

大气边界层内的平均风场

徐大海

(国家气象局气象科学研究所)

北京大学环境科学中心

1983.9

引言

人类生存在地球表面上。其社会生活、经济生活、甚至日常生活无不受到风的影响。而人类的活动在不同程度上也对大气的流动——风产生一定作用，特别在小尺度范围内，这种作用可以是很大的。

首先众所周知暴风的力量往往会造成严重的生命财产的损失。由于人类活动能力及其经济效率的增加，近年来风灾损失的经济总额也逐渐增加。但同时人们最近对风力资源的开发也给予了特别的重视，因为风力是一种既可以再生而又无污染的能源。此外，当前大规模工业生产异常发达，城市内汽车数量急骤增加造成了污染物浓度的大幅度上升，风的输送及扩散作用将这些污染物散布到其它地区而造成较大面积的危害，但同时风又稀释了这些污染物，降低其浓度从而降低其危害程度。

我们研究边界层内风的分布及特性的目的在于努力使风的危害降低到最低水平，充分利用其可利用的性能而使之对人类活动产生最大效益。

风的变化是十分复杂的，太阳对地球表面的不均匀加热所造成的气压差异是生成风的原动力。由于地球的自转，云被，降水，地表各处的温度差异，地表粗糙度的变化，地势起伏，等等而产生了从几公尺直至地球直径大小的各种尺度的大气运动。再加以这些不同尺度运动的非线性相互作用几乎使得风的变化完全呈随机状态，或者说湍流的状态，同一般湍流处理相同，风场也可以分为平均场及脉动场来研究。近年来由于生产发展的需要及科学

技术的迅速发展。世界各地可用于气象观测的塔的数量大大增加，并加深了我们对各高度上风场结构的认识。由此配合实测的量纲分析或相似理论在边界层风场研究中有了长足进展。我们这里仅着重介绍平均风场及由量纲理论而来的一系列经验公式。对物理意义方面则从较经典的理论来讨论。

由于边界层内关于风的文献资料非常丰富，仅 J. E. Cermak 在讲义 [19] 中所列举的 1974 年以前不完全的文献就达 200 多篇。因此在一个不大的篇幅中很难将风的特性作全面叙述。这里仅着重对平均风速的有关应用的一些问题作些简单的介绍。首先就迅速采样、平均等问题给出说明，然后着重介绍边界层内风的分布以及其它有关应用的问题。对于风和障碍物之间的关系只能作描述性说明。最后对我国平均风场作简略气候概述。

1. 风速的采样、平均及平均风速的概率分布

在使用风资料时往往遇到各种各样的平均时距的数据。如我国天气报告中用 2 分钟平均风速，在电接风向风速计资料整理的报告中用 10 分钟平均风速。其它国家有的用 1 秒，3 秒，40 分钟平均风速等等。当我们选用资料时，必须了解平均的含义及要解决课题的性质。同样在我们决定观测计划时也必须确定平均风速的平均时距、采样长度等等。当我们取得平均风速数据之后如何以最少的统计参数来保存这些数据中大量信息呢？找出其概率分布后就能达到部份目的。

1 平均时间及采样时间的确定

平均风速总对应着一定的平均时间。不同平均时间的平均风速大不相同。例如(1)在北京郊区 10 米高处的一次 40 分钟风速采样表明，1 秒钟平均风速变动于 17.8 到 5.3 米/秒之间，而

1 分钟平均风速变动于 13.9 到 7.3 米/秒之间。10 分钟为 11.2 到 9.1 米/秒，40 分钟平均值为 10.8 米/秒。

事实上实测数据的平均过程是一种滤波过程。因为变量 $X(t)$ 的平均值可用

$$\bar{X}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} X(t') dt' \quad (1.1.1)$$

该式可以看作

$$\bar{X}(t) = \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} B(t-t') X(t') dt' \quad (1.1.2)$$

其中

$$B(t) = \begin{cases} 1 & (\frac{T}{2} \geq t) \\ 0 & (\frac{T}{2} < t) \end{cases} \quad (1.1.3)$$

