



数学

高中毕业生总复习纲要



ENGLISH



1982

福建教育出版社

一九八二年高中毕业生

数学总复习纲要

下 册

福建教育学院编

福建教育出版社

一九八二年高中毕业生
数学总复习纲要
(下册)

福建教育学院编

出版：福建教育出版社
发行：福建省新华书店
印刷：福建教育印刷厂

开本：787×1092 1/32 印张：6.75 字数：150千字

1982年2月第一版 1982年2月第一次印刷

印数：1——157,600

书号：7159·685 定价：0.50元

目 录

几 何

一、直线、相交线和平行线	(1)
(一) 线段、射线、直线	(1)
(二) 角	(1)
(三) 垂线	(3)
(四) 斜线	(3)
(五) 点和线段在直线上的射影	(3)
(六) 有关的定理	(4)
(七) 平行线	(4)
(八) 成比例线段	(5)
二、三角形	(8)
(一) 三角形的分类	(8)
(二) 三角形的角平分线、中线和高三	(8)
(三) 三角形的性质	(9)
(四) 三角形的心	(9)
(五) 特殊的三角形的特性	(10)
(六) 三角形的面积公式	(10)
(七) 两个三角形全等和相似	(10)
三、四边形	(20)
(一) 四边形的从属关系	(20)
(二) 平行四边形的判定和性质	(20)
(三) 特殊的平行四边形的判定和性质	(21)

(四) 梯形的定义和性质.....	(21)
(五) 特殊的四边形的面积公式.....	(22)
四、多边形	(22)
(一) 内角和与外角和定理.....	(22)
(二) 正多边形.....	(22)
(三) 相似多边形.....	(23)
(四) 对称图形.....	(23)
五、圆	(29)
(一) 圆的基本性质.....	(29)
(二) 关于圆的比例线段.....	(30)
(三) 圆心角、圆周角和弦切角定理.....	(30)
(四) 判定四边形内接于圆的定理.....	(31)
(五) 圆内接四边形的性质.....	(31)
(六) 圆的切线.....	(31)
(七) 两圆的位置关系.....	(32)
(八) 弧长与面积的计算公式.....	(32)
六、基本轨迹和作图题.....	(40)
(一) 基本轨迹.....	(40)
(二) 作图题.....	(41)
七、直线与平面.....	(46)
(一) 平面.....	(46)
(二) 直线与直线的位置关系.....	(47)
(三) 直线与平面的位置关系.....	(48)
(四) 平面与平面的位置关系.....	(50)
八、简单几何体	(60)
(一) 多面体.....	(60)
(二) 旋转体.....	(62)
(三) 简单几何体的侧面积与体积的计算公式.....	(64)

平面解析几何

一、曲线与方程	(78)
(一) 平面直角坐标系	(78)
(二) 基本公式	(78)
(三) 曲线和方程	(83)
(四) 充要条件	(84)
二、直线方程	(91)
(一) 直线方程	(91)
(二) 两条直线的位置关系	(92)
(三) 点到直线的距离	(92)
三、二次曲线	(102)
(一) 圆	(102)
(二) 椭圆	(107)
(三) 双曲线	(112)
(四) 抛物线	(117)
(五) 圆锥曲线的切线与法线*	(123)
(六) 坐标变换与二次曲线方程化简	(127)
(七) 圆锥曲线的共性	(133)
四、极坐标方程和参数方程	(145)
(一) 极坐标方程	(145)
(二) 参数方程	(150)

导数和微分

一、导数与微分的概念	(169)
二、求导数与求微分的方法	(171)

三、导数与微分的应用..... (182)

答案 (196)

