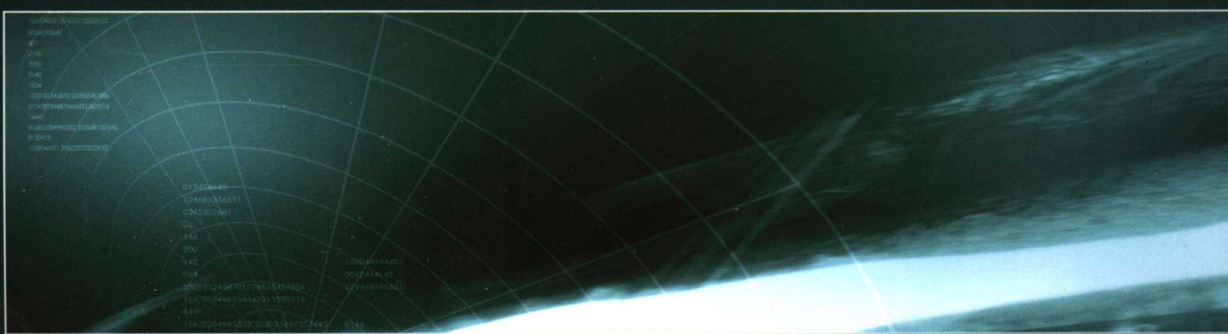
21世纪高等院校电子类课程系列教材

信号与线性系统解题指导

XINHAO YU XIANXING XITONG JIETI ZHIDAO

林 梓 王海燕 刘秀环 编著



北京邮电大学出版社
www.buptpress.com

信号与线性系统解题指导

林梓　王海燕　刘秀环　编著

北京邮电大学出版社
·北京·

内 容 简 介

本书是依据国家工科“信号与系统”教学指导委员会2004年8月所制定的本课程的基本要求，并针对该课程概念抽象、方法灵活、习题复杂等特点，结合2005年1月所出版的《信号与线性系统分析基础》本科教材而编写的一本辅导教材。

全书共分8章。其中包括：信号与系统的基本概念；连续系统的时域分析；连续信号的频谱——傅里叶变换；连续系统的频域分析；连续系统的复频域分析；离散信号和系统的时域分析；离散信号和系统的变换域分析；状态变量分析。

每章将包含重要公式、重点内容、典型例题解析和综合例题解析。本书侧重对各章的重点、难点进行解析指导，以利于学生掌握学习方法和规律。

本书可作为高等工科院校通信、电子、自动控制各专业的本、专科学生的辅导材料，也可作为有关专业研究生考试人员的参考书，可供相关专业教师和相关专业工程技术人员参考。

图书在版编目(CIP)数据

信号与线性系统解题指导/林梓，王海燕，刘秀环编著．—北京：北京邮电大学出版社，2005

ISBN 7-5635-1178-4

Ⅰ.信…　Ⅱ.①林…②王…③刘…　Ⅲ.①信号理论—高等学校—解题 ②线性系统—高等学校—解题　Ⅳ.TN911.6-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2005)第114738号

书　　名：信号与线性系统解题指导

编　　著：林梓　王海燕　刘秀环

责任编辑：李欣一

出 版 者：北京邮电大学出版社(北京市海淀区西土城路10号)

邮编：100876　电话：62282185　62283578(FAX)

电子信箱：publish @ bupt.edu.cn

经　　销：各地新华书店

印　　刷：北京源海印刷有限责任公司

印　　数：1—3 000册

开　　本：787 mm×1 092 mm

印　　张：17.5

字　　数：433千字

版　　次：2006年2月第1版　2006年2月第1次印刷

ISBN 7-5635-1178-4/TN·415　　　定　价：25.00元

·如有印装质量问题，请与北京邮电大学出版社发行部联系·

前　言

本书是高等工科院校通信工程、电子信息、自动控制等专业“信号与系统”本科课程的辅助教学用书。

目前,全国高校上述各类专业都设置本门课程。该课程的特点是内容多,习题类型多,难度较高,计算工作量较大,特别是读者希望能较快、更加顺利地适应技术基础课程分析问题的思维方式。本书就是结合该课程的特点,在每章都编写了典型例题解析部分,这部分例题具有较强的概念性、灵活性、技巧性和综合性,解析过程着重推理过程,避免直接套用公式,旨在使学生具备开拓思路,举一反三,处理综合分析问题的能力。

