

青年学习辅导系列丛书



初中数学 自测之友

姚印发 李鸿元 等编
尹 甫 杨补文



科学技术文献出版社重庆分社

青年学习辅导系列丛书

初中数学自测之友

姚印发 李鸿元等编
尹甫 杨补文

科学技术文献出版社重庆分社

青年学习辅导系列丛书

初中数学自测之友

姚印发 等编

科学技术文献出版社重庆分社 出版

重庆市市中区胜利路132号

新华书店重庆发行所 发行

重庆新华印刷厂 印刷

开本: 787×1092毫米 1/32 印张: 8.625 字数: 19万
1989年1月第1版 1989年1月第1次印刷

印数: 1—10000

ISBN 7-5023-0275-1/G·133 定价: 2.30元

前 言

《初中数学自测之友》连续出版发行几年了。几年里，我们收到了数以百计的读者来信。这些来信的读者中有在校师生，知识青年，边防战士和学生家长。他们的来信对《初中数学自测之友》给予了热情的鼓励和支持，同时也提出了不少诚挚的意见和建议。在此，我们谨向广大读者表示衷心的感谢。

根据广大读者的意见和建议，今年我们对《初中数学自测之友》作了大幅度的修改和补充。

修改后的《初中数学自测之友》由已往的练习题型改成了知识锁链型。即我们根据教学大纲中规定的教学要求以及现在供应的初中数学教材的知识重点，分类综合，横纵联系，按照知识体系分别给出了内容提要，范例精选，类题练习和综合练习几个部分，读者通过内容提要了解应该掌握的知识的内容，范例精讲告诉读者应用知识的方法。练习和习题帮助读者检验自己掌握知识的深度和广度。

我们希望改编后的《初中数学自测之友》能帮助读者开扩视野，熟练方法，提高能力。使读者在学深、学透、学活应该掌握的知识上能有所提高，对读者平时学习和升学复习有菲薄的贡献。

参加本书编写的有姚印发、李鸿元、尹甫、杨补文、郑学遐等。全书由郑学遐校订。

编 者

1988年7月于北京

目 录

代数部分	(1)
一、实数	(1)
二、整式	(7)
三、因式分解	(12)
四、分式与二次根式	(17)
五、代数方程	(31)
六、一次方程组与二次方程组	(45)
七、指数与对数	(55)
八、函数及其图象	(61)
九、不等式	(68)
十、解三角形	(72)
几何部分	(81)
一、直线、相交线和平行线	(81)
二、三角形	(94)
三、四边形	(112)
四、相似形	(127)
五、圆	(144)
综合自测试题(一)	(165)
综合自测试题(二)	(168)
综合自测试题(三)	(172)
综合自测试题(四)	(176)
综合自测试题(五)	(180)
答案或提示	(185)

附录,

四川省1988年初中毕业会考数学试卷	(241)
四川省1988年初中毕业会考数学试题参考答案 及评分意见	(247)
北京市1988年初中毕业、升学统一考试数学试 卷	(255)
北京市1988年初中毕业、升学统一考试数学试 卷答案及评分标准	(259)

代 数 部 分

一、实 数

(一) 知识精要

本单元的重点是要掌握实数中的有关概念、运算定律和正确地进行实数的运算。

1. 要掌握的概念是：有理数、无理数、实数、数轴、绝对值、相反数、倒数等。

2. 要掌握的运算定律是：加法交换律、加法结合律、乘法交换律、乘法结合律、乘法对加法的分配律。

3. 要掌握的运算是：有理数的加法、减法、乘法、除法和乘方的运算及混合运算。

(二) 范例精选

例1 化简

$$(1) |3.14 - \pi|, \quad (2) |-a^2|, \\ (3) |a + b|, \quad (4) -|-m|.$$

解 (1) 原式 = $\pi - 3.14$;

$$(2) \text{原式} = \begin{cases} 0, & (a = 0) \\ a^2, & (a \neq 0). \end{cases}$$

$$(3) \text{ 原式} = \begin{cases} a+b, & (a+b \geq 0) \\ -(a+b), & (a+b < 0). \end{cases}$$

$$(4) \text{ 原式} = \begin{cases} -m, & (m > 0) \\ 0, & (m = 0) \\ m, & (m < 0). \end{cases}$$

