题目，实际解答起

来，或多或少都要综合运用各方面的基础知识。至于后面的四个大题，对分析推理能力的要求就更高了。

尤其是理科的大部分题目，要求考生必须全面周密地思考分析问题，否则，处处都有失分的可能。

第二，理工农医类试题的份量比较重。

这份试题表面上只有八大题，比往年少了一题，但由于大题套小题的情形较多，实际上按小题计算共有20道，而且能够“一眼看穿”的题目不多。平均每六分钟要完成一道题（还没有把附加题算在内），如果解题时没有相当高的速度，就难以对付了。

命题的这种“化整为零”的做法，能够有效地扩大考查面，这是优点；但是，如果题目过深，会使考生负担过重。

第三，两份试题的内容和表达方法都来自统编教材，而且都有一道直接取自统编教材的习题或复习题（理科的第四题和文科的第五题），其余题目也多数可在统编教材中找到它的原型，不过略有变更，或者以综合的面貌出现。可以看出，命题者的原意可能在于鼓励和促进考生深入钻研教材，加强基本功的训练，掌握教材所能达到的深度，而不是停留在表面了解的水准上。但是，师生们普遍认为理工农医类试题偏深偏难，考生的得分也比较低。这个事实，说明了命题者对统编教材所能达到的程度的估计，与当前教学实践之间存在较大的差距。

第四，理工农医类的附加题，是一道属于微分学的中等难度的运用导数求解的应用题，基本上没有超越高中数学教学纲要的较高要求，不过命题形式对多数考生来说尚属少见，作为考尖子的题目，还是可取的。

总的说来，从命题的广度、深度和难度来看，试题对考生是严要求的，尤其是对理工农医类的考生，要求更高更严，没有过硬的基本功，就难以取得满意的成绩。

理工农医类试题解答与分析

第　一　题

（本题满分15分）本题共有5个小题，每一个小题都给出代号为A，B，C，D的四个结论，其中只有一个结论是正确的。把正确结论的代号写在题后的圆括号内，选对得3分，不选得0分，选错或者选出的代号超过一个（不论是否都写在圆括号内），一律得负1分。

1．数集$X=\{(2n+1)\pi, n$是整数$\}$与数集$Y=\{(4k\pm 1)\pi, k$是整数$\}$之间的关系是

A．$X\subset Y$．　　B．$X\supset Y$．

C．$X=Y$．　　D．$X\neq Y$．

〔答〕（　　）

【审题与分析】

本题用解析表达式$(2n+1)\pi$与$(4k\pm 1)\pi$给出两个实数集X和Y，这两个表达式是在学习三角函数时所常见的。当n和k都取整数时，它们都表示由所有的π的奇数倍的实数所组成的数集。

事实上，对任意的$y=(4k\pm 1)\pi\in Y$，有

$$n_1=2k，\text{或}\quad n_2=2k-1，$$

使
$$y_1=(4k+1)\pi=[2(2k)+1]\pi$$
$$=(2n_1+1)\pi\in X,$$

$$y_2=(4k-1)\pi=[2(2k-1)+1]\pi$$
$$=(2n_2+1)\pi\in X;$$

$\therefore\quad Y\subseteq X.$

对任意的$x=(2n+1)\pi\in X$，有

当n为偶数(可表为$n=2N\quad N$为整数)时，取$k=N$，便有

$$x=(2n+1)\pi=[2(2N)+1]\pi=(4k+1)\pi\in Y;$$

当n为奇数（可表为$n=2N+1$，N为整数）时，取$k=N+1$，便有

$$x=(2n+1)\pi=[2(2N+1)+1]\pi=(4N+3)\pi$$
$$=[4(N+1)-1]\pi=(4k-1)\pi\in Y;$$

$\therefore\quad X\subseteq Y.$

根据数集相等的定义可知，$X=Y$，故应选C作答。

【答案】

C

【容易出现的错误】

（1）错选D作答，这可能是由于认为表达式不相同，所以表达式所表示的数集就不相等。

（2）错选B作答．认为实数集X和Y虽是π的奇数倍的集合，但X是π的所有奇数倍的集合，而误认Y中的元素可排成一个公差为4π的等差数列，只是π的奇数倍的一部分，因此Y是X的一个子集。

2．如果圆$x^2+y^2+Gx+Ey+F=0$与x轴相切于原点，那么

A．$F=0$，$G\neq0$，$E\neq0$。

B．$E=0$，$F=0$，$G\neq0$。

C．$G=0$，$F=0$，$E\neq0$。

D. $G=0$, $E=0$, $F\neq 0$.

〔答〕(　　)

