

S&TR

CAEP Report -
EMS-0002(1994)

Science and Technology Report

强激光束照射圆柱壳体引起屈曲的理论计算

Theoretical Calculation of Buckling of
a Cylindrical Shell Radiated by
an Intensive Laser Beam

科技報告



China Academy of Engineering Physics

中国工程物理研究院

中国工程物理研究院科技系列报告

科技系列报告编辑部编辑
强激光与粒子束杂志社出版发行
(成都市 511 信箱 5 分箱, 610003)
中物院曙光印刷厂印刷

☆

开本 787×1092 1/16 · 印张 1/2
1994 年 12 月 第 一 版 · 1994 年 12 月 第一次印刷
(统) 新登字 2272 每册定价: 1.50 元



林其文: 中国工程物理研究院流体物理研究所副研究员, 1965年毕业于四川大学物理系固体物理专业。

Lin Quwen: Associate Professor of Institute of Fluid Physics of China Academy of Engineering Physics. Graduated from solid state physics speciality of Physics Department of Sichuan University in 1965.

强激光束照射圆柱壳体引起屈曲的理论计算

林其文 章冠人

(中国工程物理研究院流体物理研究所, 冲击波物理与爆轰物理实验室, 成都 523 信箱, 610003)

摘 要 给出了激光加载圆柱壳体引起的屈曲模型。通过对圆柱壳横截面方位角的傅里叶分析方法, 数值计算了柱壳的变形过程, 屈曲图象与实验结果基本符合。

关键词 激光加载 屈曲 热软化 傅里叶变换 数值模拟

1 引言

强激光束照射圆柱壳体加热升温, 材料软化, 然后发生应力集中, 圆柱壳体屈曲或爆裂, 这是一种激光破坏导弹所需能量最少的可能机制, 已有不少实验加以证实。理论上有些计算也证明了上述情况, 但在数值模拟方面尚未见到文章发表。本文给出了初步的柱壳屈曲的热软化模型, 并得到了和实验图像基本相符的计算结果。本文的基本假定:

- 圆柱壳体是薄壳结构, 即其半径与壁厚之比在 100 倍以上。
- 圆柱壳体两端固定, 可以加轴向预应力。
- 激光光斑照射处只是径向加力。

2 圆柱壳体的运动方程式及其解法

由于问题本是一个三维问题, 而且只有一个方向照射激光加载, 故十分复杂。但考虑到在圆柱壳的中间截面上, 上下对称, 如坐标选得合适, 可左右对称。先考虑这截面上单位长的一个圆环的运动方程式, 如图 1 所示。

设 Q 为弧 $d\lambda$ 两端的切向力, $S = \sigma_\theta h$, h 为壳厚, σ_θ 为 θ 方向的应力, M 为挠矩, 则

$$Q = -\frac{\partial M}{\partial \lambda} \quad (1)$$

径向运动方程为^[1]

$$\frac{\partial Q}{\partial \lambda} + S \frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = -\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + p \quad (2)$$

W 为弧 $d\lambda$ 运动的距离, ρ 为密度, p 为激光在柱面上的耦合压力(见第 4 节)。

根据曲率和半径 a 间的关系

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda} = \frac{1}{a} + K \quad (3)$$

K 为弧 $d\lambda$ 运动后曲率增量。由于圆周内外应变不同, 挠矩 M 有下列关系

$$M = E_t IK \quad (4)$$

$$K = \frac{1}{a^2} \left(\frac{d^2 W}{d\theta^2} + W \right) \quad (5)$$

$$I = \frac{1}{12} h^3 \quad (6)$$

E_t 为材料应力应变增量之比。用式(1)、(3)~(6)式代入式(2), 即得 W 的方程式

$$\frac{E_t I}{a^4} \left(\frac{\partial^4 W}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} \right) + S \left[\frac{1}{a} + \frac{1}{a^2} \left(\frac{\partial^2 W}{\partial \theta^2} + W \right) \right] = -\rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + p \quad (7)$$

