



新世纪高等院校精品教材
浙江工商大学重点建设教材

大学物理实验

汪建章 潘洪明 编著



浙江大学出版社

新世纪高等院校精品教材
浙江工商大学重点建设教材

大学物理实验

汪建章 潘洪明 编著

浙江大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验 / 汪建章, 潘洪明编著. —杭州: 浙江大学出版社, 2004. 8

ISBN 7 - 308 - 03883 - 1

I. 大... II. ①汪...②潘... III. 物理学 - 实验 - 高等学校 - 教材 IV. 04 - 33

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2004) 第 090913 号

内 容 简 介

本教材按照高校基础课教学示范中心的教学要求, 改变了力学、热学、光学、电学、近代物理等传统实验教材的格式, 以一种新颖的教学模式来编写。具体内容为: 测量误差与不确定度, 实验数据处理, 实验概述, 基础性实验, 提高型和综合性实验, e-measure 实验, 设计性实验和计算机仿真实验等, 书后附有部分常用物理常数。

本书可作为高校理工科专业的物理实验教学用书或实验教学参考书。

责任编辑 贾吉柱 徐素君

出版发行 浙江大学出版社

(杭州浙大路 38 号 邮政编码 310027)

(E-mail: zupress@mail.hz.zj.cn)

(网址: <http://www.zjupress.com>)

排 版 浙江大学出版社电脑排版中心

印 刷 浙江大学印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 18

字 数 416 千

版 印 次 2004 年 8 月第 1 版 2004 年 8 月第 1 次印刷

印 数 0001—3080

书 号 ISBN 7 - 308 - 03883 - 1/O·315

定 价 26.00 元

前 言

物理实验是对高等院校工科专业学生进行科学实验基本训练的一门独立的必修基础课。本书根据国家教育部颁发的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》，以我校原“工科物理实验教程”为基础，吸取了目前高校物理实验的一些新实验、新思想，结合物理实验教学改革和实际情况而重新改编。

物理实验作为科学实验的基础实验课，其内涵的实验方法、思想、仪器和技术已经被普遍地应用在自然科学和技术部门的各个领域。因此，作为基础实验课，它既能让学生通过实验学习到科学实验的基础知识，观察到实验中的各种现象，提高学生独立进行工作的能力；又能使学生在实验方法的考虑、测量仪器的选择、测量条件的确定等方面受到训练，并充分了解到理论是怎样与实际相结合的。

本书前三章以较多的篇幅讲述了进行科学实验的基础知识，目的是为了让学生一开始就接受系统、正规的科学实验训练，为学生在今后的科学实验中打下坚实的基础。后五章安排基础性实验、提高型和综合性实验、e-measure 实验、设计性实验、计算机仿真实验等共 48 个实验。针对每个实验，要求学生注意到系统误差、随机误差在实验中产生的原因；消除系统误差和估算随机误差的方法；实验测量不确定度的评定；知道实验方法、测量方法在实验中是如何体现的。在实验内容的安排上，有些细节问题留给学生去分析、思考，以便发挥他们的主动性。每个实验前都有简单扼要的前言，作为实验知识面的扩充。实验后留有思考题，供学生对实验内容作进一步的分析和讨论。

本教材的主要特色是 e-measure 实验，作为一种崭新的物理实验平台，e-measure 实验结合传感器与计算机技术，通过计算机控制软件，既可对整个实验过程进行实时控制测量，又可对实验结果进行可视化处理。学生通过 e-measure 实验的训练，不仅得到了基本的物理实验技能训练，初步掌握如何用计算机进行实时控制测量，又能学习到如何用计算机处理实验数据的基本技巧，极大地丰富了物理实验的内涵。

计算机仿真物理实验对实验的相关内容进行了演示，介绍实验的历史背景，帮助学生进行实验的预习和复习，引导学生进行模拟操作和数据处理，是理论教学与实验教学的一种新的教学模式。

本书的出版实际上是一项集体智慧和劳动的成果。参加编写的教师有：汪建章（第一章，第五章）、马涛（第二章）、周融（第三章）、方燕红（第四章）、潘洪明（第六章）、邹立华（第七章）、张秋阳（第八章）。

王伟明教授在百忙中仔细审阅了全部书稿，并提出了许多宝贵的意见，在此谨致以深切的谢意！

本书的出版，蒙杭州富阳精科仪器有限公司、杭州扬中电子仪器设备有限公司、浙江天煌科技实业有限公司、科艺仪器有限公司等单位的大力协助，对此表示衷心的感谢！

由于编者水平有限，时间仓促，书中不足之处，恳请读者批评指正。

编者

2004 年 6 月 于杭州

目 录

第一章 测量误差与不确定度

第一节 基本概念	1
第二节 随机误差	5
第三节 系统误差	10
第四节 测量不确定度	14
第五节 直接测量不确定度的评定	17
第六节 间接测量不确定度的评定	18
练习题	23

