

ADAMS 2005

机械设计

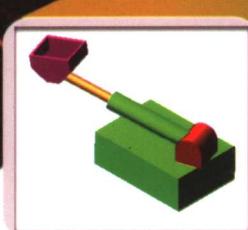
高级应用实例

郑凯 胡仁喜 陈鹿民 等编著



ADAMS 2005

COMPUTER AID DESIGN FOR MECHANISM



全面完整 的知识体系

深入浅出 的理论阐述

循序渐进 的分析讲解

实用典型的 实例引导

机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

计算机辅助机械设计高级应用实例

COMPUTER AID DESIGN FOR MECHANISM

系列

计算机辅助机械设计高级应用实例系列

ADAMS 2005 机械设计高级应用实例

郑凯 胡仁喜 陈鹿民 等编著



机 械 工 业 出 版 社

本书以最新版本的 ADAMS 2005 为对象，系统地介绍了 ADAMS 2005 各种基本功能和机械工程开发中最常用的 5 个专业模块。全书分为两篇：第 1 篇为基础知识篇，主要介绍 ADAMS 2005 的基本功能和简单建模与仿真实例，包括绪论、ADAMS 软件基本操作、约束模型构件、施加载荷、ADAMS 建模与仿真实例；第 2 篇为专业模块篇，主要讲述了 ADAMS/Vibration 振动模块、ADAMS/Controls 控制模块、ADAMS/Car 车辆模块、ADAMS/Engine 发动机模块、ADAMS/Rail 铁道机车模块等 5 大常用专业模块。

由于 ADAMS 属于比较难以掌握的高端 CAE 软件，所以作者专门随书配送了多媒体学习光盘，包括全书实例源文件和所有实例的操作过程动画文件，可以帮助读者更加形象直观地学习本书内容。

图书在版编目 (CIP) 数据

ADAMS 2005 机械设计高级应用实例 / 郑凯等编著.

—北京：机械工业出版社，2006. 2

(计算机辅助机械设计高级应用实例系列)

ISBN 7-111-18281-2

I . A… II . 郑 III . 机械设计：计算机辅助设计—应用软件，
ADAMS 2005 IV . TH122

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2005)第 159164 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

责任编辑：曲彩云 责任印制：杨 曜

北京蓝海印刷有限公司印刷

2006 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

787mm×1092mm 1/16 • 18.25 印张 • 440 千字

0001—5000 册

定价：39.00 元(含 1CD)

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换
本社购书热线电话 (010) 68326294

封面无防伪标均为盗版

出版说明

机械设计是一门古老而成熟的学科，自第一次工业革命以来，经过几百年的发展，现在已臻于完善。然而，用传统的手工进行计算绘图的机械设计方法在日新月异的社会发展需求面前显得捉襟见肘，力不从心。以计算机为代表的信息技术推动整个社会各方面发展的同时也为机械设计这门古老的学科带来了新的生机，这就是计算机辅助设计（CAD）。

借助计算机提供的信息化平台，机械设计得以摆脱传统手工绘图和设计计算的烦琐和落后，变得高度自动化和精确化。可以说，CAD 技术在继承成熟的机械设计理论的同时已经彻底颠覆了传统机械设计几百年的人工模式。

目前，我国的机械设计学科也正在进行这场深刻的计算机革命。世界和国产的各种优秀 CAD 软件正以前所未有的速度迅速进入机械设计和制造行业的各个领域。由于目前 CAD 技术在我国机械设计工程界正处于一个快速导入期，各种 CAD 软件由于其自身的性能优势拥有不同的应用人群。本“计算机辅助机械设计高级应用实例系列”丛书针对机械设计行业不同应用对象，精选了目前国内应用最广泛的 12 种 CAD 软件，结集成书，力图全景式地介绍目前主流 CAD 软件的功能和特点，为不同需求人群设计一套完整的学习和应用指导工具书。