用下列无量纲

$$u = \frac{W}{a}, \quad \tau = \frac{1}{a} \sqrt{\frac{E}{\rho}} t \quad (8)$$

$$\alpha^2 = \frac{I}{ha^2}, \quad \beta^2 = \frac{E_t}{E}, \quad s^2 = \frac{a^2 S}{IE_t} \quad (9)$$

E 为弹性模量。并将式(8)、(9)代入(7), 得无量纲的位移运动方程

$$\frac{\partial^4 u}{\partial \theta^4} + (1 + s^2) \frac{\partial^2 u}{\partial \theta^2} + s^2 u + \frac{\partial^2 u}{\alpha^2 \beta^2 \partial \tau^2} = -s^2 + \frac{ap}{\alpha^2 \beta^2 h E} \quad (10)$$

采用傅氏分解的方法解式(10), 为此将位移 $u(\theta, \tau)$ 及耦合压力 $p(\theta, \tau)$ 展成级数

$$u(\theta, \tau) = u_0(\tau) + \sum_{n=1}^{\infty} u_n(\tau) \cos n\theta \quad (11)$$

$$p(\theta, \tau) = p_0(\tau) \left[1 + \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \cos n\theta \right] \quad (12)$$

将(11)、(12)代入式(10), 然后令所有 $\cos n\theta$ 项的系数等于零, 即可得傅氏系数 u_n 的微分方程

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial \tau^2} + \frac{\sigma_\theta}{E} (1 + u_0) = \frac{ap_0(\tau)}{Eh} \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 u_n}{\partial \tau^2} + \alpha^2 \beta^2 (n^2 - 1)(n^2 - s^2) u_n = \frac{\alpha \gamma_n p_0(\tau)}{Eh}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (14)$$

由于我们工作主要为估计发生屈曲的临界能量, 故计算点不会远离屈服点太远, 柱面上屈曲扰动不会太大, 故可以假设 σ_θ 对圆周上说是相等的, 或者取其平均值, 这样应用初始条件就可以数值计算 u , 因而也就可以求出圆柱中截面的形状随时间的变化。

3 其它截面上的计算方法

以上为 $x=0$ 的中截面的计算方法。对在激光照射 $x \neq 0$ 的其它截面上, 由于圆柱壳屈曲的性质可以认为每一个截面经屈曲后仍归在同一截面上, 这样其它截面也可以用上节同样方法进行计算, 但各截面上的激光加载情况及 ε_x 和 ε_θ 间的关系有所不同罢了。

因为式(13)和(14)中需要 σ_θ , 所以每一时间步长后必须计算 σ_θ 。它可以从塑性理论关系求出。

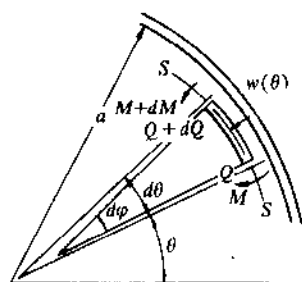


图 1 圆环运动示意图

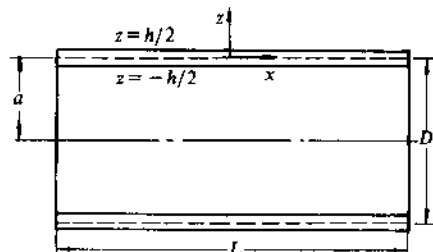
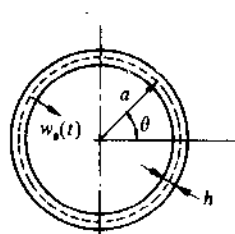


图 2 圆柱壳坐标和尺寸

图 2 表示了柱壳的坐标系和尺寸, 我们用 $\dot{\epsilon}_x, \dot{\epsilon}_z$ 和 $\dot{\epsilon}_\theta$ 分别表示轴向、径向和周向的应变率, 则据不可压假定, 它们满足条件:

$$\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_\theta + \dot{\epsilon}_z = 0 \quad (15)$$