本书中的综合习题解析源于与本书配套的教材《信号与线性系统分析基础》每章后面所附带的习题。

本书可作为本科、专科大学生学习信号与系统课程的自学指导教材,对报考硕士学位研究生的人员进行系统有效的复习尤为适用。

参加本书编写的有林梓(第 1、2、3、4、8 章)、王海燕(第 5 章)和刘秀环(第 6,7 章)。全书由林梓教授统编。本书的编写过程中得到吉林大学通信工程学院领导及相关同志的大力支持和协助,在此,一并表示衷心感谢。同时对本书编写过程中参与一些画图、校对工作的学生纪薇、罗正纬、陈雅贤、金美玉、丁钰文、金涛、赵睿表示深深的谢意。

由于编者水平有限,书中错误与不妥处在所难免,敬请广大读者批评指正。

林梓、王海燕、刘秀环

于吉林大学通信工程学院

2005 年 8 月

目　　录

第7章　z 变换和离散时间系统的 z 域分析

第8章　状态变量分析法

第1章

信号与系统的基本概念

重要公式

1.1 单元连续信号

1. 正弦信号

$$f(t)=A\cos(\omega t+\varphi) \tag{1.1}$$

2. 指数信号

$$f(t)=Ae^{\alpha t} \tag{1.2}$$

3. 复指数信号

$$f(t)=Ae^{st}=Ae^{(\alpha+j\omega)t} \tag{1.3}$$

4. 抽样信号

$$f(t)=\frac{\sin t}{t} \tag{1.4}$$

5. 高斯信号

$$f(t)=Ae^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)^2} \tag{1.5}$$

1.2 单元奇异信号

1. 单位阶跃信号

$$U(t)=\begin{cases}0 & t<0\\ 1 & t\geqslant 0\end{cases} \tag{1.6}$$

2. 单位冲激信号

$$\delta(t)=\begin{cases}\infty & t=0\\ 0 & t\neq 0\end{cases}\quad 且\quad \int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)\mathrm{d}t=1 \tag{1.7}$$

3. 单位门信号

$$g_\tau(t)=\begin{cases}1 & |t|\leqslant\frac{\tau}{2}\\ 0 & 其他\end{cases} \tag{1.8}$$

4. 单位斜坡信号

$$R(t)=\begin{cases}t & t\geqslant 0\\ 0 & t<0\end{cases} \tag{1.9}$$

5. 单位符号信号

$$\operatorname{sgn}(t)=\begin{cases}1 & t>0\\ -1 & t<0\end{cases} \tag{1.10}$$

1.3 单位冲激信号性质

1. 时移性质

$$\delta(t\pm t_0)=\begin{cases}\infty & t=\mp t_0\\ 0 & t\neq\mp t_0\end{cases}\quad t_0>0 \tag{1.11}$$

2. 抽样性质

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0) \tag{1.12}$$

3. 乘积性质

$$f(t)\delta(t)=f(0)\delta(t) \tag{1.13}$$

4. 时间尺度变换性质

$$\delta(at)=\frac{1}{|a|}\delta(t) \tag{1.14}$$

5. 奇偶性质

$$\delta(t)=\delta(-t) \tag{1.15}$$

6. 可导性质

$$\delta'(t)=\frac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1.16}$$

$\delta'(t)$又称之为单位冲激偶。

7. 单位冲激信号与单位阶跃信号之间的关系

$$\delta(t)=\frac{\mathrm{d}U(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1.17}$$

$$U(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1.18}$$

1.4 单位冲激偶性质

1. 定义

$$\delta'(t)=\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\delta(t)}{\mathrm{d}t} & t=0\\ 0 & t\neq 0\end{cases} \tag{1.19}$$

且

$$\int_{-\infty}^{0}\delta'(t)\mathrm{d}t=1 \tag{1.20}$$

$$\int_{0}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t=-1 \tag{1.21}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta'(t)\mathrm{d}t=0 \tag{1.22}$$

2. 抽样性质

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t=-f'(0) \tag{1.23}$$

3. 乘积性质

$$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t) \tag{1.24}$$

1.5　连续信号的分解与变换

1. 任意信号 $f(t)$ 都可以分解为奇分量 $f_o(t)$ 与偶分量 $f_e(t)$ 之和

$$\begin{cases} f(t)=f_o(t)+f_e(t) \\ f_o(t)=\dfrac{1}{2}[f(t)-f(-t)] \\ f_e(t)=\dfrac{1}{2}[f(t)+f(-t)] \end{cases} \tag{1.25}$$