其富氏变换为

$$\bar{X}(f) = F(\bar{X}) = \frac{1}{T} F(B) \cdot F(X) = H(f) X(f) \quad (1.1.4)$$

$H(f)$ 即滤波的频率响应函数，其形式由 B 的富氏变换所确定

$$\begin{aligned} H(f) &= \frac{1}{T} \int_{-\infty}^{\infty} B(t) e^{-j2\pi f t} dt = \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} e^{-j2\pi f t} dt \\ &= \frac{\sin \pi f T}{\pi f T} \end{aligned} \quad (1.1.5)$$

其中 $j = \sqrt{-1}$

如果取平均时间 T 的倒数为滤波临界频率 $f_c = \frac{1}{T}$ ，那么 f 与 $H(f)$ 的数值关系如下

表 1 各频率下的平均滤波响应值

$f =$	f_c	$\frac{1}{2}f_c$	$\frac{1}{3}f_c$	$\frac{1}{4}f_c$
$H(f) =$	0	0.64	0.90	0.95

表 1 是按 (1.5) 计算的，由此可见原始数据中频率低于 $\frac{1}{4}f_c$ 至 $\frac{1}{2}f_c$ 的长波信息才几乎不受影响地保留下来，因此在使用平均方法求平均风速时必须首先确定平均的目的，需要保留或消去何种频率的波动信息。

在近地层大气中，水平风的实测谱，根据 Van der hoven^[2] 的研究，主要有两个峰值，其一在频率为 10^{-2}

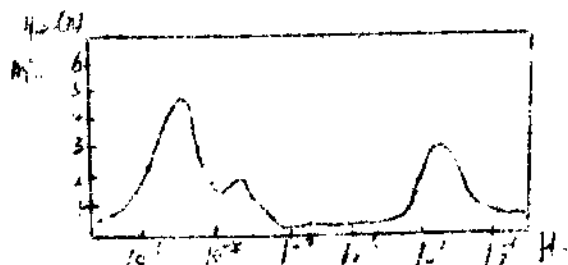


图 1 风速的 Van der Hoven 谱 (100 米高处)

次/秒即周期为 100 秒

另一个峰值频率为 3.5×10^{-6} 次/秒，即周期为 3—4 天，见

图 1。此外半天左右的周期运动也含有较丰富的能量，能量低值区在 1.7×10^{-3} 次/秒到 1.4×10^{-4} 次/秒的范围内，即周期在 10 分钟到两小时的波动范围内，该区一般称为风频间隙区。实际上，间隙区两端的峰区成因是不同的，高频峰区主要是由近地面的微气象特征如地貌、表面粗糙度、热对流等因子所决定，而低频区峰值主要由大尺度气压系统，即边界层外的天气性因子所决定的。因此如进行长期的大尺度的天气气候学观测，则必须排除高频峰值区对低端的混淆干扰 (Aliasing) 而滤掉高

端频率, 这样做也可以大大压缩信息储存量。其平均时间应以 10 分钟到 1 小时为好。同时按照采样定理及上述风谱可以证明每天 4—6 次的观测是足以保存周期为半天以上的天气学及气候学信息, 且任何一小时的平均风速值均可由定时观测值计算而复原, 同时观测数据的平均值恰为真平均值的无偏估计^[1]。此外 *Naixmatl* [3] 从平均值的稳定性出发也获得最佳平均时间为 67 分钟的结论。由此而求得的平均风速也可作为边界层的平均风场。

在研究风谱高端风特性时, 除考虑平均时间或测风仪器的时间常数外, 还必须考虑采样时间的长度。有限长度的采样本身相当于接受波动的窗口, 这种窗口的大小直接影响到所取得波动中的各相邻分立频谱峰之间的分辨率, 同时阻碍长波的通过, 对于甚高频率却是易于通过。采样长度对频谱的影响可从以下考虑, 若 $X_T(t)$ 为采样长度为 T 的记录曲线, 而 $X(t)$ 为无限长记录曲线