广义应变率与广义应力分别为

$$\dot{\epsilon}^2 = \frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_x^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2 + \dot{\epsilon}_z^2) \quad (16)$$

$$\sigma^2 = [(\sigma_x - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2] / 2 = \frac{3}{2} (\sigma_x'^2 + \sigma_\theta'^2 + \sigma_z'^2) \quad (17)$$

其中 σ'_x 等为偏应力

$$\begin{aligned} \sigma'_x &= \sigma_x + p \\ \sigma'_\theta &= \sigma_\theta + p \\ \sigma'_z &= \sigma_z + p \\ p &= -\frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_\theta + \sigma_z) \end{aligned} \quad (18)$$

用式(15)代入式(16), 广义应变率还可表示为

$$\dot{\epsilon}^2 = \frac{2}{3} [\dot{\epsilon}_x^2 + (\dot{\epsilon}_x + \dot{\epsilon}_\theta)^2 + \dot{\epsilon}_\theta^2] = \frac{4}{3} (\dot{\epsilon}_x^2 + \dot{\epsilon}_x \dot{\epsilon}_\theta + \dot{\epsilon}_\theta^2) \quad (19)$$

偏应力与应变率的关系满足 Levy-Mises flow 定律

$$\frac{\dot{\epsilon}_x}{\sigma'_x} = \frac{\dot{\epsilon}_\theta}{\sigma'_\theta} = \frac{\dot{\epsilon}_z}{\sigma'_z} = \dot{\lambda} \quad (20)$$

考虑到(16)、(17)式, 上式还可以写成如下形式:

$$\dot{\lambda} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\epsilon}}{\sigma} \quad (21)$$

取 $\sigma_z = 0$, 可由(18)、(20)、(21)式得应力关系:

$$\begin{aligned}\sigma_{\theta} &= \frac{2}{3} \frac{(2\dot{\epsilon}_{\theta} + \dot{\epsilon}_{\varphi})}{\dot{\epsilon}} \sigma \\ \sigma_{\varphi} &= \frac{2}{3} \frac{(2\dot{\epsilon}_{\varphi} + \dot{\epsilon}_{\theta})}{\dot{\epsilon}} \sigma\end{aligned}\quad (22)$$

设柱壳两端固定, 且因柱壳极薄, 仅考虑中间半径 $r=0$ 处的情况就可以了, 此时轴向 x 处截面上的应变率与位移速度的关系为:

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{\theta} &= -\dot{u} \\ \dot{\epsilon}_{\varphi} &= (1-q)\dot{u}\end{aligned}\quad (23)$$

$$\begin{aligned}\dot{\epsilon}_{\varphi} &= q\dot{u} \\ \dot{\epsilon} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1-q+q^2} \dot{u}\end{aligned}\quad (24)$$

其中, $q=q(x)$, 通常由经验给出, 本文给出线性近似表达式,

$$q = q_0 + \frac{q_1}{L} x \quad (25)$$

q_0 约 3~5, q_1 约 0.4 左右, 将 (23)、(24) 代入 (22) 式得

$$\sigma_{\theta} = \frac{q-2}{\sqrt{3(1-q+q^2)}} \sigma \quad (26)$$

$$\sigma_{\varphi} = \frac{2q-1}{\sqrt{3(1-q+q^2)}} \sigma \quad (27)$$

对 (24) 式积分, 可得广义应变与位移关系:

$$\epsilon = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{1-q+q^2} u \quad (28)$$

广义应力与应变取线性硬化本构关系式

$$\sigma = \begin{cases} E\epsilon & , |\sigma| \leq \sigma_y \\ \sigma_y + E_h \epsilon & , |\sigma| > \sigma_y \end{cases} \quad (29)$$

在弹性区, 正切模量 E_t 等于弹性模量 E , 在塑性区它等于塑性硬化模量 E_h 。对于铝 6061-T6: $\rho=2730\text{kg/m}^3$, $E=69\text{GPa}$, $\epsilon_y=0.0039$, $\sigma_y=0.269\text{GPa}$, E_h/E 约 $10^{-1} \sim 10^{-2}$