第二章 实验数据处理

第一节 有效数字	24
第二节 列表法	26
第三节 作图法	27
第四节 逐差法	31
第五节 最小二乘法	34
练习题	38

第三章 实验概述

第一节 实验的基本类型	39
第二节 实验测量方法	42
第三节 实验仪器的配置	47
第四节 实验报告的撰写	49
练习题	49

第四章 基础性实验

实验 4.1 驻波法测音叉的频率	55
实验 4.2 混合法测量冰的溶解热	59
实验 4.3 模拟静电场	64
实验 4.4 直流电桥测电阻	69
实验 4.5 电压补偿实验	73
实验 4.6 示波器的调整及应用	77
实验 4.7 摄影技术	94
实验 4.8 光的干涉及其应用	98
实验 4.9 分光计的原理与调整	103
实验 4.10 三棱镜折射率的测量	107

第五章 提高型和综合性实验

实验 5.1 弹性模量的测量	112
实验 5.2 转动惯量的测量	119
实验 5.3 霍尔效应法测磁场	127
实验 5.4 声速的测量	131
实验 5.5 光速的测量	138
实验 5.6 光栅衍射实验	142
实验 5.7 迈克尔逊干涉仪	146
实验 5.8 全息照相	149
实验 5.9 夫兰克 - 赫兹实验	153
实验 5.10 光电效应法测定普朗克常数	158
实验 5.11 油滴法测电子电荷	162
实验 5.12 非线性电路混沌实验	167

第六章 e - measure 实验

第一节 计算机与数据采集	176
第二节 传感器	177
第三节 Science Workshop	180
实验 6.4 位置 - 时间、速度 - 时间的测量	188
实验 6.5 牛顿定律的研究	191
实验 6.6 加速度与简谐振动的测量	196
实验 6.7 碰撞中动量和冲量的研究	198
实验 6.8 碰撞中动量和动能的研究	202
实验 6.9 弹簧劲度系数的测量	205
实验 6.10 复摆与大角度摆实验	209
实验 6.11 研究重力加速度对单摆周期的影响	213
实验 6.12 混沌摆实验	215
实验 6.13 固体线膨胀系数的测量	218
实验 6.14 热功当量的测量	221
实验 6.15 热机效率的测量	224
实验 6.16 RC 电路实验	228
实验 6.17 整流与滤波电路实验	231
实验 6.18 双缝干涉与单缝衍射	234
实验 6.19 光的偏振	240
实验 6.20 光谱分析	244

第七章 设计性实验

实验 7.1 物体密度的测量	249
实验 7.2 固体比热容的测量	251
实验 7.3 伏安法研究	254
实验 7.4 热敏电阻温度特性的测量	258
实验 7.5 二极管伏安特性曲线的测绘	261
实验 7.6 设计和组装欧姆表	262
实验 7.7 硅光电池特性的测量	266
实验 7.8 光强度与距离的研究	267

第八章 计算机仿真实验

第一节 基础训练型实验	269
第二节 现代综合型实验	270
第三节 仿真实验的使用	270

附表

附表 1 国际单位制的基本单位和辅助单位	273
附表 2 国际单位制中具有专门名称的导出单位	273
附表 3 基本物理常数	274
附表 4 用于构成十进倍数和分数单位的词头	274
附表 5 常温下几种物质相对于空气的折射率	274
附表 6 20 °C 时常见物质的密度	275
附表 7 20 °C 时部分金属的杨氏弹性模量	275
附表 8 常见光源的谱线波长	275
附表 9 不同温度下干燥空气中的声速	276
附表 10 某些金属和合金的电阻率及温度系数	276
附表 11 常见物质的比热容	276
附表 12 标准大气压下不同温度时的水的密度	277
附表 13 固体的线膨胀系数	277

参考书目	278
------------	-----

第一章 测量误差与不确定度

任何实验和测量都受到误差的影响，分析并估算误差及评定测量不确定度是科学实验过程中极为重要的组成部分。有关误差的理论以及测量不确定度已发展成为一门专门的学科。作为进行科学实验基本训练的物理实验课，必须赋予学生正确、基本的基础理论知识，它包含误差的成因及其分类、减少测量误差的基本方法、测量误差的分析和估算、测量不确定度的评定以及对测量结果的正确表达。

第一节 基本概念

一、量

量所表述的对象是现象、物体或物质的一种属性，是不依人的主观意识而客观存在的。一切自然现象、物体或物质，只有用相应的量来表述，才能发现其运动规律。量的测量可由数值和测量单位的组合来表示，没有测量单位的数值不能表示为量。