这套丛书所属各书目具有以下特点：

◆ 版本前沿

本丛书所有讲解对象软件都是世界或国内对应软件的最新版本，编者力图将目前世界上最新的功能最强大的 CAD 软件介绍给读者，使读者能够学习到最前沿的知识。

◆ 内容精深

编者力图跳出目前市面低中端书籍的俗套，站在一个比较高的起点上，对每一个软件进行全貌式的讲解，从低端的基本功能介绍入手，循序渐进地逐步深入，直至对各种软件的高端分析与开发功能进行详细而具体的剖析。在此过程中，贯穿大量而又有机联系的实例，帮助读者在有限的篇幅内轻松而又深入地掌握本软件的知识精髓。

◆ 作者权威

本丛书各书目的作者都是相应软件使用方面的专家和技术权威，都有过相关软件的多年使用或教学经验，也是利用该软件进行 CAD 设计的高手，他们集中自己多年的心血，融化于字里行间，有很多地方都是他们经过反复研究得出的经验总结。

借这套丛书的出版，希望能够对广大读者的能力提高有所裨益。

前 言

随着计算技术的日臻成熟，近来在对机械系统进行分析中，出现了虚拟样机技术。虚拟样机技术(Virtual Prototyping Technology，又译虚拟模型技术)是一项新生的工程技术。它采用计算机仿真与虚拟技术，在计算机上通过 CAD/CAM/CAE 等技术把产品的资料集成到一个可视化的环境中，实现产品的仿真、分析。虚拟样机技术在设计的初级阶段——概念设计阶段就可以对整个系统进行完整的分析，可以观察并试验各组成部件的相互运动情况。使用系统仿真软件在各种虚拟环境中真实地模拟系统的运动，它可以在计算机上方便地修改设计缺陷，仿真实验不同的设计方案，对整个系统不断改进，直至获得最优设计方案以后，再做出物理样机。

ADAMS (Automatic Dynamic Analysis of Mechanical System) 软件，是由美国机械动力公司(Mechanical Dynamics Inc.) (现已经并入美国 MSC 公司) 开发的最优秀的机械系统动态仿真软件，是目前世界上最具权威性的，使用范围最广的机械系统动力学分析软件，在全球占有率最高。ADAMS 软件广泛应用于航空航天、汽车工程、铁路车辆及装备、工业机械、工程机械等领域。国外的一些著名大学也已开设了介绍 ADAMS 软件的课程，将三维 CAD 软件、有限元软件和虚拟样机软件作为机械专业学生必须了解的工具软件。ADAMS 一方面是机械系统动态仿真软件的应用软件，用户可以运用该软件非常方便地对虚拟样机进行静力学、运动学和动力学分析。另一方面，又是机械系统动态仿真分析开发工具，其开放性的程序结构和多种接口，可以成为特殊行业用户进行特殊类型机械系统动态仿真分析的二次开发工具平台。ADAMS 与先进的 CAD 软件 (UG, PRO/E) 以及 CAE 软件(ANSYS) 可以通过计算机图形交换格式文件相互交换以保持数据的一致性。ADAMS 软件支持并行工程环境，节省大量的时间和经费。利用 ADAMS 软件建立参数化模型可以进行设计研究、试验设计和优化分析，为系统参数优化提供了一种高效开发工具。

本书以最新版本的 ADAMS 2005 为对象，系统地介绍了 ADAMS 2005 各种基本功能和机械工程开发中最常用的 5 个专业模块。全书分为两篇，第 1 篇为基础知识篇，主要介绍 ADAMS 2005 的基本功能和简单建模与仿真实例，包括绪论、ADAMS 软件基本操作、约束模型构件、施加载荷、ADAMS 建模与仿真实例；第 2 篇为专业模块篇，主要讲述了 ADAMS/Vibration 振动模块、ADAMS/Controls 控制模块、ADAMS/Car 车辆模块、ADAMS/Engine 发动机模块、ADAMS/Rail 铁道机车模块等 5 大常用专业模块。

