

数 学

辅导与练习

河南教育出版社
山东教育出版社

各类成人高等学校入学考试套书



各类成人高等学校入学考试套书

数 学

辅 导 与 练 习

戴尧平 周其恩 编著
陈宗彬 张庆元

河南教育出版社

山东教育出版社

一九八五年十月

各类成人高等学校入学考试丛书

数 学
辅 导 与 练 习

戴尧平 周其恩 编著
陈宗彬 张庆元

河南教育出版社
山东教育出版社 出版
山东海阳印刷厂印刷
山东省新华书店发行

787×1092毫米 32开本 16.125印张 1 插页 318千字
1985年11月第1版 1985年11月第1次印刷
印数 1—11,100
统一书号 7356·215 定价 2.55元

出版说明

成人教育是我国社会主义教育事业极为重要的组成部分，是提高民族素质，多出人才、出好人才的重要途径之一。近几年来，我国成人教育事业有了很大发展，各类成人高校纷纷建立，学员人数迅速增加，在全社会形成了一个学科学、学文化，力争为祖国四化建设多做贡献的热潮。

为了帮助报考各类成人高等学校（包括电大、函大、刊大、夜大、职工大学、农业大学、普通高等院校举办的各种专修班、进修班等）的干部、军人、职工、农民、教师 and 自学者系统地复习中学课程，山东、河南教育出版社协作编辑出版了《各类成人高等学校入学考试复习套书》。全套书共分七册。即：《语文辅导与练习》、《政治辅导与练习》、《数学辅导与练习》、《物理辅导与练习》、《化学辅导与练习》、《历史辅导与练习》、《地理辅导与练习》。

这套书是根据教育部制定的《全国各类成人高等学校考试复习大纲》规定的复习范围和要求，参考普通中学教材，结合成人教育的特点，组织全国一些省市的富有教学经验的教师和教学研究人员编写的。全书包括内容提要、复习指导、思考与练习、自我测验四部分，政治、语文、数学、历

史、地理五册书的后面还附有《1985年全国电大招生考试试题及标准答案》。

《数学》包括函数、三角函数、空间图形、直线与曲线方程和复数、数列、排列与组合五部分，计十六章。内容提要，力求概括知识，全面系统，条理清楚，重点突出；复习指导，重在帮助读者如何复习，指出复习重点，复习要求，对个别疑难问题给出解释；例题分析着重指出解题的思路、方法和技巧；思考与练习，选择了一些具有代表性、典型性的习题，用以加强读者在基础知识与基本技能方面的训练；自我测验题，将帮助读者检查自己的复习情况。其中标“*”的内容（包括例题，习题），仅供理工农医类考生复习用。

本书是在集体讨论的基础上分头执笔编写的。其中第一、五部分由陈宗彬执笔，第二部分由戴光平执笔，第三部分由周其思执笔，第四部分由张庆元执笔。

编辑出版这套成人自学辅导资料，我们还缺少更多的经验，对于本套书在内容和练习编排中的不足之处，欢迎读者批评指正。

河南教育出版社

山东教育出版社

1985年10月

目 录

函数

- 一 集合 (1)
- 二 不等式 (18)
- 三 指数与对数 (41)
- 四 函数 (65)

三角函数

- 一 任意角的三角函数 (95)
- 二 三角函数式的变换 (124)
- 三 反三角函数和简单的三角方程 (158)
- 四 解三角形 (184)

• 空间图形

- 一 直线和平面 (204)
- 二 多面体和旋转体 (252)

直线和曲线方程

- 一 直线 (267)
- 二 圆锥曲线 (291)
- 三 极坐标与参数方程 (329)

复数、数列、排列和组合

* 一	复数	(359)
二	数列与数学归纳法	(383)
* 三	排列、组合与二项式定理	(406)
附录 I	答案与提示	(427)
附录 II	综合测验题一 (文科)	(491)
	综合测验题二 (理工科)	(496)
附录 II	一九八五年全国广播电视大学	
	文 科 招生 考试 数学 试题	(503)
	党政干部专修科	

函 数

一 集合

【内容提要】

1. 集合的基本概念

(1) 集合与元素

我们把一些具有某种属性的对象看成一个整体就形成了一个集合。集合里的各个对象叫做集合的元素。集合一般用大写字母 A 、 B 、 C 等表示，而元素则用小写字母 a 、 b 、 c 等表示。