测量值（简称为量值）是指一个数乘以测量单位所表示的特定量的大小。

二、真值

真值是指与给定的特定量的定义一致的值，它反映的是物理量所具有的客观的真实量值，实验测量的目的就是要力求得到测量量的真值。

真值是个理想的概念，是量的定义的完整体现，量的真值只有通过完善的测量才有可能获得。

下列几种情况可视为约定真值：

理论值：如三角形的内角和为 180° 等；

公认值：世界公认的一些常数值，如普朗克常量、阿伏加德罗常量等；

计量学约定值：如国际或国家计量部门规定的长度、时间、质量等标准；

相对真值：用准确度高一个数量级的仪器校准的测定量值，可视为相对真值。

三、误差

任何测量都存在着误差，误差是评定测量不确定度必不可少的数据，实验测量值与客观实际值（真值）的不一致，就是所谓的误差。

定义 测量值与其真值之差称为该测量量的误差（也称绝对误差，以下简称误差），用符号 ΔN 表示：

$$\Delta N = N - N_0 \quad (1-1-1)$$

式中： N 为测量值， N_0 为被测量的真值， ΔN 为误差。一个测量结果的误差，不是正值（正误差）就是负值（负误差），它取决于这个结果是大于还是小于真值。

在比较不同测量结果时常用到相对误差。相对误差表示误差所占约定真值的百分比。相对误差是无量纲的，用符号 E 表示为：

$$E = \frac{\Delta N}{N_0} \times 100\% \quad (1-1-2)$$

实践证明，任何测量结果都存在有误差，误差自始至终存在于一切科学实验的测量过程之中。因为任何测量仪器、测量方法、测量环境、测量者的观察能力等等都不能做到绝对严密，这就使得测量不可避免地伴随有误差的产生。因此，分析测量中可能产生的各种误差，尽可能消除其影响，并对测量中未能消除的误差作出估计，是物理实验和其他众多科学实验中必不可少的工作。

四、测量

测量是指以获得确定量值为目的的一组操作，至于是何种的操作没有具体的规定，可以是一项复杂的物理实验（如地球至月球距离的测量、纳米测量等等），也可能是一个简单的测量（如质量，温度，长度等的测量）。这种操作可以是自动进行，也可以是手动或半自动进行。一组操作是指操作的全过程，直到给出测量的结果或报告。也就是说从明确目的或被测量开始，包括选定测量的原理和方法、选用的测量仪器、测量条件的控制、进行实验测量和测量的评定，一直到给出完整的实验测量结果。

对物理实验来讲，测量就是将被测量与一个被选作单位的特定同类量进行比较，得出该量是特定同类量的多少倍的实验过程。

从测量方式上来讲，测量有直接测量和间接测量之分；从测量条件上讲，测量有等精度测量和不等精度测量之分；而从测量形式上讲，测量又有静态测量、动态测量、实时测量、综合测量等不同的分类。

1. 直接测量与间接测量

直接测量是指不必去测量与被测量有函数关系的其他量，而能直接得到被测量值的测量。在物理实验中，用量具或仪器直接测出某物理量的测量，都是直接测量。

间接测量是指通过测量与被测量有函数关系的其他量，从而得到被测量值的测量。在物理实验中，对于大多数物理量来讲，都采用间接的方法进行测量，即需要根据一些原理、公式，由直接测量值通过数学运算才能得到测量的结果。

物理实验中，多数测量都是间接测量，但它们又都建立在直接测量的基础上。

2. 等精度测量与不等精度测量

等精度测量是指在测量人员、测量工具、测量方法、测量环境等测量条件相同的情况下进行的一系列重复测量。

不等精度测量是指对被测量进行重复测量，但由于测量人员的变动、测量环境的改变或仪器的不同，使判定各测量数据的可信赖程度是不同的，这种测量称为不等精度测量，一般在科学研究、重要的精密测量中，为了获得更可靠的测量结果而采用。

物理实验中进行的实验测量都认为是等精度测量。

五、测量原理

测量原理是测量的科学基础，是指测量所依据的自然科学中的定律、定理和得到充分理论解释的自然效应等科学原理。例如：在力的测量中应用的牛顿第二定律，在电学量测量中应用的欧姆定律，在光学测量中应用的光干涉原理等等。

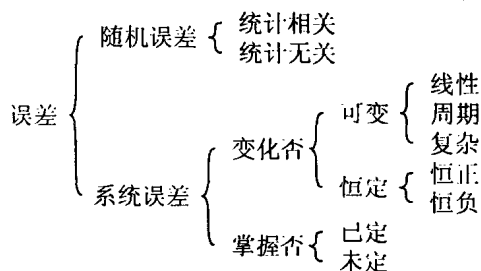
物理实验中，测量所依据的科学原理是从物理学等学科中引用的，这些科学原理不但经过了大量的实验验证，而且经过了严密的理论论证。因此，这些原理所反映的自然规律，包括量与量之间关系的准确性和可靠性，远远超过一般的测量。正确运用测量原理，是保证测量结果准确、可靠的科学基础。