则

$$X_T(t) = B(t)X(t) \quad (1.1.6)$$

$B(t)$ 的定义同(3)式。在这里称窗函数, 则其富氏变换为

$$X_T(f) = H_T(f) \cdot X(f) \quad (1.1.7)$$

$X_T(f)$ 为 $X_T(t)$ 的富氏变换, $X(f)$ 为 $x(t)$ 的富氏变换, $H_T(f)$ 为谱窗函数, $\cdot$ 表示褶积。

$$H_T(f) = \frac{\sin \pi f T}{\pi f} \quad (1.1.8)$$

当 $T \rightarrow \infty$ 时则 $H_T(f) \rightarrow \delta(f)$, 那么由 (1.1.7)

$$Z_{T \rightarrow \infty}(r) = Z(r)$$

当 $T \rightarrow 0$ 时 $H_T(r) \rightarrow 0$

由此看来，似乎采样时长些为好。但在风速采样的问题中，如果采样时间大于间隙区所对应的周期时，那么所取得的资料中会含有各种周日变化的信息从而使资料失去平稳性。由此而得到的高频谱将会失真。此外测风仪器的时间常数至少要短于需保留波动周期的 $1/6$ 。采样数据离散化的时间步长不能小于平均时间，否则所得数据并非互相独立，给进一步分析带来困难。

就环境保护，工程应用的许多问题而言，平均风的标准平均时间应选在 10 分—1 小时之间，这种平均风速的资料可由气象站的业务观测提供。而脉动风的统计状态如机率分布，谱结构，阵风率等等应该是平均风速、下垫面粗糙度及热力状态的函数。给出具体的函数表达式或相应的数量关系正是边界层风特性研究的工作目标之一。

1. 2 [小时平均] 风速所服从的概率分布

风速具有三个分量，无边界约束时具有三个自由度，如每一维风速分量都满足正态分布则其合分量应满足 Max Well 分布。但在地面附近受地表约束，大气又往往呈稳定状态，因而只具有二维自由度，即风应满足 Rayleigh 分布。实际上由于地表的非平面性及风场还受有一些较固定的大型气压系统的控制，使得风场只满足 K 小于 2 的 Weibull 分布^[4]，其累积概率分布函数为

$$F\{V \leq V_0\} = 1 - \exp\left[-\left(\frac{V_0}{\bar{V}}\right)^K\right] \quad (1.2.1)$$

$$\text{其中 } \bar{V}/C = \left[1 + \frac{1}{K}\right] \quad (1.2.2)$$

$$\sigma^2 v^2 / C^2 = \left[\left(1 + \frac{2}{K}\right) - \left(\left[\left(1 + \frac{1}{K}\right) \right]^2 \right) \right] \quad (1.2.3)$$