由于 ADAMS 属于比较难以掌握的高端 CAE 软件，所以作者专门随书配送了多媒体学习光盘，包括全书实例源文件和所有实例的操作过程动画文件，可以帮助读者更加形象直观地学习本书内容。

本书主要由郑凯、胡仁喜、陈鹿民编写，同时参加本书编写的还有郭树理、陈树勇、谷德桥、张俊生、阳平华、周冰、董伟、王兵学、王渊峰、郑长松、王敏、杨立辉、李瑞、周广芬、李鹏、陈丽芹、李世强、王佩楷、袁涛等。由于编者水平有限，时间仓促，所以本书难免在内容选材和叙述上有欠缺之处。竭诚欢迎广大读者对本书提出批评和建议。可以发电子邮件到编者的电子信箱：win760520@126.com，以方便做进一步的修改。

作 者

2006. 1

目 录

出版说明

前言

第1篇 功能介绍篇

第1章 绪论.....	2
1.1 系统动力学基础.....	2
1.2 多刚体系统动力学的求解.....	3
1.3 多柔体系统动力学.....	6
1.4 虚拟样机技术.....	6
1.5 ADAMS 软件	8
1.6 ADAMS 软件模块介绍	8
1.7 ADAMS 软件理论基础介绍	10
1.7.1 ADAMS 中的坐标系	10
1.7.2 ADAMS 中刚体及其点的运动的求解	12
1.7.3 ADAMS 中的柔性模块求解	14
1.7.4 ADAMS 的求解	20
第2章 ADAMS 软件基本操作	25
2.1 ADAMS 软件模块	25
2.1.1 ADAMS 软件基本求解仿真模块	25
2.1.2 ADAMS 软件的其他 功能扩展模块	26
2.1.3 接口模块.....	27
2.2 ADAMS/View 命令操作	28
2.2.1 ADAMS/View 的启动	28
2.2.2 ADAMS/View 的界面介绍	31
2.3 几何建模.....	34
2.3.1 几何建模预备知识.....	34
2.3.2 建模前的准备工作.....	35
2.3.3 几何建模工具.....	38
2.3.4 创建建构几何体.....	39
2.3.5 创建实体几何模型.....	43
2.3.6 创建复杂几何图形.....	49
2.3.7 创建柔性梁.....	55
2.3.8 修改几何体.....	56
2.3.9 修改构件特性.....	57
第3章 约束模型构件.....	60
3.1 约束类型.....	60
3.2 约束和自由度.....	60
3.3 约束的命名.....	61

3.4 约束工具.....	61
3.5 常用约束.....	62
3.5.1 常用理想约束.....	62
3.5.2 施加螺旋副.....	63
3.5.3 施加齿轮副.....	64
3.5.4 施加耦合副.....	65
3.5.5 修改理想运动副.....	65
3.6 虚约束.....	67
3.7 创建高副.....	68
3.8 定义机构的运动.....	71
3.8.1 机构运动的类型和定义值的方法.....	71
3.8.2 创建运动副运动.....	71
3.8.3 创建点运动.....	73
3.8.4 约束构件的技巧.....	74
3.9 应用实例.....	75
3.9.1 启动 ADAMS/View	75
3.9.2 设置建模环境.....	75
3.9.3 几何建模.....	76
3.9.4 添加约束.....	79
3.9.5 运动仿真.....	80
第 4 章 施加载荷.....	82
4.1 载荷的类型和定义值的方法.....	82
4.1.1 载荷的类型.....	82
4.1.2 定义载荷值和方向的方法.....	82
4.2 施加载荷.....	83
4.2.1 施加单方向作用力.....	83
4.2.2 施加分量作用力.....	84
4.3 柔性连接.....	86
4.3.1 拉压弹簧阻尼器.....	86
4.3.2 扭转弹簧阻尼器.....	87
4.3.3 轴套力.....	88
4.3.4 施加无质量梁.....	90
4.3.5 力场.....	93
4.4 接触.....	94
第 5 章 ADAMS 建模与仿真实例	97
5.1 曲柄连杆机构.....	97
5.1.1 运行 ADAMS	98
5.1.2 设置建模环境.....	98
5.1.3 几何建模.....	99