六、测量方法

测量方法是指在实验中进行测量时所采用的，按类别叙述的一组操作逻辑次序，也就是根据给定测量原理实施测量时，概括说明的一组合乎逻辑的操作顺序。操作顺序是讲根据给定的测量方法实施特定的测量时，详细、具体的一组操作。例如：测量电阻时，可采用伏安法、电桥法或补偿法等测量方法，它们各自都有一组合乎逻辑的操作顺序。另外，对于测量方法，可以从不同角度进行分类，对每一类又可以进行细分，而各类方法有时还可以结合运用。

七、随机误差和系统误差

误差按其性质可分为随机误差和系统误差两大类。随机误差是指不能预先确定的误差，系统误差是指有规律的误差。根据误差的不同特性，可将误差按下细分：



在物理实验中，我们讨论、分析误差是按其性质分别进行的，在不考虑系统误差的情况下研究随机误差，在忽略随机误差的情况下研究系统误差。

实际上对任何一次实验测量，既存在着随机误差，也存在着系统误差。随机误差中含有系统误差，系统误差中也含有随机误差，只有一类误差的实验测量是不存在的。

八、精密度、正确度、准确度和灵敏度

1. 精密度

精密度反映的是在规定条件下获得的各个独立测量值的一致程度，定性反映因随机误差的存在使得测量结果不能完全重复。精密度高，测量结果的重复性好，各测量误差的分布密集，随机误差就小；反之，精密度低，重复性差，随机误差就大。

2. 正确度

正确度反映的是由于系统误差的影响，定量或定性描述测量值接近真值的程度，是指测量结果的正确性。当测量仪器和测量方法选定后，测量的正确度就确定了。精密度和正确度两个概念不能混淆，精密度高不一定正确度高。

3. 准确度

准确度定性反映测量结果与被测量真值之间的一致程度，反映了由于随机误差和系

统误差的综合效应使测量结果与真值不一致。如果测量结果既精密又正确，即随机误差与系统误差均小，则说明测量结果准确度高。

以射击打靶的结果与某次测量的结果进行比较，如图 1-1-1 所示。(a) 表示精密度与正确度均好；(b) 表示精密度好但正确度不高；(c) 表示精密度和正确度都不高。

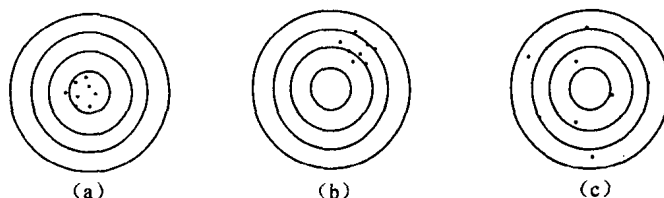


图 1-1-1 测量结果准确程度与射击打靶类比

4. 灵敏度

灵敏度定义为测量仪器响应的变化与对应的激励变化的比。它反映测量仪器被测量（输入）的变化而引起仪器示值（输出）变化的程度，用被观察变量的增量即响应（输出量的增量 Δa ）与相应被测量的增量即激励（输入量的增量 Δb ）之比来表示。如果被测量变化很小，而引起的示值（输出量）改变很大，该仪器的灵敏度就高，反之，灵敏度就低。

对于线性测量仪器来讲，其灵敏度表示为：

$$S = \Delta a / \Delta b \quad (1-1-3)$$

在某些情况下，还使用下式表示相对灵敏度：

$$S = \frac{\Delta a}{\Delta b/b} \quad (1-1-4)$$

灵敏度是反映测量仪器准确度的重要的指标。但灵敏度并不是越高越好，为了方便测量读数，使测量示值处于稳定，有时需故意降低测量仪器的灵敏度。

九、测量不确定度

测量不确定度从词义上理解，意味着对测量结果可信性、有效性的怀疑程度或不肯定程度，是定量说明测量结果的一个参数，用于表征被测量值的分散性，表示测量值可信赖的程度。实际上，由于测量的不完善和人们认识的不足，得到的测量值都具有分散性，即每次测量的结果不是同一值，而是以一定概率分布在某个区域内的许多个值。对于这种分散的不确定性，人们不能完全认识或掌握，只能认为它是以某种概率分布存在于某个区域内，而这种概率分布本身也具有一定的分散性。测量不确定度就是说明测量值分散性的参数，它不说明测量值是否接近真值。