式中 $\bar{v}$ 为均值风速, Γ 为 Γ -函数, K 为 Weibull 斜率, C 为模值, σv^2 为风速标准差, 而风速众值出现在

$$v_m = C \left(\frac{K-1}{K} \right)^{\frac{1}{K}} \quad (1.2.4)$$

若需从实测风速资料求取 Weibull 分布参数 K 及 C , 可用以下几个办法

(1) 联立 (1.2.2), (1.2.3) 用近似法由 $\bar{v}$ 及 σv^2 求取 K 及 C 值。

(ii) 用最小二乘法求取 K 及 C 值, 此时由 (1.2.1) 交换等式左右方非 1 项而后取对数可得

$$\ln(1-P) = - \left(\frac{v_0}{C} \right)^K$$

$$\text{或} \quad \ln[-\ln(1-P)] = K \ln v_0 - K \ln C \quad (1.2.5)$$

若令 $X_i = \ln v_0$, $y_i = \ln[-\ln(1-P)]$, $b = -K \ln C$

则 (1.2.5) 可写成

$$y_i = K X_i + b \quad (1.2.6)$$

由实测数据即可求得 K 及 b 值。例如表 2 为天津 1975 年

[5] 逐时风频统计, 由该表及 (1.2.6) 可得 $K = 1.6141$

$b = -1.9171$, 从而 $C = \exp\left(-\frac{b}{K}\right) = 3.2796$,

表二 天津1975年逐时风频统计

风速 V_0	频率 P	累积频率 P
0—1.5	0.1884	0.1884
1.51—2.50	0.2950	0.4834
2.51—3.50	0.2102	0.6936
3.51—4.50	0.1358	0.8294
4.51—5.50	0.0768	0.9062
5.51—6.50	0.0443	0.9505
6.51—7.50	0.0247	0.9752
7.51—8.50	0.0134	0.9886
8.51—9.50	0.0064	0.9950
9.51—10.50	0.0033	0.9983
10.51—11.50	0.0008	0.9991
11.51—12.50	0.0006	0.9997
12.51—13.50	0.0002	0.9999
13.51—14.50	0.0001	1.0000

平均值 $\bar{V} = 2.91$

资料观测总天数 364。

(iii) 极值法求取 K 及 C 。即按一年或多年出现的最大的一个风速值求算 K 及 C 值。此时将 (1.2.2) 代入 (1.2.1) 取两次对数并写成逐步求解 K 的近似式如下,

$$K_2 = \ln \ln(1 - P)^{-1} / \ln \{ V_0 / V_* \cdot [(1 + \frac{1}{K_1})] \} \quad (1.2.7)$$

按上述天津资料, 风速小于等于 13.5 米/秒的概率为

$$P\{V \leq V_0\} = 1 - \frac{1}{364 \times 24}, \text{ 其中 } V_0 = 13.50. \text{ 而由表}$$

1. $V = 2.91$ 首先令 $\Gamma(1 + \frac{1}{K_1}) = 0.9$, 由(1.2.7)得

$$K_2 = \ln \ln(364 \times 24) / \ln \left\{ \frac{13.50}{2.94} \times 0.93 \right\} = 1.543$$

令 $K_1 = 1.543$, $\Gamma(1 + \frac{1}{1.543}) = 0.899$,

$$K_2 = \ln \ln(364 \times 24) / \ln \left\{ \frac{13.50}{2.94} \times \Gamma(1 + \frac{1}{1.543}) \right\}$$

$= 1.544$ 第三次计算的 K_2 很相近, 因此取 $K = 1.544$

由(1.2.2)求得

$$C = \bar{V} / \Gamma(1 + \frac{1}{K}) = 2.94 / \Gamma(1 + \frac{1}{1.544}) = 2.91 / 0.9 = 3.23$$

由此计算风频的结果见表三。由表二及表三的比较可知Weibull

表3 由最小乘法及极值法所求得的累积频率(按表2资料)

风速 V_c	最小二乘法 P	极值法 P
0—1.5	0.2464	0.2635
≤ 4.5	0.8111	0.8015
≤ 7.5	0.9776	0.8067
≤ 10.5	0.9986	0.9737
≤ 13.5	0.9999	0.9746
		0.9979
		0.9999

分布所求得的累积频率比实测在小风时略有高估。〔4〕认为这

是由于风仪的惯性所造成的。但〔6〕建议用三参数Weibull分布来代替二参数分布将更好些。这些方法中以极值法最简单，最小二乘法工作量些。二者结果似无特别显著的差异。

按〔4〕，英国35个台站资料拟合结果为 $K=1.85$ 这可能是由于英国国土狭小，气流大多来源于海洋。我国领土广阔，多高原山系屏障且处于大陆东端季风区， K 值偏小。借用1961年到1970年十分钟平均风速自记最大值（经订正）出现的概率及十年平均风速估计的 K 值在我国的分布大致如下：内蒙古草原、东北三江平原，华北华中几大湖区及平原地区 K 在1.7到1.4之间，西藏高原屏蔽下的西南山区及四川盆地大多在1.2到0.9之间，其它地区在1.2到1.4之间，一般说，屏蔽程度高，平均风速小则 K 值小。一些典型静风区 K 可在0.9以下。全国选取197个台站的数据用极值法所求得的 K 值与 $\bar{V}$ 的关系如下：

$$K = 0.74 + 0.19\bar{V} \quad (1.2.8)$$

相关系数为0.865

当知道某地的多年平均风速后可由(1.2.8)粗略估计出 K 值再由(1.2.2)估计出 C 值，那么对其概率分布就可以有个概貌了。例如某地平均风速为2.91米/秒，由(1.2.8)得 $K=1.29$ ，由(1.2.2)得 $C=2.91/\Gamma(1+\frac{1}{1.29})=3.15$ 。