【审题与分析】

依题意，圆与x轴相切于原点，则原点在圆上，即$x=0$，$y=0$是方程的解；代入可得$F=0$。其次，圆心必在y轴上（原点除外），根据给出的圆方程，可知圆心坐标为$\left(-\frac{G}{2}, -\frac{E}{2}\right)$；于是应有$-\frac{G}{2}=0$，$-\frac{E}{2}\neq 0$，即$G=0$，$E\neq 0$。所以，应选C作答。

【答案】

C

【容易出现的错误】

错选B作答，可能是由于把圆心坐标颠倒，或者误认y轴上（原点除外）的点的坐标为（a，0）所致。

3．如果n是正整数，那么$\frac{1}{8}[1-(-1)^n](n^2-1)$的值

A．一定是零。

B．一定是偶数。

C．是整数但不一定是偶数。

D．不一定是整数。

〔答〕(　　)

【审题与分析】

要知$\frac{1}{8}[1-(-1)^n](n^2-1)$的值，可分别讨论后面两个因子的值。首先，有

$$\left[1-(-1)^n\right]=\begin{cases}2, & \text{当}n\text{是奇数;}\\ 0, & \text{当}n\text{是偶数.}\end{cases}$$

于是，当n是偶数时，原式的值是零；当n是奇数时，可记为$n=2k+1$（k是非负整数），这时有

$$n^2-1=(2k+1)^2-1=4k^2+4k$$
$$=4k(k+1),$$

所以　原式 $=\frac{1}{8}\times 2\times 4k(k+1)=k(k+1)$.

由于k，$k+1$是相邻的两个正整数，其乘积必为偶数，加之零也是偶数，所以，对任一个正整数n，原式的值都是偶数，故应选B作答。

【答案】

B

【容易出现的错误】

（1）误以C作答，可能是由于认为零不是偶数，或不懂$k(k+1)$是偶数所致。

（2）错选D作答，可能是由于没有认真计算，见到$\frac{1}{8}$，就误认原式必然出现分数值，也可能是由于讨论n是奇数情形时，漏掉因子$\left[1-(-1)^n\right]=2$所致。

4．$\arccos(-x)$大于$\arccos x$的充要条件是

A．$x\in(0, 1]$.　　B．$x\in(-1, 0)$.

C．$x\in[0, 1]$.　　D．$x\in\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

〔答〕（　　）

【审题与分析】

根据反余弦函数的定义，$\arccos x$的定义域为$x\in[-1,$

1]；而且是严格的减函数，所以

$$\arccos(-x)>\arccos x$$

$\Leftrightarrow$ $-x<x$，且$x\in[-1, 1]$

$\Leftrightarrow$ $x>0$，且$x\in[-1, 1]$

$\Leftrightarrow$ $x\in(0, 1]$

故应选A作答。

【答案】

A

【容易出现的错误】

错选B作答。这可能由于误认arc cos$x$是增函数所致。

5．如果θ是第二象限角，且满足$\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{1-\sin\theta}$，那么$\frac{\theta}{2}$

A．是第一象限角。

B．是第三象限角。

C．可能是第一象限角，也可能是第三象限角。

D．是第二象限角。

〔答〕（　　）

【审题与分析】

首先，由于θ是第二象限角，所以$\frac{\theta}{2}$可能是第一象限角，也可能是第三象限角，且角的终边将位于图1中有斜线所示的区域之中。

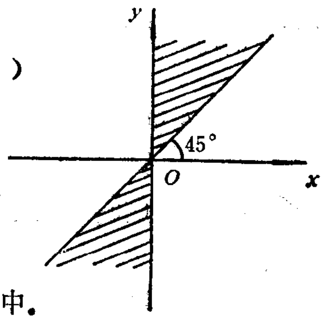

图 1

其次，由于

$$\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{1-\sin\theta}\geqslant 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad \cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}\geqslant 0$$

$$\Longleftrightarrow \quad \cos\frac{\theta}{2}\geqslant\sin\frac{\theta}{2}$$

在图1中$\frac{\theta}{2}$满足此不等式的范围，在第一象限里是没有斜线的区域，而在第三象限里是有斜线的区域（图1）。

于是，为了同时满足题设中的两个条件，$\frac{\theta}{2}$一定是第三象限角，故应选B作答。

【答案】

B

【容易出现的错误】

错选C作答。原因可能是误认

$$\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}=\sqrt{1-\sin\theta}$$

$$\Longleftrightarrow \quad \left(\cos\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\theta}{2}\right)^2=1-\sin\theta,$$