表征测量不确定度的参数是标准不确定度，而对其存在于某个区域内的概率，用扩展不确定度来定量描述。

1. 标准不确定度

分别评定出由随机效应导致的不确定度分量和由系统效应导致的不确定度分量，然后采用方和根方法合成，得到合成标准不确定度。

2. 扩展不确定度

由合成标准不确定度扩展 k 倍得到。当 $k=1$ 时，表示扩展后的不确定度具有 68 %

的置信度；当 $k=2$ 时，表示扩展后的不确定度具有 95 % 的置信度；当 $k=3$ 时，表示扩展后的不确定度具有 99 % 的置信度。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{标准不确定度} \\ \text{扩展不确定度} \end{array} \right\} \left\{ \begin{array}{l} \text{随机效应导致的不确定度分量} \\ \text{系统效应导致的不确定度分量} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{合成标准不确定度}$$

$$k \times \text{合成标准不确定度} \quad (k=1, 2, 3)$$

第二节 随机误差

在同一条件下，多次测量同一量值的过程中，误差的大小和符号以不可预定的方式变化着，且其数学期望值为零的误差称为随机误差。随机误差是由许多不稳定的随机因素造成的，随机误差的特征是它的随机性。随机误差就个体而言是不确定的，但其总体（大量个体的总和）却服从一定的统计规律，因此可以用统计方法来估算对测量结果的影响。

一、随机误差分布规律的理论描述 —— 正态分布

设某一物理量 N 在相同条件下进行 n 次测量，得一测量列 N_1, N_2, \dots, N_n ，第 i 次测量值的误差为： $\Delta N_i = N_i - N_0$ ($i=1, 2, \dots, n$)，式中 N_i 为各测量值， N_0 为该物理量的真值。显然，各测量值的误差 ΔN_i 的大小和正负的出现是随机的。当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时，若测量列的误差 ΔN_i 的出现服从图 1-2-1 所示的规律，我们称该测量列的误差 ΔN 服从正态分布规律。

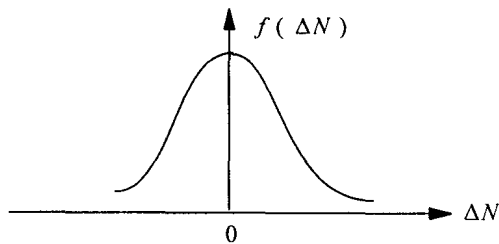


图 1-2-1 正态分布曲线

图 1-2-1 中，横坐标 ΔN 为测量值的误差，纵坐标 $f(\Delta N)$ 为一个与测量列误差出现的概率有关的概率密度分布函数。

从正态分布曲线中，我们可以看出，服从正态分布规律的随机误差具有以下性质：

1. 有界性

绝对值很大的误差出现的概率趋于零，误差的绝对值实际上不会超出一定的界限。

2. 单峰性

绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大，峰值就是概率密度的极大值。

3. 对称性

绝对值相等的正负误差出现的概率均等，因此随机误差具有抵偿性，即正负误差的代数和趋近于零。

1795 年高斯导出服从正态分布规律的随机误差分布函数的数学表达式：

$$f(\Delta N) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(\Delta N)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (1-2-1)$$

式中, $f(\Delta N)$ 为随机误差的概率密度分布函数, ΔN 为误差, $e = 2.7183$ (自然对数的底); σ 是分布函数中唯一的一个参量, 称为 **标准误差**。当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时, 其值为:

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (N_i - N_0)^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\Delta N)_i^2} \quad (1-2-2)$$

可以证明, 标准误差 σ 是正态分布曲线拐点的横坐标, 它的大小确定了曲线的形状。 σ 值越小, 曲线越陡, 测量误差相对于纵坐标越集中, 说明绝对值小的误差占多数; 相反, σ 值越大, 曲线越平坦, 误差相对于纵坐标越离散, 说明其测量的重复性差, 见图 1-2-2。所以, 标准误差 σ 反映了测量列的随机误差 ΔN 的分布情况, 它是反映测量精密度的定量指标。

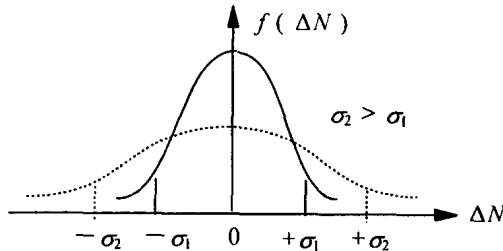


图 1-2-2 σ 值不同的两个正态分布曲线

在测量条件一定的情况下, σ 是一个常量, 从而分布函数就唯一确定下来。测量条件的不同会造成测量值的随机误差大小不同, 反映在分布函数上就是 σ 的大小不同。

显然, 在正态分布曲线中, 误差 ΔN 出现在 $-\infty \sim +\infty$ 的范围内是必然的。所以图 1-2-1 中, 曲线下与横轴间所包含的面积应恒等于 1, 即:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\Delta N) d(\Delta N) = 1$$