轴向预应力与外力 F_x 的关系

$$\sigma_x = \frac{F_x}{2\pi ah} \quad (30)$$

预应力引起轴对称位移, 当给出 F_x 后, 由 (2)~(30) 式, 可给出 σ_x 、 σ 、 σ_{θ} 、 ϵ 、 u 等值。

4 激光耦合压力及热软化模拟

设平面激光束半径为 b , 功率密度为 I_0 , 垂直入射到柱面上的光斑强度为

$$I(\theta, x) = I_0 \cos \theta, \quad \theta \leq \theta_0(x)$$

$$\theta_0(x) = \arcsin\left(\frac{\sqrt{b^2 - x^2}}{a}\right), \quad x \leq b \quad (31)$$

激光耦合压力取如下形式^[2]:

$$p = 5.56(\lambda\sqrt{t_0})^{-0.301} I^{0.699} \quad (32)$$

其中, $\lambda(\text{cm})$ 为激光波长, $t_0(\text{s})$ 为脉宽, I_0 的单位为 W/cm^2 , p 的单位为 Pa . 压力 p 将按 (12) 式进行傅氏级数展开, 显然它还和轴向位置 x 有关.

低功率激光的长时间加载, 引起柱壳的热软化应力屈曲的物理机制是一个比较复杂的过程, 作为尝试, 本文给出如下热软化的近似描述. 假定, 柱壳的热软化能量密度为 $E_0(\text{J}/\text{cm}^2)$, 则线性热软化因子定义为

$$f = 1 - \frac{1}{E_0} \int_0^t I dt \quad (33)$$

材料热软化后, 屈服强度降低, 设其初始值为 σ_{y0} , 时刻 t 的值 σ_y 假定为

$$\sigma_y = f\sigma_{y0} \quad (34)$$

通常 E_0 的值由实验确定. 本文为了节约计算时间, E_0 取得较小 (约 $50 \sim 100 \text{ J}/\text{cm}^2$).