再由(1.2.1)可知十分钟平均风速在1.5米/秒以下的小风状态占32%，而4.5—1.5米/秒的风速占48%左右而可能产生强风熏蒸的4.5米/秒以上的风速可达20%。如想知道准确的
数据应该由当地资料统计求得。

如果想知道多年一遇的强风速度一般使用 Fisher — Tippett 1 型分布求算, [12][10][13] 这方面的工对于风载问题是很重要的。

此外在研究污染问题中, 还常常用于风向, 风速, 大气稳定度、降水等要素的联合分布, 这时大都用列联表的形式给出。

2. 边界层内风随高度的分布

地面上所观测到的大部份天气现象, 如风、云、雷电、雹等都发生在对流层, 对流层顶离地面约 9 公里 (极区) 到 17 公里 (赤道) 左右, 而大气边界层为对流层最下部的 1 到 1.5 公里厚的一层, 该层向对流层输送水份, 热能同时也消耗着动能, 而大气边界层的最下部 30—150 米以下称地表层, 该层与人类的生活关系最为密切, 该层内大气的摩擦切应力为常数, 此外热通量及水份通量也基本为常量, 该层内的风、温日变化非常显著, 铅直梯度也很大, 大气运动的湍流程度也很高, 是我们研究的重点。地表粗糙的程度是用所谓粗糙高度 Z_0 来表示的, 在 Z_0 高度以下的一层大气称复盖层。事实上水、热、动量的输送、消耗与该层的行为有着直接的关系。

在上述不同层次中, 气流的运动服从着不同的规律, 因为在不同层次中对空气质点的运动起主导作用的力是不同的。地球旋转坐标系中的大气运动方程为:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = -2\vec{\Omega} \times \vec{v} - \frac{1}{\rho} \nabla P + \vec{g} + \vec{F}_r \quad (2.1)$$

式中 $\vec{v}$ 为风速, t 时间, $\vec{\Omega}$ 地转角速度的矢量, ρ 大气密度, P 气压, $\vec{g}$ 重力矢, $\vec{F}_r$ 摩擦力矢。

在不同的大气层次中，方程(1)中各项的重要性是不一样的，因此各层中风的分布也遵循着不同规律。这里附带指出，我们用 $\vec{V}$ 表示平均风速，而风速的脉动作用已纳入 $\vec{F}_r$ 一项中去了。

2.1 地转风

在大气边界层以上的对流层中， $\vec{F}_r$ 所表示的大气摩擦力要比其它各项小1个以上的量级，而重力 $\vec{g}$ 已被垂直气压梯度所平衡，气流呈准水平状态，当等压线平直，气流静稳而均匀，即质点的加速度为零时，(1)式可改写成

$$2\vec{\Omega} \times \vec{V}_g = -\frac{1}{\rho} \nabla P \quad (2.1.1)$$

那么
$$\vec{V}_g = \frac{1}{\rho f} \vec{R} \wedge \nabla P \quad (2.1.2)$$

式中 $f = 2\Omega \sin \varphi$ ， φ 地理纬度， Ω 地转角速度且等于 $7.272 \times 10^{-5} \text{ rad 秒}^{-1}$ ， $\vec{R}$ 为局地垂直向上的单位矢量。 $\vec{V}_g$ 即为地转风。它沿等压线吹，高压区在其右方。地转风是由大尺度气压配置产生的，在天气变化非激烈的地区，在相当大的范围内呈现稳定不变的状态，可以认为至少在数十公里的范围内它是不变的。地转风随着高度的增加也有变化，不过它是受着由温度分布所决定的热成风的控制，我们在这里不在考虑它。大气中的污染物逃出边界层后就是由地转风输送到下游去，如果云雨中溶有污染物往往在下游区造成酸雨降落。此外地转风还可以看成是边界层的边界状态或边界条件。它是气压梯度力与地转偏向力达到平衡的产物。