而这后一个等式是恒等式，于是只由θ是第二象限角这个条件推出结论造成错误。

第　二　题

（本题满分24分）本题共有6个小题，每一个小题满分4分。只要求直接写出结果。

1．已知圆柱的侧面展开图是边长为2与4的矩形，求圆柱的体积。

【审题与分析】

本题要求圆柱体积．根据体积公式$V=\pi r^2h$，应当知道圆柱的底圆半径r和圆柱高h的值，这两个数值可由题设的已知条件推出。圆柱侧面展开图是一个矩形，该矩形一边的长度恰好是圆柱的高h，另一边的长度恰好是圆柱底圆的周长$2\pi r$。题设只给出侧面展开矩形的边长分别为2和4，没有指明哪一边是圆柱的高，哪一边是底圆的周长，所以下面两种情形，都可满足题设条件：

（1） $h=2$，$2\pi r=4$，即$r=\frac{2}{\pi}$，这时有

$$V=\pi\cdot\left(\frac{2}{\pi}\right)^2\cdot 2=\frac{8}{\pi};$$

（2） $h=4$，$2\pi r=2$，即$r=\frac{1}{\pi}$，这时有

$$V=\pi\cdot\left(\frac{1}{\pi}\right)^2\cdot 4=\frac{4}{\pi}.$$

【答案】

$\frac{8}{\pi}$或$\frac{4}{\pi}$。

【容易出现的错误】

（1）审题时考虑不周，认为圆柱侧面展开图中，一边只能作为高，而没有想到这边也可以作为底圆的周长，因而漏了一个结果。

（2）在两个结果之间没有加上“或”字，这也是一种错误。

2．函数$\log_{0.5}(x^2+4x+4)$在什么区间上是增函数？

【审题与分析】

要求得给定函数的增函数区间，首先应当确定函数的定义域，根据对数函数的性质，真数必须大于零，即应有

$$x^2+4x+4>0;$$

由于$x^2+4x+4=(x+2)^2$，所以函数的定义域为：不等于-2的所有实数。

其次讨论它的增减性，有两种方法。

第一种方法，以初等函数的增减性质为基础，视给出的函数为复合函数进行讨论。根据二次函数的性质，当x由$-\infty$增大至-2时，$(x+2)^2$由$+\infty$单调递减至0；当x由-2增大至$+\infty$时，$(x+2)^2$由0单调递增至$+\infty$；而底数小于1的对数函数是随真数的增加而单调减小的。所以，函数$\log_{0.5}(x^2+4x+4)$的增函数区间应该含于$(x+2)^2$的减函数区间$(-\infty,-2]$，由于这个区间与给定函数的定义域的交集是$(-\infty,-2)$，所以，$(-\infty,-2)$就是所求答案。

对于学过微分学的学生，可以用求导数的方法寻找所要求的区间，这就是第二种方法：

$$\begin{aligned}&(\log_{0.5}(x^2+4x+4))'\\&=\frac{1}{\ln 0.5}\cdot\frac{2x+4}{(x^2+4x+4)}\\&=\frac{2}{(\ln 0.5)\cdot(x+2)},\end{aligned}$$

令 $(\ln 0.5)\cdot(x+2)>0$，

可得 $x<-2$。

再结合函数的定义域，可知$x<-2$是所求区间。

【答案】

$(-\infty,-2)$。或者写成$x<-2$。

【容易出现的错误】

(1)错答成"不存在"。这可能是认为底数小于1时，对数函数是减函数，而没有仔细研究真数x^2+4x+4的变化规律的缘故。

(2)错答成$x\leqslant -2$。这可能是粗心所致，也可能是没有认真讨论给定函数的定义域，草率地用$(x+2)^2$的减函数区间$(-\infty, -2)$作答。

3．求方程$(\sin x+\cos x)^2=\frac{1}{2}$的解集。

【审题与分析】

这是一道求解简单三角方程的问题，一般可运用三角函数式的恒等变形，把方程化简，然后求解。

因为 $(\sin x+\cos x)^2$

$=\sin^2 x+2\sin x\ \cos x+\cos^2 x$

$=1+\sin 2x$,

所以原方程可化为同解方程：

$$1+\sin 2x=\frac{1}{2},$$

即 $\sin 2x=-\frac{1}{2}$;

解之，得

$$2x=\left(\frac{3\pi}{2}\pm\frac{\pi}{3}\right)+2n\pi,$$

即 $x=\frac{1}{12}(9\pi\pm 2\pi)+n\pi$ (n是整数)。

用集合的记号表示，原方程的解集为

$$\left\{x: x=\frac{7\pi}{12}+n\pi, n\in Z\right\}\cup\left\{x: x=\frac{11\pi}{12}+n\pi, n\in Z\right\}.$$