(2) 有限集与无限集

含有有限个元素的集合叫做有限集。含有无限个元素的集合叫做无限集。

(3) 单元素集合与空集

只含有一个元素的集合叫做单元素集合。不含有任何元素的集合叫做空集，空集记作 $\emptyset$ 。

(4) 数集与点集

以数为元素的集合叫做数集。以点为元素的集合叫做点

集。如，数轴上的所有点组成一个集合（直线点集），平面上的所有点组成一个集合（平面点集）。

常见的数集有，自然数集，记作 N ；整数集，记作 Z （或 J ）；有理数集，记作 Q ；实数集，记作 R 。有时也用 Q^+ 、 Q^- 表示正有理数集和负有理数集， R^+ 、 R^- 表示正实数集和负实数集。

2. 集合的表示法

(1) 列举法

把集合中的所有元素一一列举出来，写在大括号内表示集合的方法叫做列举法。如 $\{a, b, c\}$ 、 $\{1\}$ 。

(2) 描述法

把集合中元素的共同属性描述出来，写在大括号内表示集合的方法叫做描述法。一般在大括号内划一竖线，在竖线左边写上该集合元素的一般形式，在竖线右边写上该集合元素的共同属性。例如，由方程 $x^2 - 1 = 0$ 的解组成的集合可表示为 $\{x \mid x^2 - 1 = 0\}$ ；由抛物线 $y = x^2 + 2x - 1$ 上的所有点组成的集合可表示为 $\{(x, y) \mid y = x^2 + 2x - 1\}$ 。

3. 元素与集合间的关系

元素与集合间的关系是从属关系，即属于或不属于的关系。这种关系常用符号“ $\in$ ”（属于）或“ $\notin$ ”（不属于）来表示。

$a \in A$ ：表示 a 是集合 A 的元素。

$a \notin A$ ：表示 a 不是集合 A 的元素。

4. 集合与集合间的关系

(1) 子集

对于两个集合 A 和 B ，如果集合 A 的所有元素都是集合 B 的元素，那么集合 A 叫做集合 B 的子集，记作

$$A \subseteq B \text{ (或 } B \supseteq A \text{),}$$

读作“ A 包含于 B ”（或“ B 包含 A ”）。

① 真子集

如果 A 是 B 的子集，且 B 中至少有一个元素不属于 A ，那么集合 A 叫做集合 B 的真子集（如图 1），记作



图 1

$$A \subset B \text{ (或 } B \supset A \text{).}$$

② 集合相等

对于两个集合 A 和 B ，如果 $A \subseteq B$ ，同时 $B \subseteq A$ （即集合 A 和 B 的元素完全相同），那么集合 A 与集合 B 相等，记作

$$A = B.$$

③ 子集的性质

(i) $A \subseteq A$ ，就是说，任何一个集合是它自身的子集。

(ii) $\emptyset \subseteq A$ ，就是说，空集是任何集合的子集。

(iii) 如果 $A \subseteq B$ ， $B \subseteq C$ ，则 $A \subseteq C$ 。

(2) 交集

由所有属于集合 A 且属于集合 B 的元素所组成的集合（即由集合 A 和集合 B 的所有公共元素组成的集合），叫做 A 与 B 的交集（如图 2 中的阴影部分），记作

$$A \cap B, \text{ 读作“} A \text{ 交 } B \text{”。即}$$

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ 且 } x \in B\}.$$

交集有如下性质:

(i) $A \cap A = A$, 就是说, 任何集合与其自身的交集还是其自身.

(ii) $A \cap \emptyset = \emptyset$, 就是说, 任何集合与空集的交集还是空集.

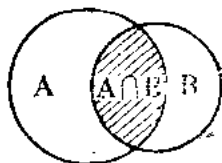


图 2

(3) 并集

由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素所组成的集合 (即把集合 A 和集合 B 的所有元素合并在一起, 但公共元素只出现一次所组成的集合), 叫做 A 与 B 的并集 (如图 3 中的阴影部分), 记作

$$A \cup B,$$

读作“ A 并 B ”, 即

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ 或 } x \in B\}.$$

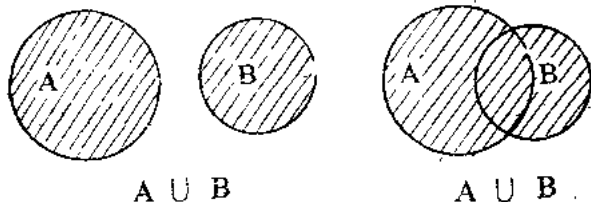


图 3

并集有如下性质:

(i) $A \cup A = A$, 即任何集合与其自身的并还是其自身.