5.1.4 建立约束.....	100
5.1.5 设置初始状态.....	102
5.1.6 进行仿真.....	103
5.1.7 测量仿真结果.....	103
5.2 单摆机构.....	106
5.2.1 运行 ADAMS	107
5.2.2 建立摆臂.....	108
5.2.3 设置摆臂质量.....	108
5.2.4 设置摆臂位置.....	109
5.2.5 建立单摆支点.....	109
5.2.6 设置初始运动.....	109
5.2.7 验证模型.....	110
5.2.8 设置 A 点支撑力的测量.....	111
5.2.9 运行仿真.....	112
5.2.10 得到支撑力.....	112
5.3 凸轮机构.....	113
5.3.1 运行 ADAMS	114
5.3.2 建立凸轮部件.....	114
5.3.3 建立转动副.....	115
5.3.4 建立其他部件.....	115
5.3.5 建立平动副.....	117
5.3.6 添加线一线约束.....	117
5.3.7 添加运动约束.....	118
5.3.8 验证模型.....	118
5.3.9 建立测量.....	119
5.3.10 运行仿真.....	120
5.4 自由降落的石块.....	121
5.4.1 启动 ADAMS	122
5.4.2 建模.....	122
5.4.3 建立测量.....	123
5.4.4 验证模型.....	125
5.4.5 运行仿真.....	125
5.5 投射石块.....	128
5.5.1 启动 ADAMS	128
5.5.2 建模.....	129
5.5.3 建立测量.....	130
5.5.4 进行仿真.....	131
5.6 斜面.....	133
5.6.1 启动 ADAMS	133

5.6.2 建模.....	134
5.6.3 添加约束.....	137
5.6.4 建立测量.....	138
5.6.5 验证模型.....	138
5.6.6 运行仿真.....	139
5.6.7 改进模型.....	139
5.7 起重机.....	142
5.7.1 启动 ADAMS	143
5.7.2 建模.....	143
5.7.3 添加约束.....	149
5.7.4 添加运动.....	151
5.8 弹簧阻尼器.....	153
5.8.1 启动 ADAMS	154
5.8.2 建模.....	154
第2篇 专业模块篇	
第6章 ADAMS/Vibration 振动模块	164
6.1 建模.....	166
6.2 模型仿真.....	168
6.3 建立输入通道.....	169
6.4 建立输出通道.....	173
6.5 测试模型.....	174
6.6 验证模型.....	175
6.6.1 绘制系统模态.....	176
6.6.2 动画显示固有模态.....	178
6.6.3 动画显示受迫振动分析结果.....	180
6.6.4 绘制频率响应.....	181
6.6.5 绘制功率谱密度.....	184
6.6.6 绘制模态坐标.....	185
6.7 精化模型.....	186
6.7.1 受迫振动分析.....	186
6.7.2 动画显示固有模态.....	187
6.7.3 绘制受迫振动频率响应.....	188
6.8 优化模型.....	190
6.8.1 1%的总阻尼.....	190
6.8.2 2%, 3%, 4%, 5%的总阻尼.....	193
第7章 ADAMS/Controls 控制模块	195
7.1 ADAMS/Controls 设计流程	195
7.2 ADAMS/Controls 应用实例	197
7.2.1 导入模型.....	197