2. 任意信号 $f(t)$ 都可分解为连续冲激信号之和

$$f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}f(\tau)\delta(t-\tau)\mathrm{d}\tau \tag{1.26}$$

3. 任意信号 $f(t)$ 都可分解为实分量 $f_r(t)$ 与虚分量 $f_i(t)$ 之和

$$\begin{cases} f(t)=f_r(t)+\mathrm{j}f_i(t) \\ f_r(t)=\dfrac{1}{2}[f(t)+f^*(t)] \\ \mathrm{j}f_i(t)=\dfrac{1}{2}[f(t)-f^*(t)] \end{cases} \tag{1.27}$$

4. 连续信号的时域变换

(1) 相加运算

任意瞬时和信号 $f(t)$ 等于同一瞬时相加信号瞬时值之和。

$$f(t)=f_1(t)+f_2(t) \tag{1.28}$$

(2) 相乘运算

任意瞬时乘积信号 $f(t)$ 等于同一瞬时相乘信号瞬时值之积。

$$f(t)=f_1(t)f_2(t) \tag{1.29}$$

(3) 数乘运算

任意信号的数乘即信号的幅度加权，亦即任意时刻的幅值乘以常数 α。

$$y(t)=\alpha f(t) \tag{1.30}$$

(4) 反转运算

即以自变量 $-t$ 代替自变量 t。其图形是相对纵轴反转。

$$f(t)\to f(-t) \tag{1.31}$$

(5) 时移运算

以自变量 $t-t_0$ 代替 t。若 $t_0>0$，信号右移；若 $t_0<0$，信号左移。

$$f(t)\to f(t-t_0) \tag{1.32}$$

(6) 尺度变换

以自变量 $at\to t$。a 为压、扩系数，a 可大于零，也可小于零。$|a|>1$ 表示信号在时间轴压缩 $\dfrac{1}{|a|}$ 倍，$|a|<1$ 表示信号在时间轴扩展 $|a|$ 倍。

$$f(t)\to f(at) \tag{1.33}$$

(7) 微分运算

含有对连续信号的微分,也含有对包括间断点的微分。而对间断点的信号微分时,应出现冲激信号。

$$f(t) \to \frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t} \text{或} f(t) \to \frac{\mathrm{d}^n f(t)}{\mathrm{d}t^n} \tag{1.34}$$

1.6 系统性质

设 $f(t)$ 表示系统的输入, $y(t)$ 表示系统的输出, $T[\cdot]$ 表示输入与系统间的相互作用。

1. 可叠加性和齐次性

$$T[\alpha f_1(t) + \beta f_2(t)] = \alpha y_1(t) + \beta y_2(t) \tag{1.35}$$

2. 非时变特性

$$T[f(t - t_0)] = y(t - t_0) \tag{1.36}$$

3. 因果性质

系统输出发生在输入之后,即

$$t < 0, f(t) = 0, \text{则 } y(t) = 0 \tag{1.37}$$

4. 微分性质

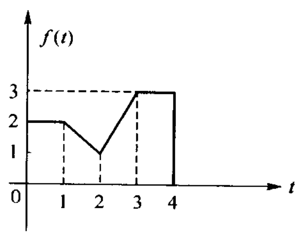
$$T\left[\frac{\mathrm{d}f(t)}{\mathrm{d}t}\right] = \frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} \tag{1.38}$$

重点内容

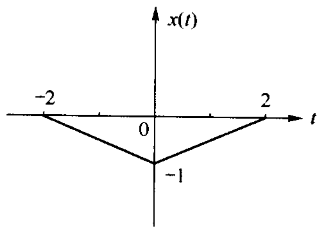
1. 信号的解析表示与图形表示及两者之间的转换;
2. 单位冲激信号及其性质;
3. 单位冲激偶及其性质;
4. 连续信号的基本运算;
5. LTI 系统的性质;
6. 线性系统的模拟方框图。

典型例题解析

例题 1.1 已知波形如图 1.1 所示,写出该图形的函数表达式。



(a)



(b)

图 1.1

解　将图 1.1(a) 信号进行分解再叠加，可得波形如图 1.2(a)(b)(c)(d) 所示。由此波形图可写出图 1.2(a)(b)(c)(d)4 个图的函数表达式为

$$f_1(t)=2[U(t)-U(t-2)]$$
$$f_2(t)=-(t-1)[U(t-1)-U(t-2)]+U(t-2)-U(t-3)$$
$$f_3(t)=2(t-2)[U(t-2)-U(t-3)]$$
$$f_4(t)=3[U(t-3)-U(t-4)]$$