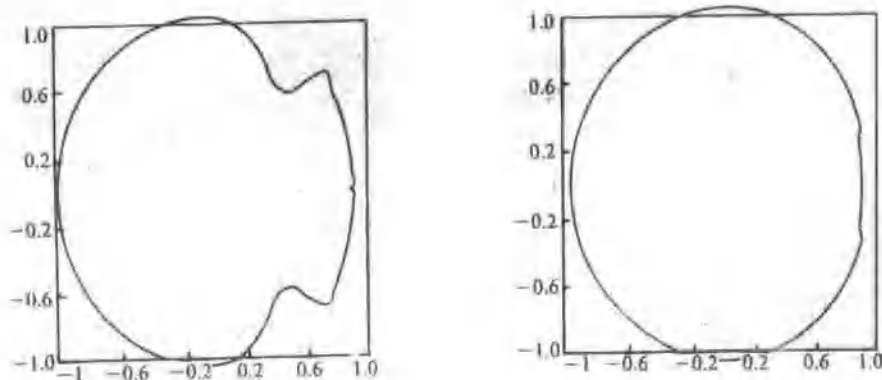


图 3 $I_0 = 5 \times 10^3 \text{ W}/\text{cm}^2$, $t = 11 \text{ ms}$, 柱壳横截面屈曲图象

左图为对称截面, 右图为光斑边缘处的横截面

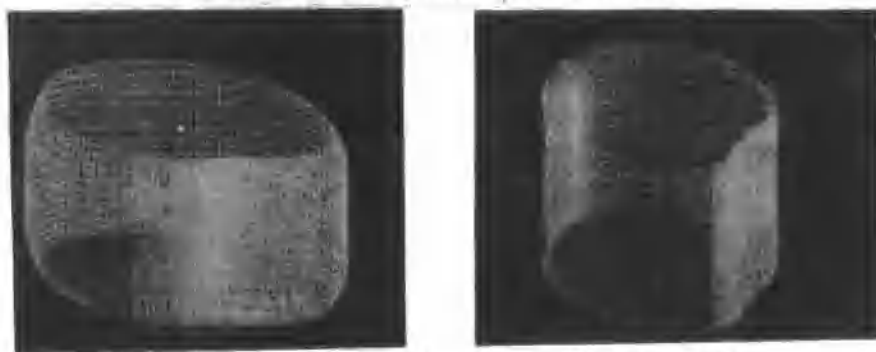


图 4 $I_0 = 5 \times 10^4 \text{ W}/\text{cm}^2$, $t = 2.2 \text{ ms}$, 柱壳的屈曲图象



图 5 $I_0 = 10^5 \text{ W/cm}^2$, $t = 1.6 \text{ ms}$, 柱壳的屈曲图象

5 计算结果和讨论

铝圆柱壳件尺寸为: $\Phi 6.6 \times 12.3 \text{ cm}$, 壁厚 0.018 cm . 轴向预压力为 10 N , CO_2 连续激光束半径 2.5 cm , 波长 $10.60 \mu\text{m}$, 功率密度分别为 5×10^3 , 5×10^4 和 10^5 W/cm^2 三种情况. 图 3 为入射激光功率密度 $5 \times 10^3 \text{ W/cm}^2$ 时, 柱壳横截面的屈曲图象. 图 4 和图 5 分别为 5×10^4 和 10^5 W/cm^2 的柱壳屈曲立体图形. 这些结果与文献[3]的实验结果基本符合(图'6).

这里需说明, 柱壳开始屈曲的时间除了和激光功率密度及轴向预应力等有关外, 还决定于材料的热软化时间, 即热化能量密度. 实验表明, 该柱壳的热软化能量密度约 $500 \text{ W/cm}^2 \times 2S \approx 10^3 \text{ J/cm}^2$. 而本文 $E_0 \approx 50 \sim 100 \text{ J/cm}^2$, 比实验值低一个量级, 因此计算的屈曲时间比实际情况可能小了一个量级左右.



图 6 $I_0 = 4 \times 10^4 \text{ W/cm}^2$, 柱壳的实验照片

参考文献

- 1 Lindberg H E, Forence A L. Dynamic Pulse Buckling. Martinus Nijhoff Publishers, 1987
- 2 Phipps Jr C R, Turner T P, Harrison R F et al. Impulse Coupling to Targets in Vacuum by KrF, HF and CO_2 Single Pulse Lasers. *J Appl Phys*, 1988, 64 (3): 1083 ~ 1096
- 3 刘绪发. 激光热与力联合作用下铝合金结构的破坏机理. 高新技术研究论文选集. 中国工程物理研究院, 1993, 393 ~ 400

THEORETICAL CALCULATION OF BUCKLING OF A CYLINDRICAL SHELL RADIATED BY AN INTENSIVE LASER BEAM

Lin Qiwen and Zhang Guanren

*Institute of Fluid Physics of China Academy of Engineering Physics,
Laboratory for shock wave and Detonation Physics Research,
P.O.Box 523, Chengdu 610003, P.R.China*

ABSTRACT The buckling model of a cylindrical shell loaded by an intensive laser beam is developed in this paper. The deformation history of the shell is computed by Fourier series for the azimuthal angle of the cross-section of the shell. The buckling shape of the shell for the calculation is basically in accord with the experiments.

KEY WORDS laser loading, buckling, thermal softening, Fourier transform, numerical modeling.

This series of science and technology reports is published by China Academy of Engineering Physics (CAEP) and issued worldwide to expand domestic and international exchanges of science and technology. Permission is granted to quote from the reports for non-profit use. Contributors include those from CAEP and those who do research in CAEP. Reports in this series are divided into 7 catalogues:

MCSP— Mechanics and Condensed State Physics

NPPP— Nuclear Physics and Plasma Physics

EMS— Engineering and Material Science

EPE— Electronics and Photoelectronics

CCE— Chemistry and Chemical Engineering

CCM— Computer and Computational Mathematics

OT— Other.

Available to the public from the High Power Laser and Particle Beams Magazine Corporation, P.O.Box 511-5, Chengdu, China, 610003