对于某一确定 σ 的值, 由概率运算公式, 取 σ 的不同倍数区间对随机误差分布函数定积分可得:

$$P = (-\sigma < \Delta N < +\sigma) = \int_{-\sigma}^{+\sigma} f(\Delta N) d(\Delta N) = 0.683$$

$$P = (-2\sigma < \Delta N < +2\sigma) = \int_{-2\sigma}^{+2\sigma} f(\Delta N) d(\Delta N) = 0.954$$

$$P = (-3\sigma < \Delta N < +3\sigma) = \int_{-3\sigma}^{+3\sigma} f(\Delta N) d(\Delta N) = 0.997$$

上三式说明: 在相同条件下的 n 次测量中, 如果测量的随机误差服从正态分布, 那末, 测量列的误差 ΔN 落在 $[-\sigma, +\sigma]$ 区间内的测量次数占测量列总次数的 68% (见图 1-2-3)。即测量列的误差 ΔN 有 68.3% 落在 $[-\sigma, +\sigma]$ 区间内。同样, 测量列中的误差有 95.4% 的概率落在 $[-2\sigma, +2\sigma]$ 区间, 有 99.7% 的概率落在 $[-3\sigma, +3\sigma]$ 区间。这样就给我们提供了一个用概率统计的方法, 来定量描述测量列的误差有多大的概率落在某个区间内。

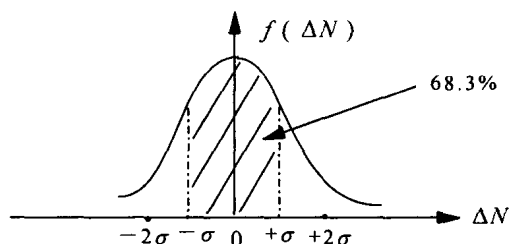


图 1-2-3 $\pm \sigma$ 区间图

要注意标准误差 σ 的概率统计意义。它并不表示任一个具体的测量误差是 $\pm \sigma$ ，也不表示误差 ΔN 不会超出 $[-\sigma, +\sigma]$ 的界限。它表示误差 ΔN 出现在 $[-\sigma, +\sigma]$ 区间内的概率，是一个具有统计性质的特征量。假如我们对某一物理量在相同条件进行了 1000 次测量，那么，1000 个测量误差中有 683 个可能落在 $[-\sigma, +\sigma]$ 的区间内。

置信概率 置信概率是与置信区间或统计包含区间有关的概率值，用符号 $P\%$ 表示，我们把 ΔN 在某一区间内出现的概率，称为 ΔN 在该区间的置信概率（或称为置信度）。例如： ΔN 在 $[-\sigma, +\sigma]$ 区间内的置信概率 $P = 68.3\%$ ，而在 $[-3\sigma, +3\sigma]$ 的区间内，其置信概率 $P = 99.7\%$ 。

极限误差 鉴于 ΔN 只有 0.3% 的机会落到 $[-3\sigma, +3\sigma]$ 区间之外，所以在正常情况下把 $\pm 3\sigma$ 定为极限误差，也称误差限。在一测量列中，若某测量值的误差 ΔN 大于 $\pm 3\sigma$ ，应将该测量值予以剔除。

二、实验测量中随机误差的估算

实际上，多次测量时的条件不可能绝对地完全相同，多种误差因素的起伏变化或微小差异综合在一起，共同影响而使每个测量值的误差以不可预定的方式变化。就单个随机误差而言，它没有确定的规律，但就整体而言，却服从一定的统计规律。

实验中，对于多次重复测量，在不考虑系统误差的情况下，测量误差服从正态分布规律，它有两个重要的参数，即 **算术平均值** 与 **标准误差**。我们用算术平均值来作为测量值的最佳代表值，而用概率正态分布函数中的标准误差 σ 来估算测量列的随机误差。

但应用概率正态分布函数来估算测量列的随机误差时，存在两个问题：

- (1) 在前面讨论的概率正态分布函数中，其标准误差 σ 只有理论上的价值，式 (1-2-2) 中的误差 ΔN 在实际中是求不到的，因为真值不可求得。
- (2) 由于测量不可能是无限次的，所以测量的随机误差只能是估算。

1. 算术平均值

虽然绝大多数的测量都不知其真值，但根据统计学原理，在一定条件下，对某一不变的测量量进行无限次 (n 次) 独立重复测量时，其算术平均值将无限接近于真值：

$$\bar{N} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n N_i \quad (1-2-3)$$