2.2 风的爱克曼螺旋线分布。

在大气边界层内，摩擦力项再也不能忽略了。对于固定地点

而气压梯度力可以认为是常量，由(2.1.1)式 $\frac{1}{\rho} \nabla P$ 可用 $\vec{v}_g$ 与 Ω 表示。对于稳定、均匀、无垂直运动的大气，(2.1.1)可以写成

$$-2\Omega \wedge (\vec{v} - \vec{v}_g) + \vec{F}_r = 0 \quad (2.1.1)$$

不考虑分子粘性，只考虑涡动粘性，那么

$$\vec{F}_r = -\frac{2}{2Z} \langle \vec{v}_H, \vec{w}' \rangle \quad (2.2.2)$$

式中 $\vec{v}_H$ 为风速水平分量脉动矢， w' 为垂直脉动风速， $\langle \rangle$ 表示平均 Z 为铅直坐标。(2.2.1)写成分量形式即为

$$f(v - v_g) - \frac{2}{2Z} \langle u'w' \rangle = 0 \quad (2.2.3)$$

$$f(u_g - u) - \frac{2}{2Z} \langle u'w' \rangle = 0 \quad (2.2.4)$$

若取 K_m 为涡动粘性系数，那么

$$\langle u'w' \rangle = -K_m \frac{2u}{2Z} \quad (2.2.5)$$

$$\langle u'w' \rangle = -K_m \frac{2v}{2Z} \quad (2.2.6)$$

又适当选取坐标使得 $v_g = 0$ ，且令 $w = u - u_g + iv$ ，这里 $i = \sqrt{-1}$ ，那么由(2.2.3)至(2.2.6)可以得到

$$\frac{2}{2Z} K_m \frac{2w}{2Z} - ifw = 0 \quad (2.2.7)$$

此时对 K_m 作不同假设就可以得到不同模型的爱克曼螺线，最为简单而又能明确表示物理概念的是令 $K_m = \text{常数}$ ，同时考虑到当

$z \rightarrow 0$ 时 $V = U = 0$, $z \rightarrow \infty$ 时 W 为有限值。那么由 (2.2.7) 很容易得到:

$$U = U_g(1 - e^{-az} \cos az) \quad (2.2.8)$$

$$V = U_g e^{-az} \sin az \quad (2.2.9)$$

$$a = \sqrt{f / 2K_m} \quad (2.2.10)$$

在地面附近风矢与等压线的交角为 α , 那么

$$\operatorname{tg} \alpha = V/U = e^{-az} \sin az / (1 - e^{-az} \cos az) \quad (2.2.11)$$

当 $z \rightarrow 0$ 时 $\operatorname{tg} \alpha = 1$, 即 $\alpha \rightarrow 45^\circ$ 。

这里的运算表明地面附近风矢与等压线交角约 45° 而指向低压侧。随高度增加 $\operatorname{tg} \alpha$ 渐渐趋零, 即风矢与等压线平行而成地转风。实际的情形较为复杂, K_m 很难用一个简单的函数表示。图 2 是按 Lettau 模式计算的结果, 近地面附近的风矢与等压线交角要小于 45° , 平坦地形条件下 α 值一般是小于 45° 的, 在陆地上大多为二十多度, 在海面上还要小些。