例2 回答下列各题:

- (1) 若 $|x-1|=1$, 求 x 的值;
- (2) 若 $|-a|=-a$, 求 a 的取值范围;
- (3) 比较 $\sqrt{a^2}$ 和 a 的大小;
- (4) 若 m 为实数, 求 m 的倒数;
- (5) 若 $(x+y)^2 + (x-1)^2 = 0$, 求 x, y 的值.

解 (1) 当 $x-1=1$ 时, $x=2$,

当 $x-1=-1$ 时, $x=0$.

(2) $a \leq 0$ 时, $|-a|=-a$.

(3) 当 $a > 0$ 时, $\sqrt{a^2}=a$;

当 $a = 0$ 时, $\sqrt{a^2}=a$,

当 $a < 0$ 时, $\sqrt{a^2} > a$.

(4) 当 $m \neq 0$ 时, m 的倒数是 $\frac{1}{m}$.

(5) 若 $(x+y)^2 + (x-1)^2 = 0$ 时.

则 $(x+y)^2 = 0, (x-1)^2 = 0$.

必有 $x+y=0, x-1=0$.

所以 $x=1, y=-1$.

例3 在下列各题给出的结论中, 只有一个是正确的, 请你把正确的答案的代号填入括号中.

(1) 数轴上的点表示的数是().

(A) 有理数 (B) 正数和负数.

(C) 无理数 (D) 实数.

(2) 零是().

(A) 无理数 (B) 非正数.

(C) 绝对值最小的有理数 (D) 正的无理数.

解 (1) 数轴上的点表示有理数和无理数, 所以数轴上的点表示的是实数, 故答案(D)正确.

(2) 首先要知道, 零既不是正数, 也不是负数, 还要知道零是有理数, 所以, 零是绝对值最小的有理数. 故答案(C)正确.

例4 判断题

(1) $-a$ 一定是负数.

(2) m 为实数, m^2 的算术平方根是 m .

(3) 无理数是小数.

(4) 如果 $m \neq n$, 则 $|m| \neq |n|$.

解 (1) $-a$ 不一定是负数. 当 $a > 0$ 时, $-a$ 是负数; 当 $a = 0$ 时, $-a$ 是零; 当 $a < 0$ 时, $-a$ 是正数. 所以说 $-a$ 一定是负数是错的.

(2) 因为 m 是实数, 当 $m > 0$ 时, m^2 的算术平方根是 m ; 当 $m = 0$ 时, m^2 的算术平方根是0; 当 $m < 0$ 时, m^2 的算术平方根是 $-m$. 所以说 m^2 的算术平方根是 m 是错的.

(3) 无理数是小数.

(4) 当 m 与 n 是非零的相反数时, 它们的绝对值是相等的. 例如 $5 \neq -5$, 但 $|5| = |-5|$. 所以说 $m \neq n$, 则 $|m| \neq |n|$ 是错的.

例5 计算

$$(1) \left[(-5)^2 \times \left(-\frac{3}{5}\right) + 10 \right] \times 8 \div (-7) + 1$$

$$(2) 84 - \left[\frac{1}{4} \times (-3) - \frac{5}{6} + 7 \right] + \frac{1}{12}$$