(ii) $A \cup \emptyset = A$, 即任何集合与空集的并还是其自身.

(4) 补集

① 全集

在研究集合与集合之间的关系时，这些集合常常看成是某一给定集合的子集，这个给定集合叫做全集，用符号“ I ”表示。

② 补集

已知全集 I ，集合 $A \subseteq I$ ，由 I 中所有不属于 A 的元素组成的集合，叫做集合 A 在集合 I 中的补集（如图 4 中的阴影部分），记作

$$\bar{A},$$

读作“ A 补”，即

$$\bar{A} = \{x \mid x \in I \text{ 且 } x \notin A\}.$$

补集有如下性质：

(i) $A \cup \bar{A} = I$ ，即任何集合与其补集的并是全集。

(ii) $A \cap \bar{A} = \emptyset$ ，即任何集合与其补集的交是空集。

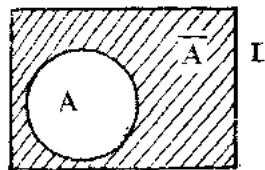


图 4

【复习指导】

1. 复习重点

集合是数学研究的基本对象，集合的思想已渗透到近代数学的各个领域。因此，学点集合知识，不仅可加深我们对数学概念的理解，而且也为我们以后学习近代数学提供了有利条件。

本章首先介绍了集合的概念和表示法，进而导出了集合

间的种种关系。其中，元素与集合间的关系、集合与集合间的关系是引出于子集、交集、并集、补集概念的基础，而集合的两种表示法则是刻画元素与集合间关系的具体表现形式；求集合的交集、并集、补集是集合的基本运算，而子集、真子集、等集又可看成是交集的特殊情况，所以本章的主要内容就是集合的概念和运算。这些内容作为我们复习时的预备知识，为以后各章的学习奠定了基础。

综上所述可知，本章的复习重点是集合的概念和集合的基本运算。由于集合间的种种关系初学时不易掌握，相应地说是复习时的难点。因此，若能抓住元素与集合、集合与集合间的关系，弄懂集合的各个基本概念，将是学好本章的关键。

2. 复习要求

复习本章时，要求能深刻地理解集合的各个概念，弄清集合间的各种关系和性质，掌握集合的各种运算，熟记集合中各种符号、字母的含义，并能正确使用。尤其是掌握各种数集的符号及它们之间的包含关系。为把本章复习好，须注意以下几点：

(1) 注意经常使用集合的有关知识

为加深对集合概念的理解，将集合的思想逐步渗透到以后的各章中，复习时必须注意经常使用集合、集合的运算等知识，把数学中的有关问题和集合联系起来，或用集合术语来表述。例如，若两个方程的解集相等，则称之为同解方程；若两个不等式的解集相等，则称之为同解不等式，等等。尤

其应熟练地用集合表示方程、不等式的解集，以及平面上、直线上或曲线上的点集等，以提高我们使用数学语言和数学符号的能力。例如，

方程 $x^2+3x-4=0$ 的解的集合为

$$\{x \mid x^2+3x-4=0\};$$

直线 $x+y=1$ 上的所有点组成的集合为

$$\{(x, y) \mid x+y=1\};$$

圆 $x^2+y^2=1$ 上的所有点组成的集合为

$$\{(x, y) \mid x^2+y^2=1\}.$$

同样， $\{x \mid x^2-2x-8>0\}$ 表示不等式 $x^2-2x-8>0$ 的解集； $\{(x, y) \mid x+y>2\}$ 表示在直线 $x+y=2$ 的上方半平面内的所有点组成的集合。

(2) 要注意符号“ $\in$ ”与“ $\subseteq$ （或 $\subset$ ）”的区别。

“ $\in$ ”与“ $\subseteq$ （或 $\subset$ ）”是表示元素与集合间、集合与集合间关系的两个符号，二者有着不同的含意。“ $\in$ ”用于元素与集合间，表示从属关系，如 $2 \in \{1, 2, 3\}$ ；而“ $\subseteq$ （或 $\subset$ ）”则用于集合与集合间，表示包含（或真包含）关系，如 $N \subset R$ 。因此，学习时切不可混淆。

(3) 要弄清 0 、 $\{0\}$ 、 $\emptyset$ 之间的关系

0 、 $\{0\}$ 、 $\emptyset$ 在集合中表示不同的含义，初学时经常将其混淆。因此，在复习时要引起特别注意。这里 0 表示数，而不是集合； $\{0\}$ 表示只含有一个元素 0 的集合，称之为单元集；而 $\emptyset$ 表示空集，不含有任何元素。所以， $0 \neq \emptyset$ ， $0 \notin \emptyset$ ，更不能把空集写成 $\{0\}$ ，或 $\emptyset = \{0\}$ ，它们三者之间的