7.2.2 加载 ADAMS/Controls 模块.....	198
7.2.3 运行实验仿真.....	198
7.2.4 取消驱动.....	199
7.2.5 核实输入变量.....	199
7.2.6 核实输出变量.....	201
7.2.7 导出 ADAMS 模型.....	202
7.3 连接 ADAMS/Controls 和 MATLAB	203
7.3.1 开启 Matlab	203
7.3.2 创建控制系统模型.....	205
7.3.3 搭建控制系统模型.....	205
7.3.5 模型仿真.....	207
7.3.6 绘制结果.....	208
第 8 章 ADAMS/Car 车辆模块	210
8.1 创建悬吊系统.....	210
8.1.1 创建前悬吊子系统.....	210
8.1.2 创建悬吊和转向系统.....	213
8.1.3 定义车辆参数仿真.....	214
8.1.4 仿真结果绘图.....	216
8.1.6 载荷文件定义及施加.....	218
8.1.7 仿真结果绘图.....	219
8.1.8 悬吊系统与转向系统的修改.....	221
8.1.9 修改后的系统模型分析.....	222
8.1.10 分析结果比较.....	222
8.1.11 仿真和绘图的删除.....	223
8.2 弹性体对悬吊和整车装配的影响分析.....	223
8.2.1 创建悬吊装配.....	223
8.2.2 创建弹性体.....	225
8.3 包含弹性体的整车装配.....	227
8.3.1 创建整车装配并将悬吊子系统置于运动学模式.....	227
8.3.2 交换 MNF 文件.....	228
第 9 章 ADAMS/Engine 发动机模块	230
9.1 创建配气系统.....	230
9.1.1 创建配气子系统.....	230
9.1.2 替换气门弹簧.....	231
9.1.3 修改板的半径.....	232
9.1.4 修改弹簧安装长度.....	233
9.1.5 气门系统创建.....	233
9.1.6 修改凸轮包角.....	234
9.1.7 执行分析.....	235

9.1.8 绘制接触力曲线.....	236
9.1.9 绘制阀的运动与凸轮包角关系曲线.....	237
9.1.10 替换阀门弹簧.....	238
9.1.11 执行分析.....	238
9.1.12 比较分析结果.....	240
9.1.13 执行 Rpm Sweep SVT 分析.....	242
9.2 多质量弹簧创建及修改.....	244
9.2.1 创建系统.....	244
9.2.2 修改安装长度及多质量弹簧.....	244
9.2.3 创建请求及执行分析.....	246
9.2.4 输入试验数据.....	247
9.2.5 绘制试验数据及结果.....	248
9.3 分析已修改的多质量弹簧子系统.....	249
9.3.1 修改多质量弹簧及仿真.....	249
9.3.2 结果绘图.....	251
9.3.3 保存.....	252
9.4 创建液压连接调节装置.....	252
9.4.1 创建组件装配.....	252
9.4.2 修改安装长度和油压.....	253
9.4.3 修改液压连接调整装置及油特性.....	253
9.4.4 执行稳态加载分析.....	255
9.4.5 运行 Frequency-Sweep 分析.....	255
9.4.6 保存子系统.....	256
第 10 章 ADAMS/Rail 铁道机车模块	257
10.1 创建行走转向系统.....	257
10.1.1 创建前行走（转向、机构子系统）.....	257
10.1.2 保存转向车.....	258
10.1.3 创建传动子系统.....	258
10.1.4 修改后转向车的反横摆阻尼器.....	259
10.1.5 移动后转向车子系统.....	260
10.1.6 保存子系统.....	260
10.1.7 创建车体子系统.....	260
10.1.8 保存车体子系统.....	261
10.1.9 创建完整的轨道列车装配.....	261
10.1.10 执行预载分析.....	262
10.1.11 保存装配.....	263
10.1.12 执行线性分析.....	263
10.1.13 查看线性分析结果.....	263
10.1.14 执行动力学分析.....	264