解 (1) 原式 = $\left[25 \times \left(-\frac{3}{5} \right) + 10 \right] \times 8 + (-7) + 1$

$$= (-15 + 10) \times 8 + (-7) + 1$$

$$= -5 \times 8 + (-7) + 1$$

$$= -40 \times \left(-\frac{1}{7} \right) + 1$$

$$= \frac{40}{7} + 1 = 6\frac{5}{7}.$$

〔注：此题是按运算顺序逐步计算出结果〕

$$(2) \text{原式} = 84 - \left(-\frac{3}{4} - \frac{5}{6} + 7 \right) \times 12$$

$$= 84 - (-9 - 10 + 84)$$

$$= 84 + 9 + 10 - 84 = 19.$$

〔注：此题运用定律计算，比较简便〕

(三) 基础训练

1. 判断下列语句是否正确：

- | | |
|--------------------------------|-----|
| (1) 数轴上的点和实数是一一对应的。 | () |
| (2) 任何实数的平方都是正数。 | () |
| (3) 若 $a > b$ ，则 $ a > b $ 。 | () |
| (4) 若 $ a = b $ ，则 $a = b$ 。 | () |
| (5) 小数是有理数。 | () |
| (6) 若 $m^2 = n^2$ ，则 $m = n$ 。 | () |
| (7) 若 $m^2 > n^2$ ，则 $m > n$ 。 | () |

(8) 如果 $x = -y$, 则 x 、 y 互为相反数. ()

(9) m 的倒数一定是 $\frac{1}{m}$. ()

(10) m^2 的平方根是 $\pm m$. ()

2. 填空:

(1) $2 - \sqrt{3}$ 的相反数是____; $1 + \sqrt{2}$ 的倒数是____; $3 - \sqrt{2}$ 的绝对值是____.

(2) 绝对值等于 3 的有理数是____, 绝对值小于 3 的整数是____.

(3) 整数包括____. 分数包括____. 有理数包括____和____. 实数包括____和____.

(4) 一个数的平方是 2, 这个数是____.

(5) 一个数的立方是 -27, 这个数是____.

(6) 若 $\frac{x}{|x|} = 1$, 则 x 的取值范围是____.

(7) 如果 $xy < 0$, 并且 $|x| = |y|$, 则 x 和 y 是____.

(8) 如果 $(x+1)^2 + |y-2| + \sqrt{z-3} = 0$, 则 $x =$ ____, $y =$ ____, $z =$ ____.

(9) 若 m 的倒数是 n , 则 $m \cdot n =$ ____.

(10) 若 $2.468^2 = 6.091$, 则 $0.2468^2 =$ ____, $246.8^2 =$ ____.

3. 计算

$$(1) -1^8 \times \left[|-7| - \sqrt{(-2)^2} + 2 \times \frac{1}{2} + \left| \sqrt{5} - 5 \right| \right].$$

$$(2) \left\{ 4.5 - \left[(-5) \times \left(1 + \frac{1}{25} - 0.7 \right) \right] \right\} + 5\frac{2}{5}.$$

$$(3) -2^2 + (-2)^2 - (-1)^3 \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{6} - 1.$$

$$(4) 0.6 \times \frac{5}{21} + 5 \left(3\frac{1}{12} - 1\frac{5}{8} \right) - \frac{5 - 20 \times \frac{1}{4}}{\frac{1}{2} + 0.5}.$$

(四) 单元自测 (45分钟)

1. 填空题 (每空 3 分, 共 30 分)

- (1) a 的相反数的倒数是_____.
- (2) $-x^2 - 1$ 的绝对值是_____.
- (3) x 的立方根是 -2 , 则 $x =$ _____.
- (4) 一个正方形的面积是 3, 周长是_____.
- (5) 绝对值最小的实数是_____.
- (6) 已知 $\sqrt{10404} = 102$, $\sqrt{x} = 0.102$, 则 $x =$ _____.
- (7) 已知 $\sqrt[3]{3.78} = 1.558$, 则 $\sqrt[3]{3780000} =$ _____.
- (8) 已知: $(x+1)^2 + \sqrt{y+2} + |z+3| = 0$, 则 $x =$ _____,
 $y =$ _____, $z =$ _____.