几 何

一、直线、相交线和平行线

(一) 线段、射线、直线

1. 线段 用直尺把两点连结起来就得到一条线段，这两点叫做线段的端点。

线段的基本性质：在所有连结两点的线中，线段最短，连结两点的线段的长，叫做这两点间的距离。

2. 射线 线段向一端无限延伸，就形成射线。射线只有一个端点。

3. 直线 线段向两方无限延伸，就形成直线。直线没有端点。

直线的基本性质：

- (1) 经过两点有且只有一条直线；
- (2) 两条直线相交，只有一个交点。

(二) 角

以一点为公共端点的两条射线所组成的图形叫做角。角也可以看成是由一条射线绕着它的端点旋转而成的。

- 1. 各种大小的角（图3·1）

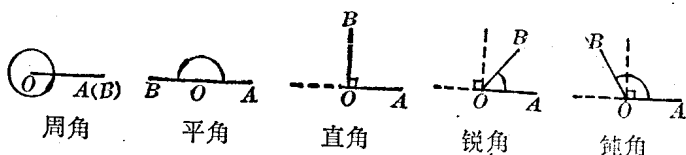
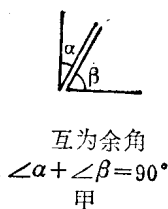
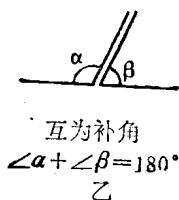


图3.1

2. 几种数量相关的两个角 (图3.2甲、乙)



甲



乙

图3.2

3. 几种位置相关的两个角 (图3.3)

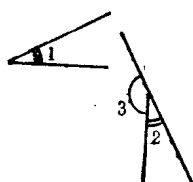
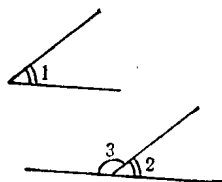
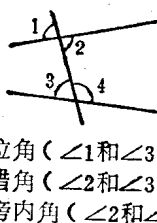
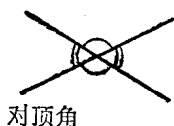
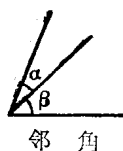


图3.3

(三) 垂线

两条直线相交成直角，这两条直线叫做互相垂直。其中的一条叫做另一条的垂线。交点叫做垂足。（图3·4）

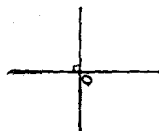


图3·4

1. 垂线的基本性质

(1) 经过一点有且只有一条直线垂直于已知直线；

(2) 从直线外一点到这条直线的所有线段中，垂直线段最短。

2. 点到直线的距离

从直线外一点到这条直线的垂直线段的长叫做点到直线的距离。如图3·5中的 PH 。

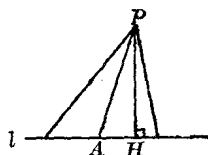


图3.5

3. 线段的垂直平分线

垂直于一条线段并且平分这条线段的直线，叫做这条线段的垂直平分线。

(四) 斜线

从直线外的一点引和它相交的直线，不垂直于这直线的叫做这直线的斜线。交点叫做斜线足，这点到斜线足的距离叫做斜线的长。如图3·5中的 PA 。

(五) 点和线段在直线上的射影

从一点向一条直线作垂线所得的垂足，叫做这点在直线上的正射影。一条线段的两个端点在另一条直线上的正射影之间的线段，叫做这条线段在直线上的正射影（简称射影）。如图3·5中， H 是点 P 在直线 l 上的射影。 AH 是线段 PA 在直线

l上的射影。

(六) 有关的定理

1. 对顶角相等。
2. 在角的平分线上的点到这个角的两边的距离相等 (图3·6)。
3. 到一个角的两边的距离相等的点, 在这个角的平分线上 (图3·6)

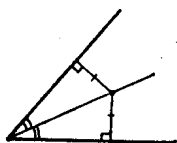


图3·6

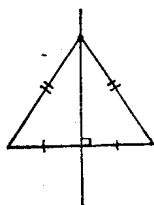


图3·7

4. 线段的垂直平分线上的点到这条线段的两端距离相等 (图3·7)。
5. 到一条线段的两端距离相等的点, 在这条线段的垂直平分线上 (图3·7)。

(七) 平行线

在同一平面内不相交的两条直线叫做平行线。

1. 平行线的基本性质: 经过直线外的一点, 有且只有一条直线和这条直线平行。

2. 平行线的判定

(1) 两条直线被第三条直线所截, 具有下列条件之一, 则这两条直线平行:

- ①同位角相等; ②内错角相等; ③同旁内角的和等于 180° 。

(2) 同垂直于一条直线的两条直线平行。

(3) 同平行于一条直线的两条直线平行。

3. 平行线的性质：两条平行线被第三条直线所截，则

(1) 同位角相等；(2) 内错角相等；(3) 同旁内角的和等于 180° 。

4. 平行线间的距离：从两条平行线中的一条上的任意一点到另一条直线的距离叫做这两条平行线间的距离。

两条平行线间的处处距离相等。

5. 平行线等分线段定理

一组平行线在一条直线上截得相等的线段，那么在其他直线上也截得相等的线段(图3·8)。

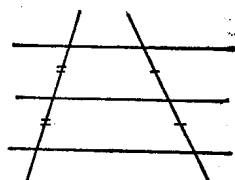


图3·8

(八) 成比例线段

1. 比例定理

(1) 设 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (a 、 b 、 c 、 d 表示线段的量数)，则

① $ad = bc$ ； (基本性质)

② $\frac{b}{a} = \frac{d}{c}$ ； (反比定理)

③ $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$ ； $\frac{d}{b} = \frac{c}{a}$ ； (更比定理)

④ $\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ ； (合比定理)

⑤ $\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d}$ ； (分比定理)

⑥ $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$ 。 (合分比定理)

(2) 设 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{e}{f}$ ($a, b, c, d, \dots, e, f$ 表示线段的量数),

$$\text{则 } \frac{a+c+\dots+e}{b+d+\dots+f} = \frac{a}{b}. \quad (\text{等比定理})$$

2. 平行线分线段成比例定理

两条直线被一组平行线所截得的线段对应成比例. 如图3·9,

设 $l_1 \parallel l_2 \parallel l_3 \parallel l_4$,

$$\text{则 } \frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}.$$

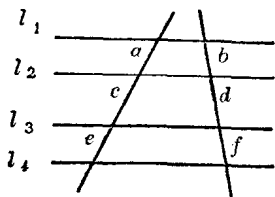


图3·9

推论: 平行于三角形一边的直线截其他两边, 所得线段对应成比例.

例 如图3·10, $AC : CB = m : n$, $AD \parallel CE \parallel BF$, 如果 $AD = a$, $BF = b$, 试求 CE .

解: 过 A 点作 $AG \parallel DE$ 分别交 CE 、 BF 于 H 、 G .

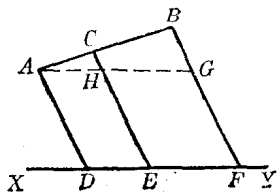


图3·10

$$\therefore \frac{AC}{CB} = \frac{m}{n},$$

$$\text{则 } \frac{AC}{AB} = \frac{m}{m+n}. \quad \therefore \frac{CH}{BG} = \frac{AC}{AB} = \frac{m}{m+n}.$$

$$\therefore CH = \frac{m \cdot BG}{m+n}.$$

$$\text{又 } HE = AD = GF = a,$$

$$\therefore CE = CH + HE = CH + AD$$

$$= \frac{m \cdot BG}{m+n} + a$$

$$= \frac{m \cdot BG + ma + na}{m+n}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{m(BG+a) + na}{m+n} \\
 &= \frac{mb+na}{m+n}.
 \end{aligned}$$

〔注〕或连结 BD 也可以求得 CE 。

〔说明〕这个例题可视为梯形的问题,有关梯形的辅助线的添置,常见的有下面几 (图3·11):

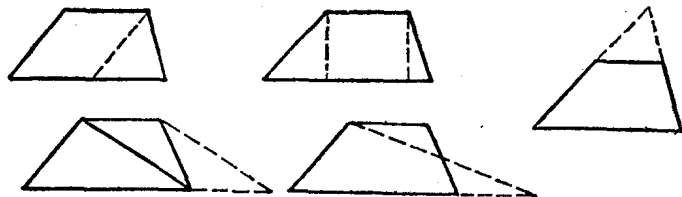


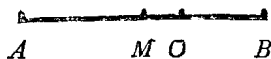
图3·11

练 习 3·1

1. 已知 C 是线段 AB 上的一点, D 是 AB 的延长线上的一点, 并且 $AD:DB=AC:CB$, $AB=6\text{cm}$, $AC=3.6\text{cm}$, 求 AD 的长.
2. 已知: 如图, M 是线段 AB 的中点, O 是线段 AB 上任意一点, 求证

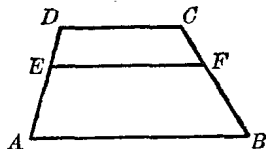
$$(1) OM = \frac{1}{2} |OA - OB|;$$

$$(2) |OA^2 - OB^2| = 2AB \cdot OM.$$



(第2题)

3. C 点分线段 AB 为 $5:7$, D 点分 AB 为 $5:11$, $CD=10\text{cm}$, 求 AB 的长.
4. 已知线段 AB 的长是 15cm , C 点在 AB 的延长线上, 而 $\frac{AC}{BC} = \frac{3}{1}$, 求 BC 的长.
5. 如图, 已知 $DE:EA=m:n$, $DC \parallel EF \parallel AB$, $BC=a$, 求 CF 、 FB .