10.1.15 执行稳定性分析.....	265
10.1.16 绘制稳定性分析结果.....	265
10.2 创建模版.....	266
10.2.1 检查用户模式.....	266
10.2.2 启动 ADAMS/Rail	266
10.2.3 创建转向车模版.....	267
10.2.4 创建转向车部件（轮副）	267
10.2.5 创建转向车车架.....	268
10.2.6 创建两个前轴箱.....	269
10.2.7 创建两个后轴箱.....	269
10.2.8 创建第一级悬挂.....	270
10.2.9 创建一级悬挂系统.....	270
10.2.10 创建固定部件.....	271
10.2.11 创建构架.....	271
10.2.12 创建二级悬挂系统.....	272
10.2.13 创建垂向、横向和反偏摆阻尼器.....	272
10.2.14 挡块（Bumpstops. 的创建.....	275
10.2.15 定义转动铰.....	276
10.2.16 创建车体角位移横向平衡杆.....	277
10.2.17 创建拖动杆衬套.....	277
10.2.18 保存.....	278
10.2.19 创建车厢体模板.....	278
10.2.20 创建输出交换器.....	279

第1篇

第一章

功能介绍篇

计算机辅助设计高级应用系列丛书

COMPUTER AID DESIGN

本篇介绍以下主要知识点：

绪论

ADAMS 基本操作

约束

载荷

ADAMS 建模与仿真实例

第1章 绪论



本章详细介绍了系统动力学基础及其在虚拟样机技术中的应用，并介绍了目前常用的一些系统动力学应用软件。最后较详尽地介绍了ADAMS软件的功能模块、软件理论及刚体以及柔性体的求解。



本章重点

- 系统动力学基础理论：多刚体系统动力学，多柔体系统动力学
- 虚拟样机技术
- 常用的系统动力学软件
- ADAMS软件功能模块及计算理论

1.1 系统动力学基础

多体系统动力学包括多刚体系统动力学和多柔体系统动力学，是研究多体系统运动规律的学科。这种多体系统一般由若干个柔性和刚性物体相互连接所组成，其结构和连接方式多种多样，因而动力学方程式一般都是高阶非线性方程，特别是多柔体系统动力学的动力学方程是强耦合、强非线性方程，这种方程目前只能通过计算机用数值方法进行求解。多体系统动力学首先是经典的动力学理论同现代计算机技术相结合的产物，为此，称之为多体系统计算动力学，并明确提出计算动力学的基本任务：

- (1) 系统运动学与动力学方程的自动建立，即根据动力学原理编制相应的通用软件系统，以便工程师们能够输入少量描述系统特征的数据，由计算机自动建立系统运动学与动力学方程；
- (2) 运动学与动力学方程的自动求解。即实施有效的数值计算方法，以便通过仿真由计算机自动产生系统的动力学响应。仿真结果的合理解释，即将仿真结果以方便直观的形式通过计算机终端表达出来。

在对机械系统研究中常分为静力学分析、运动学分析、动力学分析：

- (1) 机械系统的静力学分析在一定条件下，机械系统变成一个刚性系统，系统中的各构件之间没有相对运动。此时主要是分析在各种力的作用下，各构件的受力和强度问题。

(2) 机械系统的运动学分析主要涉及系统及其各构件的运动分析, 它与引起运动的力无关。运动学分析中, 系统中一个或多个构件的位置或杆对位置与时间的关系是规定好的, 其余构件的位置、速度和加速度与时间的关系, 可以通过求解位置的非线性方程组和速度、加速度的非线性方程组来确定。

(3) 机械系统的动力学分析主要涉及由外力作用引起的系统运动分析, 有两种情况: 一种是确定与时间无关的力作用下系统的平衡位置。在外力作用下系统的运动与运动学关系式相一致, 这些关系是通过连接系统构件的运动副施加给系统。可以运用动力学方程或微分方程与代数方程组合求解, 确定系统的运动; 另一种情况是运动学分析和动力学分析的组合形式。

1.2 多刚体系统动力学的求解

随着多体动力学的发展, 目前应用于多刚体系统动力学的方法主要有以下几种: 牛顿—欧拉法(Newton-Euler)、拉格朗日方程法、图论(R-W)法、凯恩方法、变分方法、旋量方法等。在求解机械系统(多体系统)动力学控制方程时, 常常(如ADAMS软件等)采用3种功能强大的变阶和变步长积分求解程序, 即BDF、Gstiff和Dstiff来求解稀疏耦合的非线性微分一代数方程。