则合成后可有

$$\begin{aligned}f(t)&=f_1(t)+f_2(t)+f_3(t)+f_4(t)\\&=2U(t)-2U(t-2)-t[U(t-1)-U(t-2)]+[U(t-1)-U(t-2)]+\\&\quad U(t-2)-U(t-3)+2t[U(t-2)-U(t-3)]-4[U(t-2)-U(t-3)]+\\&\quad 3[U(t-3)-U(t-4)]\\&=2U(t)+(1-t)U(t-1)+3(t-2)U(t-2)-2(t-3)U(t-3)-3U(t-4)\end{aligned}$$

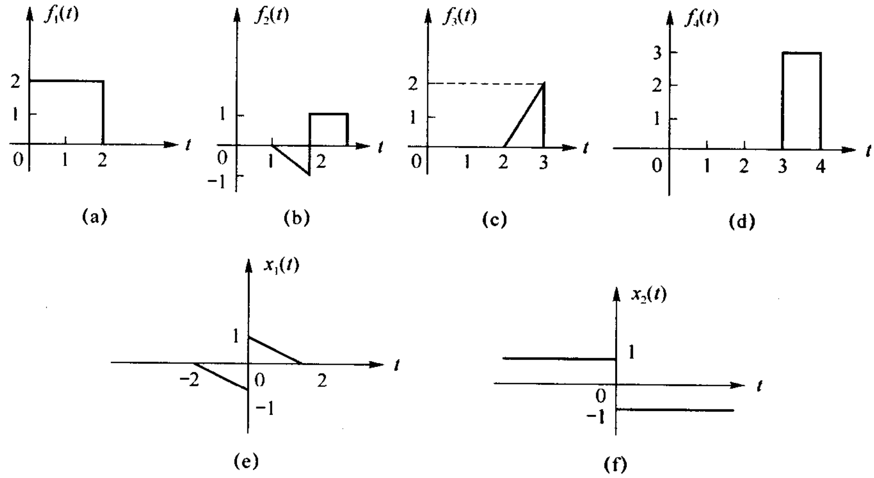


图 1.2

同理，对于图 1.1(b) 仍可采用信号的分解手段，得信号 $x_1(t)$ 和 $x_2(t)$，如图1.2(e)(f) 所示，将两个分信号相乘得信号 $x(t)$。

由图 1.2(e)(f) 可有

$$x_1(t)=-\frac{1}{2}(t+2)[U(t+2)-U(t)]-\frac{1}{2}(t-2)[U(t)-U(t-2)]$$

$$x_2(t)=-\operatorname{sgn}(t)$$

$$x(t)=x_1(t)x_2(t)=\frac{1}{2}t[2U(t)-U(t+2)-U(t-2)]-U(t+2)+U(t-2)$$

例题 1.2　已知信号表达式，试画出所对应的波形图。

(1) $f_1(t)=\operatorname{sgn}(t^2-4)$；(2) $f_2(t)=U(\sin t)$；(3) $f_3(t)=te^{-t}U(t)$

解　(1) 由符号函数定义即 $\operatorname{sgn}(t)=\begin{cases}1 & t>0\\-1 & t<0\end{cases}$，可有此信号应满足如下形式：

$$f_1(t)=\operatorname{sgn}(t^2-4)=\operatorname{sgn}[(t+2)(t-2)]$$

当 $(t+2)(t-2)>0$,即当 $|t|\geqslant 2$ 时,可有 $\operatorname{sgn}(t^2-4)=1$;

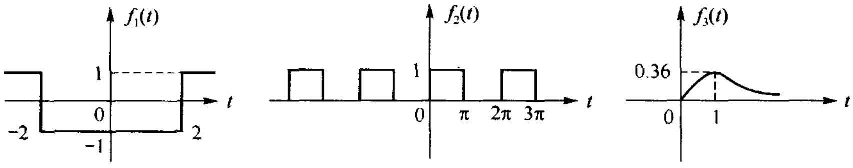
当 $(t+2)(t-2)=0$,即当 $|t|=2$ 时,可有 $\operatorname{sgn}(t^2-4)=0$;

当 $(t+2)(t-2)<0$,即当 $|t|<2$ 时,可有 $\operatorname{sgn}(t^2-4)=-1$。

因此有

$$f_1(t)=\operatorname{sgn}(t^2-4)=\begin{cases}0 & |t|=2\\ 1 & |t|>2\\ -1 & |t|<2\end{cases}$$