式中 N_i 为第 i 次的测量值。必须指出，这样的计算方法是以等精度测量为前提的。

由于大小相等、方向相反的随机误差出现的概率相等，随着测量次数的增多，随机误差的平均值将趋于零。所以，当测量次数足够多时，可将多次测量的算术平均值视为

测量量真值的最佳代表量值。因此，在实际测量中，我们用算术平均值替代真值，而把测量值与算术平均值的差称为偏差。

定义 测量值与其算术平均值之差称为该测量量的偏差，以 V 表示：

$$V_i = N_i - \bar{N} \quad (1-2-4)$$

式中： V_i 为第 i 次测量值 N_i 的偏差。显然，偏差是可以由测量值来直接计算的。

由于算术平均值是真值的最佳代表值，用算术平均值代替真值，则“偏差 (V)”可求。因此，在应用概率正态分布函数中的标准误差 σ 来估算实际测量中的误差时，我们若用“偏差 (V)”代替“误差 (ΔN)”，就可由“偏差”来估算实际测量中算术平均值的“实验标准差”。

2. 算术平均值的实验标准差

若对同一物理量进行多组次的测量，可得到多个算术平均值，显然，由于测量误差的存在，这些算术平均值具有一定的离散性。那末，算术平均值的可靠性究竟如何呢？

算术平均值的离散性可以用其实验标准差来定量表述。设对某一物理量 N 进行 n 次等精度重复测量，得各测量值的偏差为： V_1, V_2, \dots, V_n 。理论上可证明，当测量次数 n 有限时，测量列算术平均值的实验标准差为：

$$\sigma_N = \sqrt{\sum_{i=1}^n V_i^2 / n(n-1)} = \sqrt{\sum_{i=1}^n (N_i - \bar{N})^2 / n(n-1)} \quad (1-2-5)$$

随机误差大抵来源于影响量的变化，这种变化在时间和空间上是不可预知的、随机的，它会引起被测量重复观测值的变化，故称之为随机效应。可以认为正是这种随机效应导致了重复观测值的分散性，我们用统计方法得到的实验标准差的分散性，确切地说就是来源于测量过程中的随机效应。

根据正态分布标准误差 σ 的概率统计意义，可以得出实际测量中算术平均值的实验标准差 σ_N 的物理意义：如果多次重复测量的随机误差服从正态分布，那么，被测物理量落在 $[\bar{x} - \sigma_N, \bar{x} + \sigma_N]$ 区间内的概率为 68.3%，落在 $[\bar{x} - 2\sigma_N, \bar{x} + 2\sigma_N]$ 区间内的概率为 95.4%，落在 $[\bar{x} - 3\sigma_N, \bar{x} + 3\sigma_N]$ 区间内的概率为 99.7%。同样，我们把 $\pm 3\sigma_N$ 称为误差限。在实际测量中，若检查出某一测量值的偏差 $V > \pm 3\sigma_N$ ，应把该测量值剔除，重新检查、计算。

3. 算术平均值实验标准差的修正

用式 (1-2-5) 来估算实际测量列算术平均值的实验标准差 σ_N ，是以测量次数足够多为前提的。但在实验中，我们对某一物理量的测量次数总是有限的（一般测量次数 $n \leq 10$ ）。此时，测量列算术平均值的实验标准差 σ_N 将不严格遵循正态分布，而遵循于 t 分布（对于 t 分布的概率密度分布函数的掌握我们不作要求。在这里，只说明 t 分布具有这样一个特征：当测量次数 $n \rightarrow \infty$ 时， t 分布将和正态分布重合）。因此，在测量次数较少的情况下，用式 (1-2-5) 来估算实际测量中测量列算术平均值的实验标准差 σ_N 时，还需要考虑对其进行一定的修正。

t 分布提供一系数因子，简称 t 因子。用置信度为 $P\%$ 的 t_p 因子乘测量列算术平均值的实验标准差 σ_N ，就能得到在 $\pm t_p \sigma_N$ 区间内，测量列算术平均值的实验标准差 σ_N 的分布仍满足 $P\%$ 的置信度。不同置信度的 t_p 的值可以从专门的数表中求得，表 1-2-1 中

列出了测量次数 n 为 4 ~ 10 时，置信概率为 $P = 68\%$ 时的 t_p 修正因子，供实验时选择使用。

表 1-2-1 t 分布在 $P = 68\%$ 时的 t_p 值

测量次数 n	4	5	6	7	8	9	10
修正因子 $t_{0.68}$	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06

