



总顾问 费孝通 总主编 季美林 副总主编 柳斌

中华万有文库



简明中学学科教育学

简明中学数学 学科教育学

JIAN MING ZHONG XUE XUE KE JIAO YU XUE

$$A \cap B = \{x | x < 7\} \cap$$

$$\{x | x \geq 3 \text{ 或 } x \leq -3\}$$

$$= \{x | x \leq -3 \text{ 或 } 3 \leq x < 7\}$$

$$A \cap B = \{x | x < 7\} \cup$$

$$\{x | x \geq 3 \text{ 或 } x \leq -3\} = \mathbb{R}.$$

$$\overline{A \cap B} = \{x | x \in \mathbb{R} \text{ 且 } x \notin A \cap B\}$$

$$= \{x | -3 < x < 3 \text{ 或 } x > 7\}$$

中国人民公安大学出版社

中华万有文库

总 顾 问	费 孝 通
总 主 编	季 羨 林
副总主编	柳 斌

教育卷·简明中学学科教育学

简明中学数学学科教育学

主 编 张楚廷 母庚才

中国人民公安大学出版社

中 华 万 有 文 库

图书在版编目(CIP)数据

简明中学数学学科教育学/刘振修等编著. -北京:
中国人民公安大学出版社, 1997. 8

(中华万有文库·教育卷)

ISBN 7-81059-001-4

I. 简… II. 刘… III. 数学课-教学法-研究-
中学 N. G633. 602

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 16248 号

教育卷

简明中学学科教育学

简明中学数学学科教育学

主编 张楚廷 母庚才

中国人民公安大学出版社出版

北京翠通印刷厂印刷 新华书店经销

787×1092 毫米 1/32 11.625 印张 215 千字

1997 年 8 月第 1 版 1997 年 12 月第 2 次印刷

印数 1—10000

定价: 129.00 元(全套 12 册)

中华万有文库

总 顾 问 费孝通

总 主 编 季羨林

副总主编 柳 斌

《中华万有文库》编辑委员会

主 任： 刘国林

秘书长： 魏庆余 和 癸

委 员：（按姓氏笔画为序）

王 斌	王寿彭	王晓东	白建新
任德山	刘国林	刘福源	刘振华
杨学军	李桂福	吴修书	宋士忠
张 丽	张进发	张其友	张荣华
张彦民	张晓秦	张敬德	罗林平
封兆才	和 癸	金瑞英	郑春江
侯 玲	胡建华	袁 钟	贾 斌
章宏伟	常汝吉	彭松建	韩永言
葛 君	鞠建泰	魏庆余	

《中华万有文库》

总序言

本世纪初叶，商务印书馆王云五先生得到胡适之、蔡元培、吴稚晖、杨杏佛、张菊生等 30 余位知名学者、社会贤达鼎力相助，编纂出版了《万有文库》丛书。是书行世，对于开拓知识视野，营造读书风气，影响甚巨，声名斐然，遗响至今不绝。

1000 多年以前，南朝学者钟嵘在《诗品》中以“照烛三才，晖丽万有”来指说天地人间的广博万物。今天，我们全国各地的数十家出版发行单位与数千名作者以高度的历史责任感，联袂推出《中华万有文库》，并向社会各界读者，特别是青少年读者做出承诺：传播万物百科知识，营造益智成功文库。

我们之所以沿用《万有文库》旧名，并非意图掠美。首先，表明一个信念：承继中国出版界重视文化积累、造福社会、传播知识的优秀传统，为前贤旧事翻演新曲，把旧时代里已经非常出色的事情在新时代里再做出个锦上添花。其次，表明我们这套丛书体系与内容的鲜明特点。经过反复论证，我们决定针对中小学生在提倡素质教育的需要和农村、厂矿、部队基层青年在提高基本技能的同时还要提高文化与科学修养的广泛需要，以当代社会科学与自然科学的基础知识为基本立足点，编纂一套相当于基层小型图书馆应该具备的图书品种数量与知识含量的百科知识丛书。万有的本意是万物，百科知识是人类从自然界万物与社会万象之中得到的最重要的收获，而为表示新旧区别，丛书之名冠以中华。这就是我们这套丛书的缘