2. 判断题 (每题 2 分, 共 10 分)

- (1) 实数是小数. ()
- (2) 带有根号的数是无理数. ()
- (3) x 为实数, 则 x 的倒数一定是 $\frac{1}{x}$. ()
- (4) m 为实数, 则 $\sqrt{m^2} = m$. ()
- (5) $\sqrt{9}$ 的平方根是 ± 3 . ()

3. 选择题 (每题 4 分, 共 20 分)

- (1) 数轴上原点及原点以右所有的点表示的数是 ().
 (A) 有理数. (B) 无理数.

(C) 正实数. (D) 零及正数.

(2) $\sqrt[3]{-a}$ 有意义, a 的取值是().

(A) $a > 0$. (B) $a < 0$.

(C) a 为一切实数. (D) $a = 0$.

(3) $|\sqrt{6} - 2\sqrt{2}|$ 的值是().

(A) $\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$. (B) $2\sqrt{2} - \sqrt{6}$.

(C) $-\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$. (D) $\sqrt{6} + 2\sqrt{2}$.

(4) m, n 是互为相反数, 且 $m \neq 0$, 则下列正确的结论是().

(A) $\frac{n}{m} > 0$.

(B) $\frac{n}{m} = 1$.

(C) $\frac{n}{m} = 0$.

(D) $\frac{n}{m} = -1$.

(5) 若 $x \geq 0$, 则 $3x + 2|x|$ 等于().

(A) x .

(B) $3x$.

(C) $5x^2$.

(D) $5x$.

4. 计算(每题10分, 共30分)

(1) $(-1)^5 + [-1 - (-1)^8] \times [27 - (-3)^3]$

(2)
$$\frac{3 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^2 - 2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - 4 \times \frac{3}{2}}{2 \times \left(-\frac{2}{3}\right) - \left(\frac{3}{2}\right)^2}$$

(3) $|-5| - |-72| + \left|\frac{1}{3}\right| - |-5 + (-6)|$

5. 已知 $|a| = 3$, $|b| = 5$. 求 $a+b$ 的值. (本题10分)

二、整 式

(一) 知识精要

本单元的复习要点是理解整式中的有关概念及整式的运算，特别是乘法公式一定要掌握，且能正确地使用。

因为整式的运算是其它代数运算的基础，因此，本单元的重点是整式的运算。

(二) 范例精选

例 1 用代数式表示：

- (1) m 的绝对值与 n 的相反数的和。
- (2) a 的倒数与 b 的和平方的平方。
- (3) m 、 n 两数的立方差。
- (4) x 与 y 的商的倒数。

解 (1) $|m| - n$. (2) $\left(\frac{1}{a} + b\right)^2$.

(3) $m^3 - n^3$. (4) $\frac{y}{x}$.

例 2 计算：

(1) $(a^2 + b^2)(a + b)(a - b)$.

(2) $[(x + 2y) - (x - 2y)]^3$.

(3) $\left(2x + \frac{1}{2}y\right)^2 + \left(\frac{1}{2}x - 2y\right)^2$.

(4) $(x + 3)^2(x - 3)^2$.

$$(5) (x^2 - 5x + 2)(x^2 + 5x - 2).$$

解 (1) 原式 = $(a^2 + b^2)(a^2 - b^2)$

$$= a^4 - b^4.$$

(2) 原式 = $(4y)^3 = 64y^3.$

(3) 原式 = $4x^2 + 2xy + \frac{1}{4}y^2 + \frac{1}{4}x^2 - 2xy + 4y^2$

$$= \frac{17}{4}x^2 + \frac{17}{4}y^2.$$

(4) 原式 = $[(x+3)(x-3)]^2$

$$= (x^2 - 9)^2 = x^4 - 18x^2 + 81.$$

(5) 原式 = $[x^2 - (5x-2)][x^2 + (5x-2)]$

$$= x^4 - (5x-2)^2$$

$$= x^4 - 25x^2 + 20x - 4.$$

例 3 化简后求值:

$$[2x^2 - (x+y)(x-y)][(-x-y)(-x+y) + 2y^2],$$

其中, $x = -1, y = -2.$

解 原式 = $(2x^2 - x^2 + y^2)(x^2 - y^2 + 2y^2)$

$$= (x^2 + y^2)(x^2 + y^2) = (x^2 + y^2)^2.$$

当 $x = -1, y = -2$ 时,

$$\text{原式} = (x^2 + y^2)^2 = (1 + 4)^2 = 25.$$

例 4 k 为何值时, $-10x - x^2 - k + 6x^3$ 能被 $2x - 3$ 整除.