测量列算术平均值的实验标准差 σ_N 虽然计算较繁，但其物理意义明确。与误差理论的正态分布密度函数中的标准误差 σ 关系直接，较好地反映了测量的精密度。一般函数型计算器都有 σ_N 的计算功能，可以直接求出 σ_N 的数值。

例 1 用一级千分尺测量某一圆柱体的直径，测量 5 次，各测量数据分别为：3.429, 3.430, 3.441, 3.441, 3.432 mm，求该物体直径的测量结果。

解 求算术平均值：

$$\bar{D} = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 D_i = \frac{1}{5} (3.429 + 3.430 + 3.441 + 3.441 + 3.432) = 3.435 \text{ (mm)}$$

求各测量值的偏差：

$$V_1 = 3.429 - 3.435 = -0.006 \text{ (mm)}$$

$$V_2 = 3.430 - 3.435 = -0.005 \text{ (mm)}$$

$$V_3 = 3.441 - 3.435 = 0.006 \text{ (mm)}$$

$$V_4 = 3.429 - 3.435 = -0.006 \text{ (mm)}$$

$$V_5 = 3.432 - 3.435 = -0.003 \text{ (mm)}$$

则实验标准差为：

$$\begin{aligned} \sigma_D &= \sqrt{\sum_{i=1}^5 V_i^2 / n(n-1)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{5(5-1)} [2 \times 0.006^2 + (-0.005)^2 + (-0.006)^2 + (-0.003)^2]} \\ &= 0.003 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

计算得：

$$3 \sigma_D = 3 \times 0.003 = 0.009 \text{ (mm)}$$

经检查，各测量值的偏差均小于 $\pm 3 \sigma_D$ ，故测量数据有效。因测量次数较少 ($n=5$)，需进行 t_p 因子修正，查表 1-2-1， $t_{0.68} = 1.14$ ，得：

$$t_{0.68} \sigma_D = 1.14 \times 0.003 = 0.003 \text{ (mm)}$$

测量结果为：

$$D = (3.435 \pm 0.003) \text{ mm} \quad (P = 68\%)$$

测量相对误差为：

$$E_D = \frac{0.003}{3.435} \times 100\% = 0.08\%$$

测量结果表明：

(1) 该物体直径的真值有 68% 的概率落在 [3.432, 3.438] 的区间内。

(2) 测量结果的准确度仅考虑了测量实验标准差，而没有考虑其他误差因素对测量结果的影响，不尽完善，往往有可能会遗漏一些影响测量结果准确度的因素。

第三节 系统误差

系统误差是由实验测量原理、测量方法、测量系统、实验环境及测量人员的习惯等多种复杂的系统因素所导致的。系统误差大抵来源于影响量，它对测量结果的影响如已识别并可定量表述，则称之为系统效应。系统误差直接影响到实验测量的正确度，因此在实验中应首先消除或修正它的影响，以保证测量有可靠的结果。

大小与方向皆固定不变或变化规律确定的误差称为系统误差。系统误差的特征是它的确定性。由于系统误差与随机误差产生的原因、性质不同，因此处理的方法也就不同。发现、修正和消除系统误差是物理实验中的一个重要内容。

产生系统误差的主要原因有：

实验仪器设计、制造、装配等方面引起的误差；

实验测量方法的不完善而引起的误差；

测量环境定向或规律变化而引起的误差；

测量人员的感官功能或习惯引起的误差等等。

一、发现系统误差的方法

针对系统误差的来源，必须仔细地检验或校准测量仪器（是否有仪器误差），研究实验测量方法（是否完善），分析实验条件（是否震动，是否与温度、气压、湿度有关；周围是否有磁场、电场对测量的影响）等等。查找系统误差的常用方法有：

1. 对比法

测量仪器的对比：如用两只同类电表接入同一电路测同一量，若读数不一致，说明至少有一只电表不准。如果其中一只电表是标准表，就可以找出修正量。

实验测量方法的对比：用不同方法测同一量，看结果是否一致。如果不一致，就存在系统误差。

改变测量方法：如测与电流相关的物理量时，电流增加时测一组，电流减小时再测一组，将两组数据进行比较，看结果是否一致。

改变实验条件：如改变实验环境、磁测中使磁性物体靠近等，看结果是否一致。

改变实验者：如不同实验者进行实验，看结果是否一致。

2. 理论分析法

分析实验测量方法与实际情况是否有差异、是否完善。如在金属丝杨氏弹性模量测量实验中，实验理论公式要求的条件是：标尺的刻度值、望远镜的光轴、反射镜中标尺刻度值的像三者应在同一水平面上，但在实验中要达到这一要求是相当困难的、

分析测量仪器的技术条件是否符合测量要求。如在分光计实验中，要求望远镜与刻度盘的旋转角度完全相同，但分光计结构不能达到这一要求。

3. 数据分析法