起与名称的由来。

《中华万有文库》基本按照学科划分卷次，各卷之下按照内容分为若干辑，每一辑大体相当于学科的2级分支，各卷辑次不等；各辑子目以类相从，每辑10至100种不等，每种约10数万字，全书总计300余辑3000余种。《中华万有文库》不仅有传统学科的基本知识，而且注意吸收与介绍相关交叉学科、新兴学科知识；不仅强调学科知识的基础性与系统性，而且注重针对读者的年龄特点、知识结构与阅读兴趣而保持通俗性和趣味性；不仅着眼于帮助读者提高文化素质与科学修养，而且还注重帮助读者提高劳动技能和社会生存能力。

每个时代中的最大图书读者群是10至20岁左右的青少年。每个时代深远影响的图书，是那些满足社会需要，具有时代特点，在最大读者群中启蒙混沌、传播知识、陶冶情操、树立信念的优秀图书。我们相信，只要我们扎扎实实地做下去，经过几个以至更多的暑寒更迭，将会有数以百万计的青少年读者通过《中华万有文库》获取知识，开阔眼界，《中华万有文库》将在他们成长的道路上留下明显的痕迹，伴随他们一同走向未来，抵达成功的彼岸。

海阔凭鱼跃，天空任鸟飞，凭借知识力量，竞取成功，争得自由。在现代社会中，没有人拒绝为获取知识而读书，这是《中华万有文库》编纂者送给每位读者的忠告。追求完美固然是我们的愿望，但世间只有相对完善，《中华万有文库》卷帙庞大，子目繁多，难免萧兰并蒂，珉玉杂陈。这些不如人意之处，尚盼大家幸以教之。我们虚心以待。是为序。

《中华万有文库》编委会

学科教育学的重要地位

(代 序)

近代教育的发展是与近代科学的发展联系在一起的；近代科学的重要发展形式之一是不同学科的兴起与扩展。

近代教育学与培根，与夸美纽斯的名字联系在一起，培根就是主张科学教育的，“知识就是力量”，教育与学科分不开；夸美纽斯的教育学则是从教学法开始的，他的教育学有鲜明的科学学科特点。

当代许多杰出的教育学家大都有其他学科背景，在世界上有影响的教育家很少是就教育论教育的。不少著名的教育实验是依托一定学科教育过程进行的。

各类具体科学的发展与教育科学的发展，关系十分密切。这一背景决定了学科教育学的基本地位。

对于从事教育科学工作的人来说，具有某一二门其他专业学科知识（在相当程度上熟悉），是极为有利的；而从事某一专业学科教学工作的人，懂得教育学是十分有利的。

学科教育工作者只掌握一般教育理论还很难产生实际的效果，就好比，搞工程技术的，光懂得牛顿力学、理论力学还不够，还要懂材料力学、工程力学。学科教育工作

者要掌握学科教育学。

无论是从事语文教学还是数学教学，英语教学还是物理教学，除了懂得一般教育原理外，都还要结合自己的教学来学习教育学，这就是学科教育学。可以有两条不同的道路，先有了一定的教育理论知识，再来学习学科教育学；也可以在尚无一般教育理论知识的情况下先学学科教育学，再在一定的時候深入到一般理论。

具有较深造诣的学科知识，又在实践中加深了对学科教育学认识与研究的人，往往能具有一定的创造性，或在学科教育学上产生独到的见解，或进而丰富教育学的某些理论。

在我国教育已有相当规模、教育普及的程度越来越高的情况下，教育质量的稳步提高，教育效益的增长，教育行为的规范，也就越来越成为注意的焦点。教师合理的知识结构也就成为重要问题，只要掌握了一定专业知识就可教书、就可当教师的观念已经过时了。在各科教师都要为学生素质的全面完善而努力的时候，对教师掌握的教育学知识的要求也明显提高了。学科教育学为适应这种形势的发展，其自身也在发展，它力求回答更现实、更深刻的问题，学科教育学也应从素质教育思想中汲取信息。

当然，学科教育学本身的发展还在继续着，但它在与一般教育科学、心理科学、具体的学科的结合中，也在学科教学实践的推动下，已有了长足的发展，特别是近十多年来。历史表明，教育越向前发展，教育发展得越持续健