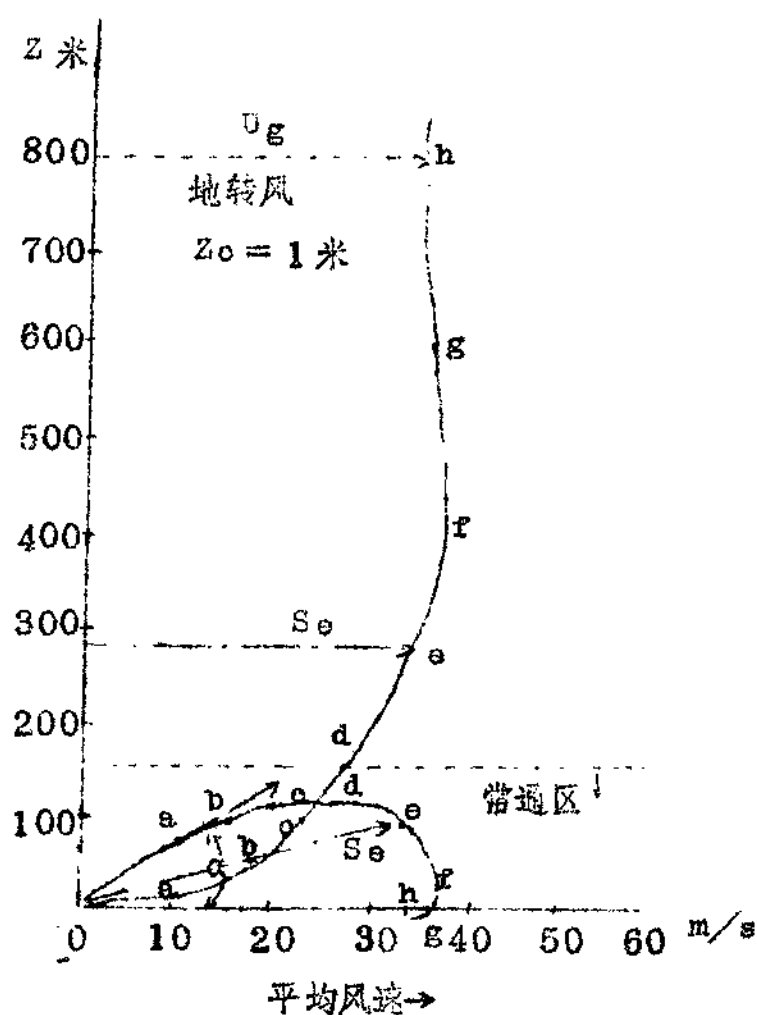


图2 大气边界层内风速廓线

2.3 风的对数廓线

在地表面层中摩擦力项很大于折向力及气压梯度力，水平运动的加速度仅为摩擦力所决定。那么在稳定而均匀的流场中，由(2.1)式得 $\nabla \cdot \mathbf{r} = 0$ ，再由(2.2.2)得知

$$\frac{2}{2Z} \langle \vec{v}_n' w' \rangle = 0 \quad (2.3.1)$$

或者 $\langle \overrightarrow{V_n} w' \rangle = \text{常数}$ (2.3.4)

所以地表层又称常通量层，因为对水份、热量等也有类似结果。再按(2.2.5)及(2.2.6)並适当选取座标，用 V 表示 $\overrightarrow{V_n}$ 的绝对值。那么有

$$\frac{2}{2Z} K_m \frac{2V}{2Z} = 0 \quad (2.3.5)$$

或 $K_m \frac{2V}{2Z} = \text{常数} = Z/P$ (2.3.6)

若令 $K_m = l^2 \left| \frac{2V}{2Z} \right|$ (2.3.7)

且 $l = RZ$ (2.3.8)

那么有 $\frac{Z}{P} = R^2 z^2 \left(\frac{2V}{2Z} \right)^2$ (2.3.9)

取 $\frac{Z}{P} = U_*^2$ (2.3.10)

U_* 称摩擦速度，相当于动量通量 $\langle \overrightarrow{V_n} w' \rangle$ 绝对值的开方值。积分(2.3.9)，並取 $z = z_0$ 时 $V = 0$ 的条件可得

$$V = \frac{U_*}{R} \ln^2 z/z_0 \quad (2.3.11)$$

R 为卡门常数

$$R = 0.38 - 0.43 \quad (2.3.12)$$

因此在地表面层知道摩擦速度及粗糙高度 z_0 后即可得风的廓线。如果从脉动风速的观测来决定 U_* 及 z_0 ，那么虽然不需要树立多层风的观测塔等设施，但对测量脉动风的仪器的精度要求甚高，且存在资料处理上的很大的工作量。因此除特殊的研究工作外，主要从平均风速的梯度观测来决定 z_0 及 U_* 。原则上说只要有兩