解

$$\begin{array}{r} 3x^2 + 4x + 1 \\ 2x - 3 \overline{) 6x^3 - x^2 - 10x - k} \\ \underline{6x^3 - 9x^2} \\ 8x^2 - 10x - k \\ \underline{8x^2 - 12x} \\ 2x - k \\ \underline{2x - 3} \\ -k + 3 \end{array}$$

令 $-k+3=0$, 则 $k=3$.

$\therefore$ 当 $k=3$ 时, 代数式 $-10x - x^2 - k + 6x^3$ 能被 $2x-3$ 整除.

(三) 基础训练

1. 填空

(1) 在单项式 $\frac{x^2y}{3}$ 中, 系数是 _____, 次数是 _____.

(2) 在多项式 $3x^2y + 2xy^2 - 5yx^2$ 中, 同类项是 _____.

(3) 已知 $\frac{1}{8}x^3y^2$ 和 $3x^{m-1}y^n$ 是同类项, 则 $m =$ _____, $n =$ _____.

(4) 多项式 $x^2 + 3x + 5x^3 - 1$ 升幂排列是 _____.

(5) 在圆面积 πr^2 中, 字母 r 的取值是 _____.

(6) 在代数式 $3x^2 + 2x + 5$ 中, x 的取值是 _____.

(7) $3x - (2y - 5) = 3x + (\quad)$.

(8) 浓度为 70% 的盐水 x 克, 其中含盐 _____ 克.

2. 计算

(1) $a^6 + a^6$; (2) $a^6 \cdot a^6$;

(3) $a^6 + a^6$; (4) $(x + 2x)^2$;

(5) $(2xy^2)^3$; (6) $3^n \times 27$;

(7) $9^n + 3$; (8) $\left(\frac{1}{3}\right)^n \cdot 3^n$.

3. 计算(用简便方法)

(1) $(3x + y)(3xy - 9x^2 - y^2)$.

(2) $(a + b)(a - b)(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$.

(3) $(x+y)^2(x-y)^2 - (x^2+y^2)^2$.

(4) $(x+y+1)(x-y-1)(x-y+1)(x+y-1)$.

4. 用竖式计算

(1) $(3x^3 - 2x - 1) + (x - 1)$.

(2) $(4x^2 + 1) + (2x + 1)$.

(四) 单元自测(45分钟)

1. 填空题(每空3分, 共33分)

(1) x 与 y 的相反数的差是_____.

(2) 单项式 $-\frac{\pi x^2 y}{5}$ 的系数是_____, 次数是_____.

(3) $a^m b^m \cdot (\quad) = a^{m+2} b^{m+1}$.

(4) $a^{m+1} b^n + \quad = a^m$.

(5) $(-x-y) \times (\quad) = y^2 - x^2$.

(6) $\left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot 2^n = \quad$.

(7) $(-a-b)^2 = \quad$.

(8) $(a^2 - 2ab + b^2) + (-a + b) = \quad$.

(9) $x^{n-1} y^{m-4}$ 和 $3x^5 y$ 是同类型项, 则 $m = \quad$, $n = \quad$.

2. 判断题(每题3分, 共12分)

(1) a 为实数, a^2 一定是正数. ()

(2) $5m$ 一定大于 m . ()

(3) $(m-n)^2 = (n-m)^2$. ()

(4) $m - (a-b) = m - a - b$. ()