康，学科教育学的地位会更高。

我们编写这套丛书的着眼点也是很明确的，我们希望，无论是对已有过一般教育理论知识的教师，还是尚无这种知识的教师，这套丛书都是具有一定价值的。

这套丛书已涉及到目前中小学大多数学科门类，我们希望有更多的教师来关注它、研究它、丰富和发展它。

搞学科教学不关心教育学是难以令人理解的，因而忽视学科教育学是不可理解的；搞教育科学的不关心学科的教学教育活动也是难以令人理解的，因而教育理论工作忽视学科教育学这一分支也是不可理解的。

我们编写这套书的目的是为了在任的中小学教师和在校的师范生学习的需要，为了总结近年来学科教育学研究的新成果以及教学改革的新鲜经验，探索本学科进行素质教育的途径，提高在职教师 and 在校师范生的素质，以提高教学质量。

我们有充分的理由，看到学科教育学在我国出现进一步的繁荣景象，本丛书迎向这一美好前景。

欢迎提出批评、指教。

张楚廷 母庚才

目 录

绪 论	(1)
第一章 数学概念和命题的教学	(3)
§ 1 数学概念	(3)
§ 2 数学概念的教学	(10)
§ 3 数学命题	(24)
§ 4 数学命题的教学	(33)
第二章 数学演算和解题的教学	(42)
§ 1 数学演算的教学	(42)
§ 2 数学解题的教学	(58)
第三章 数学思想方法和语言的教学	(75)
§ 1 数学思想方法及其教学	(75)
§ 2 数学语言及其教学	(89)

第四章 中学数学教学内容概说	(96)
§1 影响中学数学教学内容的因素	(96)
§2 中学数学教学内容的选择与编排	(99)
§3 中学数学教学的基本内容及其改革	(104)
第五章 数学思维	(116)
§1 数学思维概述	(116)
§2 中学生的数学思维	(119)
§3 中学数学教育的思维训练	(132)
§4 数学技能与能力的培养	(143)
第六章 数学教学中的美育	(148)
§1 对数学美的理解	(148)
§2 对数学美的揭示	(152)
§3 数学教学中美育的意义	(165)
第七章 数学教学中学生非认知心理发展	(171)
§1 学生兴趣的发展	(171)
§2 学生意志的培养	(177)
§3 学生注意品质的改善	(181)
§4 学生心理障碍的排除	(183)

第八章 数学课外活动	(188)
§1 数学建模	(189)
§2 数学竞赛	(199)
§3 其他内容和形式	(203)
第九章 中学数学教学的过程和目标	(207)
§1 对中学数学教学过程的认识	(207)
§2 教师的主导作用和学生的主体作用	(214)
§3 中学数学教学的目标	(218)
第十章 中学数学教学的原则	(230)
§1 教学原则体系的选择	(231)
§2 数学教学的若干特殊原则	(243)
第十一章 中学数学教学的方法和手段	(261)
§1 数学教学方法概述	(261)
§2 数学教学模型与数学教学模式	(267)
§3 中学数学教学的手段	(277)
第十二章 中学数学教育测量与评价	(284)
§1 数学教育测量	(284)
§2 数学教育评价	(296)

第十三章 中学数学教育实验	(302)
§1 数学教育实验的意义和方法	(302)
§2 中学数学教育实验实例	(307)
第十四章 中学数学教育概说	(317)
§1 中学数学教育研究的对象和任务	(317)
§2 数学与数学教育的特征和功能	(322)
§3 数学教育的发展	(333)
§4 中学数学教师	(344)

绪 论

按照常规,介绍某门学科的著作总是一开头就先论述该学科的研究对象、任务、性质、特点以及发展历史等,接着分章依次阐述该学科的基本理论,然后再演绎出需要讨论的具体问题。中学数学教育学这门学科亦是如此,国内已出版的著作不算少了,但无一例外地都是采用这种演绎模式。我们认为,演绎体系的著作确有许多优点,譬如说,论述严谨,语言精练,便于展开等等,对于已经相当成熟的一些数学分支学科来说,演绎体系甚至是不可替代的唯一著述模式。不过,演绎体系的叙述模式也不是对一切学科来说都是最佳的唯一可以采用的模式,这是因为:第一,就人的认识过程而言,总是经历着由具体到抽象、由特殊到一般,再由抽象到具体、由一般到特殊这样循环往复的过程,演绎只强调了从一般到特殊,从抽象到具体这样一个侧面。如果著作不考虑读者的认知因素,只关注著述内容的严谨逻辑体系,那么,读者就可能遇到认识上的一些困难,著作适应的读者范围就可能受到一定的限制。而如果著述内容采用归纳与演绎结合着进行叙述的话,可能符合更多读者的认知需要,著作适应的读者而相对来说也许更大一些。第二,单就数学学科教育学而言,这是一门正在研究之中的