ADAMS用刚体*i*的质心笛卡尔坐标和反映刚体方位的欧拉角(或广义欧拉角)作为广义坐标, 即 $q_i = [x, y, z, \psi, \theta, \varphi]^T$, $q = [q_1^T, L, q_n^T]^T$ 。采用拉格朗日乘子法建立系统运动方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right)^T - \left(\frac{\partial T}{\partial q} \right)^T + f_q^T \rho + g_{\dot{q}}^T \mu = Q \quad (1-1)$$

完整约束方程时: $f(q, t) = 0$, 非完整约束方程时: $g(q, \dot{q}, t) = 0$

式中 T —系统动能;

q —系统广义坐标列阵;

Q —广义力列阵;

ρ —对应于完整约束的拉氏乘子列阵;

M —对应于非完整约束的拉氏乘子列阵;

\dot{q} —系统广义速度列阵。

定义1 系统动力学方程: 对于有*N*个自由度的力学系统, 确定*N*个广义速率以后, 即可计算出系统内各质点及各刚体相应的偏速度及偏角速度, 以及相应的*N*个广义主动力及广义惯性力。令每个广义速率所对应的广义主动力与广义惯性力之和为零, 所得到的*N*个标量方程即称为系统的动力学方程, 也称为凯恩方程:

$$F^{(r)} + F^{*(r)} = 0 \quad (r=1, 2, \dots, N) \quad (1-2)$$

写成矩阵形式为:

$$F + F^* = 0 \quad (1-3)$$

式中 F 、 F^* 为 N 阶列阵。

$$\text{定义为: } F = [F^{(1)} \dots F^{(N)}]^T \quad F^* = [F^{*(1)} \dots F^{*(N)}]^T$$

在系统运动方程 (1) 中令: $u = \dot{q}$, $\dot{u} = \ddot{q}$ 。

则系统运动方程可化成动力学方程为:

$$F(q, u, \dot{u}, \lambda, t) = 0 \quad (1-4)$$

$$G(u, \dot{q}) = u - \dot{q} = 0 \quad (1-5)$$

$$\phi(q, t) = 0 \quad (1-6)$$

式中 u —— 广义速度列阵;

λ —— 约束反力及作用力列阵;

G —— 描述广义速度的代数方程列阵;

ϕ —— 描述约束的代数方程列阵。

定义 2 Gear 预估—校正多步算法继承 ADAMS 四阶预估—校正变阶算法, 采用变步长法, 其步骤如下:

(1) $f(x, t)$ 的 Jacobi 矩阵的计算。

(2) 校正的迭代运算, 第二步运行时要适当给出迭代精度与单步积分精度, 否则会出现迭代收敛所要求的步长小于单步积分精度要求的步长, 造成计算步长反复放大缩小。

定义系统的状态矢量 $y = [q^T, u^T, \lambda^T]^T$, 用 Gear 算法求解系统运动方程, 首先, 根据当前时刻的系统状态矢量值, 用 Taylor 级数预估下一个时刻系统的状态矢量值:

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\partial y_n}{\partial t} h + \frac{1}{2!} \frac{\partial^2 y_n}{\partial t^2} h^2 + \dots \quad (1-7)$$

其中时间步长 $h = t_{n+1} - t_n$, 这种预估算法得到的新的时刻的系统状态矢量值通常不准确, 可由 Gear 法 $K + 1$ 阶积分进行校正:

$$y_{n+1} = -h \beta_0 \dot{y}_{n+1} + \sum_{i=1}^k \alpha_i y_{n-i+1} \quad (1-8)$$