信号 $f_1(t)$ 的波形图如图 1.3(a) 所示。



(a) (b) (c)

图 1.3

(2) 因为 $\sin t$ 是周期为 2π 的周期信号,又考虑到单位阶跃信号定义,则

当满足 $\sin t\geqslant 0$ 时,则必有 $2k\pi\leqslant t\leqslant(2k+1)\pi$;

当满足 $\sin t<0$ 时,则应有 $(2k+1)\pi\leqslant t<2(k+1)\pi$。

因此可有

$$f_2(t)=U(\sin t)=\begin{cases}1 & 2k\pi\leqslant t\leqslant(2k+1)\pi\\ 0 & (2k+1)\pi<t<2(k+1)\pi\end{cases}$$

$f_2(t)$ 的波形如图 1.3(b) 所示。

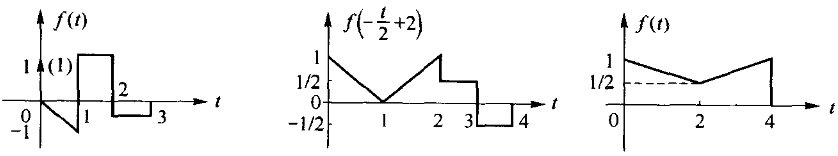
(3) 由信号 $f_3(t)$ 的表达式可知,此信号不是单调增长也不是单调衰减的光滑曲线,在某一时刻会出现极值点,故需求解该信号的极值点。

令 $\dfrac{\mathrm{d}f_3(t)}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}[t\mathrm{e}^{-t}]}{\mathrm{d}t}=0$,可得 $\mathrm{e}^{-t}(1-t)=0$,即当 $t=1$ 时,曲线出现极值点。因此可得

$$f_3(t)=\begin{cases}t\mathrm{e}^{-t} & 0\leqslant t<1 & \text{增长}\\ 0.36 & t=1 & \text{最大值}\\ t\mathrm{e}^{-t} & t>1 & \text{衰减}\end{cases}$$

$f_3(t)$ 的波形图如图 1.3(c) 所示。

例题 1.3 (1) 已知信号 $f(t)$ 波形如图 1.4(a) 所示,试画出 $y(t)=f(3-t)+f(t)$ 的波形图。



(a) (b) (c)

图 1.4

解　该信号运算包括了信号的反转、时移及求和 3 个运算过程。首先解决信号 $f(3-t)$ 的波形，即信号 $f(3-t)=f[-(t-3)]$，相当于信号 $f(t)$ 相对于纵轴反转后，再向右移动 3 个格，其运算波形如图 1.5(a)(b) 所示。

在此基础上，进一步做 $f(3-t)$ 与 $f(t)$ 的相加运算进而求得信号 $y(t)$。其波形如图 1.5(c) 所示。

(2) 已知信号 $f\left(-\dfrac{t}{2}+2\right)$ 的波形如图 1.4(b) 所示，试画出原信号 $f(t)$ 的波形图。

解　图 1.4(b) 信号的运算过程是图 1.4(a) 信号运算过程的反过程。它是由已知的 $f(at\pm b)$ 图像求 $f(t)$ 的图像。所以对已知 $f\left(-\dfrac{t}{2}+2\right)$ 的信号，将参与以下几步运算。即沿时间 t 轴左移 4 个格，得信号 $f\left[-\dfrac{1}{2}(t-4+4)\right]=f\left(-\dfrac{t}{2}\right)$，然后压缩 2 倍得信号 $f(-t)$，最终相对纵轴反转得信号 $f(t)$。其运算过程如图 1.5(d)(e)(f) 所示。