新兴学科,发展历史不太长,至今远未成熟,即使是已出版了不少著作,也只能说是对该学科已研究成果从不同角度进行的总结概括。该学科的科学体系究竟是什么样的,至今并没有达成一个整齐划一的共识。要想全面、完整地整理出它的严谨演绎体系,似乎还不到时候。唯其如此,我们不妨变换一下一般著作的演绎模式,改用以归纳与演绎相结合的叙述方式来介绍这门新兴学科,可能更自由一些。我们的目标是介绍这门学科的一些主要方面,而不是它的全貌。在目前尚未真正完整、清晰地弄清它的全貌时,这样做也许更符合认识的规律,更符合实际。

基于上述认识,本书一开始就研究特殊的具体数学知识的课堂教学(共三章),然后再一般地研究中学数学教学内容的几个问题。待中学数学教学目标的这一侧面的叙述基本上告一段落之后,转而研究教学目标的另两个侧面:数学技能和能力的培养;数学教学中的美育和学生非认知心理发展。以上主要涉及的是数学课内的活动,补叙一章数学课外活动后,具体的数学教学活动大致介绍得差不多了,就可以一般地研究中学数学教学的过程、目标、原则、方法、手段、测量、评价以及实验等方面的问题。作为全书的结尾,才就整个中学数学教育作概要的论述。采取这样的叙述体系能否更贴近于读者的阅读需要,仅只是一次尝试。

第一章 数学概念和命题的教学

我们首先来研究数学知识的教学问题。数学知识内容极为丰富,而且有多种类型,它们虽然有共性,因而教数学和学数学也就有共同的一般规律可循,但不同类型的数学知识又有各自的特性,从而教和学不同的数学知识又必然有不尽相同的特殊过程,体现出特有的一些规律。因此,为便于较深入地研究数学知识的教学,我们把数学知识作如下分类:数学概念、数学命题、数学演算、数学解题、数学思想方法、教学语言等。从这一章起我们分别来讨论它们的教学。

§1 数学概念

数学概念是组成数学知识的一个最重要的基本成分。譬如说,在中学数学里,传统的代数内容由数、式、方程、不等式、函数等几大主干组成,其中的“数”、“式”、“方程”、“不等式”、“函数”,就是中学代数的一些重要概念;中学几何是研究平面和空间图形性质的,平面图形中的“点”、“直线”、“平行线”、“三角形”、“四边形”、“圆”等就是平面几何的一些重要概念,空间图形中的“平面”、“异面直线”、“二面角”、

“柱”、“锥”、“台”、“球”等就是立体几何的一些重要概念。教数学和学数学就要教数学概念和学数学概念。那么,什么叫“数学概念”呢?有必要先作简要的介绍。

一、数学概念的意义与结构

以上面提到过的数学概念“球”为例,看看它的意义究竟是什么。客观现实中存在着各种球状物体,橡皮球、塑料球、铅球、钢球、玻璃球等等。这些物体有各自的一些属性:形状、大小、颜色、重量、质地、硬度…。这些属性中唯形状相同,描述得准确一点即是:同一物体表面上任一点到其内部某定点的距离都相等。“球”作为一个数学概念,正是对众多物体中这一共同本质属性的反映,至于物体的其它属性就舍弃不顾了。

推而广之,一般地说,数学概念是人脑对客观世界中事物空间形式和数量关系的简明、概括反映,是一种特殊的思维形式。数学概念要进行交流和传播,通过特定的名词或专门的数学符号来表达,例如,三角形 $\triangle$ 、平行 $\parallel$ 、垂直 $\perp$ 、和 Σ 、积 Π 、阶乘 $!$ 、微分 dy 、积分 $\int$ 等等。

任何数学概念都有确定的含义并反映确定的对象范围。例如,“平行四边形”的含义就是揭示图形的如下本质属性:是一个平面四边形,两组对边分别平行,两组对边分别相等,两条对角线互相平分等等。它所反映的对象范围包括具有上述本质属性的一切平面四边形。

概念的含义即概念所反映的事物的本质属性,称为概