式中 y_{n+1} 是 $y(t)$ 在 $t = t_{n+1}$ 时的近似值,

β_0, α_i 为 Gear 积分系数值, 也可写成:

$$\dot{y}_{n+1} = \frac{-1}{h \beta_0} \left[y_{n+1} - \sum_{i=1}^k \alpha_i y_{n-i+1} \right] \quad (1-9)$$

则系统动力学方程在 $t = t_{n+1}$ 时刻展开, 得:

$$F(q_{n+1}, u_{n+1}, \dot{u}_{n+1}, \lambda_{n+1}, t_{n+1}) = 0 \quad (1-10)$$

$$G(u_{n+1}, \dot{q}_{n+1}) = u_{n+1} - \dot{q}_{n+1} = u_{n+1} - \left(\frac{-1}{h\beta_0} \right) \left(q_{n+1} - \sum_{i=1}^k \alpha_i q_{n-i+1} \right) = 0 \quad (1-11)$$

$$\Phi(q_{n+1}, t_{n+1}) = 0 \quad (1-12)$$

定义3 Newton—Raphson 算法: 求解非线性方程组 $\Phi(x) = 0$, 其中共有 n 个方程, 即: $\Phi = (\Phi_1 \cdots \Phi_n)^T$, 变量 x 阵为 n 阶列阵。N—R 算法的关键是如何选取适当的初值, 如果矩阵为非奇异, 则解是唯一的。使用修正的 N—R 算法求解上述非线性方程, 其迭代校正公式为:

$$F_j + \frac{\partial F}{\partial q} \Delta q_j + \frac{\partial F}{\partial u} \Delta u_j + \frac{\partial F}{\partial \dot{u}} \Delta \dot{u}_j + \frac{\partial F}{\partial \lambda} \Delta \lambda_j = 0 \quad (1-13)$$

$$G_j + \frac{\partial G}{\partial q} \Delta q_j + \frac{\partial G}{\partial u} \Delta u_j = 0 \quad (1-14)$$

$$\Phi_j + \frac{\partial \Phi}{\partial q} \Delta q_j = 0 \quad (1-15)$$

式中 j 表示第 j 次迭代, $\Delta q_j = q_{j+1} - q_j$, $\Delta u_j = u_{j+1} - u_j$, $\Delta \lambda_j = \lambda_{j+1} - \lambda_j$

$$\text{由式 (1-9) 知: } \Delta \dot{u}_j = -\left(\frac{1}{h\beta_0} \right) \Delta u_j,$$

$$\frac{\partial G}{\partial q} = \left(\frac{1}{h\beta_0} \right) I, \quad \frac{\partial G}{\partial u} = I$$

由 (1-11) 式知:

则写成矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial q} & \left(\frac{\partial F}{\partial u} - \frac{1}{h\beta_0} \frac{\partial F}{\partial \dot{u}} \right) & \left(\frac{\partial \Phi}{\partial q} \right)^T \\ \left(\frac{1}{h\beta_0} \right) I & I & 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial q} & 0 & 0 \end{bmatrix}_j \begin{Bmatrix} \Delta q \\ \Delta u \\ \Delta \lambda \end{Bmatrix}_j = \begin{Bmatrix} -F \\ -G \\ -\Phi \end{Bmatrix}_j \quad (1-16)$$

$$\frac{\partial F}{\partial q} \quad \frac{\partial F}{\partial u}$$

式中左边的系数矩阵称为系统的 Jacobi 矩阵, $\frac{\partial F}{\partial q}$ 是系统的刚度矩阵, $\frac{\partial F}{\partial u}$ 是系统阻尼矩阵, $\frac{\partial F}{\partial \dot{u}}$ 是系统质量矩阵。通过分解系统 Jacobi 矩阵求解 $\Delta q_j, \Delta u_j, \Delta \lambda_j$, 计算出 $q_{j+1}, u_{j+1}, \lambda_{j+1}, \dot{q}_{j+1}, \dot{u}_{j+1}, \dot{\lambda}_{j+1}$, 重复上述步骤, 直到满足收敛条件, 判定积分误差限, 确