(3) 已知信号 $f(t)$ 如图 1.4(c) 所示，试画出其一阶导数 $f'(t)$ 及二阶导数 $f''(t)$ 的图像，并分别写出对应的函数表达式。

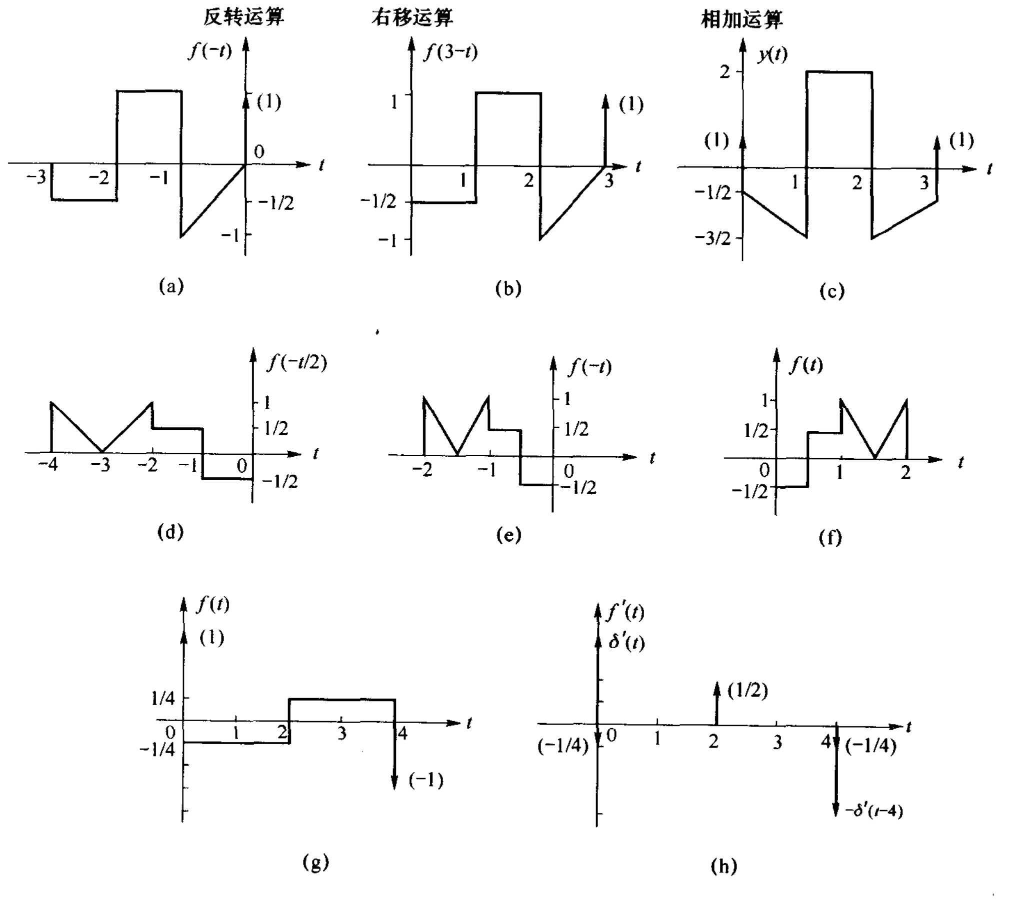


图 1.5

解　该题是完成信号的微分运算，在此运算过程中，应注意：信号在间断点处的微分结果应是冲激信号；而斜坡信号的微分结果应是门信号，其门的高度是斜坡信号的斜率值。其一阶 $f'(t)$ 及二阶 $f''(t)$ 的图像如图 1.5(g)(h) 所示。由图 1.5(g) 可得一阶信号表达式为

$$f'(t)=\delta(t)-\frac{1}{4}[U(t)-U(t-2)]+\frac{1}{4}[U(t-2)-U(t-4)]-\delta(t-4)$$

由图 1.5(h) 可得二阶信号表达式为

$$f''(t)=\delta'(t)-\frac{1}{4}\delta(t)+\frac{1}{2}\delta(t-2)-\frac{1}{4}\delta(t-4)-\delta'(t-4)$$

例题 1.4　已知信号如图 1.6(a)(b) 所示，试分别画出每个信号所对应的偶分量 $f_e(t)$ 和奇分量 $f_o(t)$。

解　由信号奇、偶分解的运算过程可先做出信号的反转信号 $f(-t)$，再根据本系列教材 1.5 节中的式(1.5.4) 及(1.5.5) 两式求出信号的偶分量和奇分量。