(第5题)

二、三 角 形

(一) 三角形的分类

按角	锐 角	直 角	钝 角
按边			
不 等 边			
等 腰			
等 边			

(二) 三角形的角平分线、中线和高三

1. 三角形一个角的平分线和对边相交, 这个角的顶点和交点间的线段, 叫做三角形的角的平分线(图3·12中的 AT).

2. 连结三角形一个顶点和它的对边的中点的线段叫做三角形的中线(图3·12中的 AM).

3. 从三角形一个顶点向它的对边(或延长线)引垂线, 顶点和垂线足之间的线段叫做三角形的高(图3·12中的 AH).

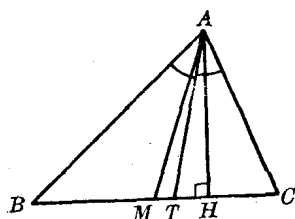


图3·12

(三) 三角形的性质

1. 三角形的两边之和大于第三边；两边之差小于第三边。

2. 三角形的三个内角的和等于 180° ；外角等于不相邻的两个内角的和，大于其中任何一个。

3. 三角形的中位线平行于第三边，且等于第三边的一半。

4. 三角形的内角平分线内分对边所得两线段与两邻边成比例。如图3·13, $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ 。

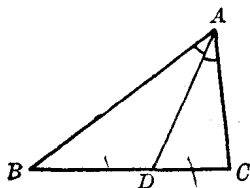


图3·13

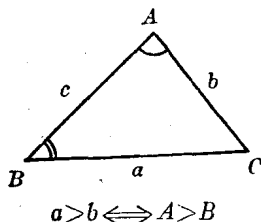


图3·14

5. 在一个三角形中，如果两条边不等，那么它们所对的角也不等，大边所对的角较大。反之也成立(图3·14)。

(四) 三角形的心

1. 三角形的三条角平分线交于一点，这个交点叫做三角形的内心(即内切圆的圆心)。

2. 三角形的三条中线交于一点，这个交点叫做三角形的重心。

3. 三角形的三条高交于一点，这个交点叫做三角形的垂心。

4. 三角形三条边的垂直平分线交于一点，这个交点叫做三角形的外心(即外接圆的圆心)。

(五) 特殊的三角形的特性

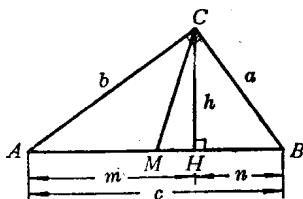
1. 直角三角形 (图3·15)

(1) $a^2 + b^2 = c^2$. (勾股定理)

(2) $h^2 = mn$, $a^2 = cn$,

$b^2 = cm$. (比例中项定理)

$ab = hc$.



(3) $CM = AM = MB$ (M 是 AB 的中点). 图3·15

(4) 如果 $\angle A = 30^\circ$, 那么 $a = \frac{c}{2}$.

2. 等腰三角形

(1) 两底角相等; (2) 顶角的平分线、底边上的高、中线及中垂线四线合一; 这条线也是它的对称轴; (3) 四心共线.

3. 等边三角形

(1) 具有等腰三角形的一切特性; (2) 各个内角都等于 60° ; (3) 四心共点.

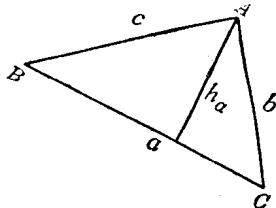


图3·16

(六) 三角形的面积公式 (图3·16)

1. 一般三角形 $S_{\triangle} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$.

2. 直角三角形 $S_{\triangle} = \frac{1}{2}ab$. (a, b 是两直角边)

3. 等边三角形 $S_{\triangle} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$. (a 是边长)

(七) 两个三角形的全等和相似

1. 全等三角形