关系是 $0 \in \{0\}$, $0 \notin \emptyset$, $\emptyset \subset \{0\}$ 。

(4) 要注意集合运算的特点

求集合的交、并、补是集合的三种基本运算，它们各有特点。求两个集合的交集，实质上是找两集合的公共元素；求两集合的并集，就是把两个集合的元素合并在一起（重复的元素只能出现一次）；求某集合的补集，就是找全集中除去该集合中的元素而剩余的元素。所有这些元素各组成一个集合，即我们所求的交集、并集、补集。因此，复习时若能抓住各种运算的特点，结合集合之间的关系，就会收到较好的效果。

3. 问题解释

(1) 集合的概念

集合概念是最原始的概念之一，在数学中不能用其它基本概念给它下定义，而只能对它作描述性的说明。如“所有直角三角形”可组成一个集合。这里，集合的元素是“三角形”，元素的属性是“直角”。“所有长得很胖的人”能否组成一个集合呢？尽管这里的对象是“人”，对象的特性是“长得很胖”，但由于“长得很胖”没有一个确定的判别标准，故它不能组成一个集合。因此，一个给定集合必须具有以下三个特征：

①集合中的元素是确定的。即对于任何一个对象，要能准确地判断出它是或者不是某一集合的元素。如“好看的花布”、“几个有理数”等都不是一个集合。

②集合里的元素是互异的。就是说集合中的元素不能重

复，若有相同的元素，则只能作为一个元素。如， $\{1, 2, 2\} = \{1, 2\}$ 。

③集合里的元素是无序的。即对于一个集合，通常不考虑它的元素之间的顺序，或者说一个集合与它的元素之间的顺序如何无关。如， $\{3, 1, 2\} = \{1, 2, 3\}$ 。但对于自然数集 $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ 而不能写成 $N = \{3, 1, 2, 4, \dots\}$ ，这是因为，按 $1, 2, 3, 4, \dots$ 的顺序排列便于体现出省略号所代表的那些数的规律。

(2) 集合间的关系

集合与集合间的关系有以下三种情形：

①包含

对于两个非空集合 A 、 B ，如果 A 中的元素都是 B 中的元素，则称集合 A 包含于集合 B ，记作

$$A \subseteq B.$$

在包含关系中， $A \subset B$ 与 $A = B$ 是独立存在的。 $A \subset B$ 是真包含，即 A 中的所有元素都在 B 中，而 B 中至少有一个元素不在 A 中，例如： $\{1, 2, 3\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ ； $A = B$ 是相

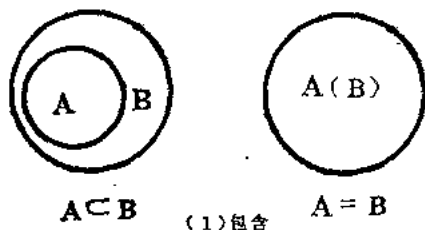


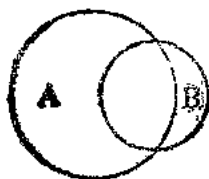
图 5

等关系，即集合 A 与集合 B 中的元素完全相同，例如， $\{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3\}$ （如图 5）。

②相交

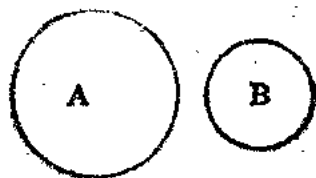
如果两个集合 A 与 B 所含的元素一部分相同，另一部分不同，则称这两个集合相交（如图 6）。

例如，设集合 $A = \{1, 3, 4, 6\}$ ， $B = \{2, 3, 4, 5\}$ ，则 A 与 B 相交。



(2) 相交

图 6



(3) 分离

图 7

③分离

如果两个集合 A 与 B 所含的元素彼此完全不同，即没有公共元素，则称这两个集合分离（如图 7）。

例如，设 $A = \{1, 3, 5\}$ ， $B = \{2, 4, 6\}$ ，则 A 与 B 分离。

4. 例题分析

例 1 用两种方法表示集合“大于 -6 且小于 15 的 3 的倍数”。

解：列举法表示： $\{-3, 0, 3, 6, 9, 12\}$ ；

描述法表示： $\left\{x \mid -6 < x < 15 \text{ 且 } \frac{x}{3} \in \mathbb{Z}\right\}$ 。