对于图 1.6(a) 其反转图像、偶分量及奇分量图像如图 1.7(a)(b)(c) 所示。

对于图 1.6(b) 其反转图像、偶分量及奇分量图像如图 1.7(d)(e)(f) 所示。

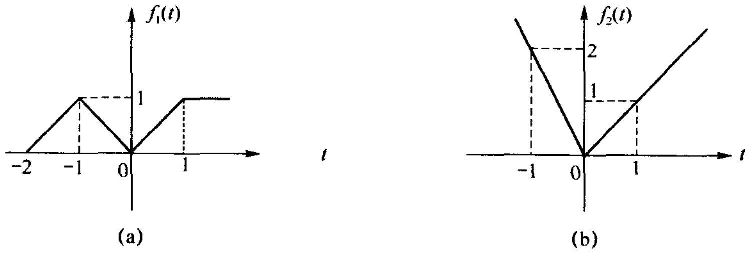


图 1.6

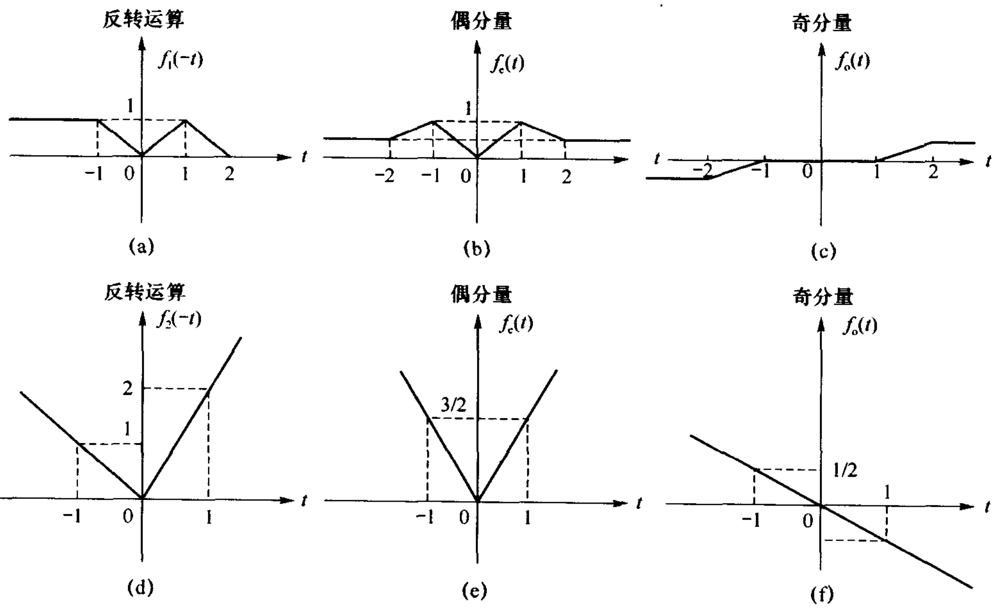


图 1.7

例题 1.5　计算下列各信号。

(1) $f(t)=(3t+1)\delta(1-2t)$　　(2) $f(t)=\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{2}t}\delta(3t+2)$

(3) $f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}\cos\pi t\,\delta(2-2t)\mathrm{d}t$　　(4) $f(t)=\int_{-2}^{2}\delta(t^2-5t+4)\mathrm{d}t$

(5) $f(t)=\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-2\tau}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau$　　(6) $f(t)=\int_{-\infty}^{\infty}(3t^2+2t+1)\delta'(t-2)\mathrm{d}t$

(7) $f(t)=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t}U(t)]$　　(8) $f(t)=(2-3t)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-2t}\delta(t)]$

解　本例题训练的宗旨在于熟练掌握冲激信号的各种性质。作为(1) 及(2) 两个小题要求掌握冲激信号的尺度变换及乘积性质。

(1) 由于 $f(t)\delta(t\pm t_0)=f(\mp t_0)\delta(t\pm t_0)$及 $\delta(at\pm b)=\frac{1}{|a|}\delta\left(t\pm\frac{b}{a}\right)$，则可有

$$(3t+1)\delta(1-2t)=(3t+1)\delta\left[-2\left(t-\frac{1}{2}\right)\right]$$
$$=(3t+1)\frac{1}{|-2|}\delta\left(t-\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{4}\delta\left(t-\frac{1}{2}\right)$$

(2) 由欧拉公式有

$$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{2}t}=\cos\frac{\pi}{2}t-\mathrm{j}\sin\frac{\pi}{2}t$$

则可有

$$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{2}t}\delta(3t+2)=\left(\cos\frac{\pi}{2}t-\mathrm{j}\sin\frac{\pi}{2}t\right)\delta\left[3\left(t+\frac{2}{3}\right)\right]=\frac{1}{|3|}\left(\cos\frac{\pi}{2}t-\mathrm{j}\sin\frac{\pi}{2}t\right)\delta\left(t+\frac{2}{3}\right)$$
$$=\left(\frac{1}{6}+\mathrm{j}\frac{\sqrt{3}}{6}\right)\delta\left(t+\frac{2}{3}\right)$$

作为(3)、(4) 两个小题需要掌握单位冲激信号的定义及冲激信号的抽样性质。

(3) 由于$\int_{-\infty}^{\infty}f(t)\delta(t)\mathrm{d}t=f(0)$，则有

$$\int_{-\infty}^{\infty}\cos\pi t\,\delta(2-2t)\mathrm{d}t=\int_{-\infty}^{\infty}\cos\pi t\,\delta[-2(t-1)]\mathrm{d}t=-\frac{1}{2}$$

(4) 对于冲激信号 $\delta(t^2-5t+4)$应满足复合函数下的单位冲激信号 $\delta(t)$的定义，即

$$\delta[\varphi(x)]=\sum_{k=1}^{n}\frac{\delta(x-x_k)}{|\varphi'(x_k)|}$$

则有

$$\delta(t^2-5t+4)=\left|\frac{1}{(2t-5)|_{t=1}}\right|\delta(t-1)+\left|\frac{1}{(2t-5)|_{t=4}}\right|\delta(t-4)=\frac{1}{3}$$

作为(5)、(6) 两个小题则需掌握冲激偶信号 $\delta'(t)$的性质，但要注意两个题的区别。

(5) 考虑冲激偶信号性质，即

$$f(t)\delta'(t)=f(0)\delta'(t)-f'(0)\delta(t)$$

则可有

$$\int_{-\infty}^{t}\mathrm{e}^{-2\tau}\delta'(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_{-\infty}^{t}[\delta'(\tau)+2\delta(\tau)]\mathrm{d}\tau=\delta(t)+2U(t)$$

(6) 考虑冲激偶信号的抽样性质,即

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(t)\delta'(t)\mathrm{d}t = -f'(0)$$

则

$$\int_{-\infty}^{\infty}(3t^2+2t+1)\delta'(t-2)\mathrm{d}t = -(3t^2+2t+1)'\Big|_{t=2} = -14$$

需要提醒读者注意的是:(5) 题是变上限的积分,积分后的结果是一个关于时间变量 t 的函数,故应先使用冲激偶信号的性质;而(6) 题是在确定区间进行积分,故积分后是函数 $f(t)$在冲激点的函数值。

作为(7)、(8) 两个小题需要掌握冲激信号与阶跃信号之间的关系及冲激信号的微分运算。

(7) 考虑冲激信号与阶跃信号之间的关系,即

$$U(t)=\int_{-\infty}^{t}\delta(\tau)\mathrm{d}\tau$$

则可有

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t}U(t)]=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t})\cdot U(t)+\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t}\cdot\frac{\mathrm{d}U(t)}{\mathrm{d}t}=\delta(t)-\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-\frac{t}{2}}U(t)$$

(8) 首先对该信号的微分部分作运算。可采用先对复合函数微分再利用冲激信号的性质运算,即

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-2t}\delta(t)] &= \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\mathrm{e}^{-2t})\cdot\delta(t)+\mathrm{e}^{-2t}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\delta(t) = -2\mathrm{e}^{-2t}\delta(t)+\mathrm{e}^{-2t}\delta'(t)\\ &= -2\delta(t)+\delta'(t)+2\delta(t)\\ &= \delta'(t)\end{aligned}$$

也可先使用冲激信号的性质,再做微分运算,即

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-2t}\delta(t)]=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\delta(t)=\delta'(t)$$

显然第二种方法较为简单。

进一步计算整个信号可得

$$(2-3t)\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\mathrm{e}^{-2t}\delta(t)]=(2-3t)\delta'(t)=2\delta'(t)+3\delta(t)$$

例题1.6 判断图 1.8 所示信号是否为能量或功率信号,若是求其信号的能量或功率。

解 由于图 1.8(a) 中的信号是脉冲式信号,它存在于有限的时间间隔 τ 内,因此可以判断它应是能量信号。根据能量信号的定义 $E=\int_{-\infty}^{\infty}|f(t)|^2\mathrm{d}t$,可求出:

- 高度为 A ,宽度为 τ 的矩形脉冲信号的能量应为$E=A^2\tau$;
- 高度为 A ,宽度为 τ 的三角脉冲信号的能量应为$E=\frac{1}{3}A^2\tau$。

由此图 1.8(a) 中的 $f_1(t)$信号的能量为

$$E_1 = 3^2\times 4 = 36\ \mathrm{J}$$

$f_2(t)$信号的能量为