

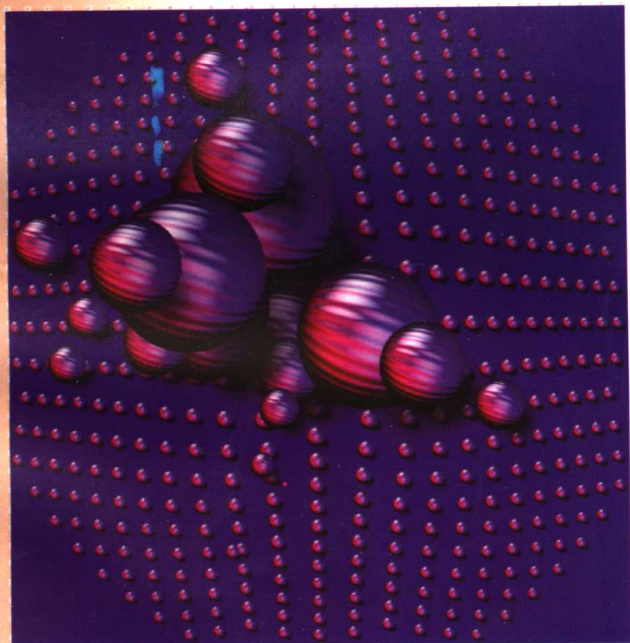
中 学 生 数 学 视 野 丛 书

ZHONGXUE SHUXUE XUESHIYECONGSHU

中学数学建模

ZHONGXUE SHUXUE JIANMO

叶其孝 主编



湖 南 教 育 出 版 社

中 学 数 学 视 野 丛 书

中学数学建模

ZHONGXUE SHUXUE JIANMO

叶其孝 主编

湖南教育出版社

中学生数学视野丛书

中学数学建模

叶其孝主编

责任编辑:郑绍辉 胡 坚

湖南教育出版社出版发行

湖南省新华书店经销 湖南省岳阳印刷厂印刷

787 × 1092 毫米 32 开 印张:8.25 字数:198000

1998 年 9 月第 1 版 1998 年 9 月第 1 次印刷

印数:1—5000

ISBN7—5355—2625—X/G·2620

定价:10.60 元

本书若有印刷、装订错误,可向承印厂调换

序 言

我们有一个数学世界，它为现实世界(科学)提供大量有力的工具，它还 为精神世界(哲学)贡献丰富深刻的思想。

人们创造数去记载物件的个数、长度、速度等，运用多项式去表述物理定律，用矩阵去作多种商品的价目表，去刻画几何中的变换。人们创造微积分，使得在研究几何图形和物理现象时有了强有力的工具。例如，根据物理定律数学工作者通过计算能判定某一从未发现的星体必将在某天某时在某方向上出现，而后天文观测者的确在该天该时该方向观测到它。数学世界在爱因斯坦的相对论出现之前已准备好一种几何空间，刚好满足它的需要。我们日常生活中离不开的计算机也是先在数学世界中酝酿，而后由数学工作者设计出来的。只要想一想，装进一个特殊软件，计算机就能帮你证明平面几何定理，就能和国际象棋冠军对阵，就能在平稳对接宇宙飞船中起重要作用，只要想一想数学和计算机科学的手足关系，谁都会赞赏数学世界提供解决问题能力的神奇和伟大，今日数学世界仍在继续为我们创造和贡献新工具、新方法、新理论。

数学世界中的确还有另外一面。按照数学自身发展的规律提出和研究的一些问题，它们是数学世界中特有的现象，例如大家都听说过的哥德巴赫问题，当你接触、研究它们时，你会

感到一种棋艺味、艺术味、哲学味，它们本身看来不像是研究现实世界可以用得上的工具，然而它们却和数学世界中的工具性质部分相互呼应、相互影响、紧密联系而共同组成一个绚丽多彩的统一世界。

中学数学是数学世界的基石，是进入数学世界的必经之路，是数学教育工作者精心为全体中学生设计的多层台阶。然而他（她）们中的一些数学爱好者一定会希望向周围看一看，或者爬到一个山头，或者钻入小林的深处，领略一下数学世界中的风采，体验一下数学世界的气氛，从而获得一些数学兴趣和数学修养，我们这套丛书就是为这些中学生编写的。如果说英语给我们打开一个通向境外世界的窗口，那么中学数学给我们打开了通向数学世界的大门，而这套丛书将引导我们去欣赏它的一些景点，扩大我们的数学视野。

我们常谈论数学的力量（这是大家都同意的）。的确，搞经济理论的人，常是数学出身的人得到大奖，搞计算机科学的人，也常是数学出身的人有出色表现。人们还谈论数学的美（有人不同意）。的确，在形式符号掩盖下，数学中完美的结构、深刻的和谐、意外的联系都给人一种美的享受，美是有力量的。无疑，在青少年时期给自己建立一个好的数学基础和数学修养，那将是一笔终身享受、终身受益的资本。

但愿这套丛书在这方面能对有数学兴趣的中学生们有所帮助。

刘绍学

1997年11月写于北京师范大学

前 言

数学建模 (Mathematical Modeling) 几乎是一切应用数学作为工具去解决实际问题的必然选择, 在这样的意义下, 它不是什么新东西, 甚至可以说, 古已有之, 只是数学建模这一专用术语的出现和普遍使用大约只有几十年的历史. 数学建模方法的真正见效又强烈依赖于计算技术的进展, 正是近半个世纪以来计算机及相应软件的迅速发展, 使数学建模的方法如虎添翼不断显示其威力, 并且正成为现代工程 (包括经济和管理) 设计的关键工具和技术. 任何一项成功的技术一定会成为培养人才的重要内容, 也就是说一定会进入教育领域. 在 60 年代数学建模开始成为研究生教育的重要内容, 并逐步渗透到大学教育中去. 80 年代, 在中学开展了数学建模的教学活动, 这项活动从一开始就得到专家和许多中学教师的关注和重视.

编写本书正是反映了我国数学教育界对中学数学建模教学活动的重视. 在本书中我们力图向广大的中学师生介绍什么是数学建模, 什么是中学生数学知识应用竞赛为什么说中学生数学知识应用竞赛是一个不打乱正常教学秩序的规模相当大的中学数学教育改革的试验. 除此之外, 本书还请有实践经验的优秀教师介绍怎样组织数学知识应用和数学建模的教学活动.

本书中我们收集了几乎所有的我国中学生数学知识应用竞

赛的试题及参考解答，还请专家编写了少量的案例及常用的数学方法，我们希望本书能起到抛砖引玉的作用。由于作者水平有限，本书中的不妥、错误之处在所难免，我们真诚地希望得到读者的批评指正。

本书各章分别由叶其孝（第一章）、张思明（第二章和第四章的4.3）、杨守廉与谭永基（第三章）、王尚志（第四章的4.1）和赵燕平（第四章的4.2）执笔。

在本书的构思、编写过程中，我们得到《中学数学视野丛书》主编刘绍学教授的多方指教和支持，我们谨向他表示衷心地感谢。

我们还要感谢湖南教育出版社的领导，特别是郑绍辉编辑，没有他们的鼎力支持和辛勤劳动，在短时间内出版本书是不可能的。

叶其孝

北京理工大学，1998年3月

目 录

第一章 数学建模与中学数学教育改革	(1)
1.1 中学数学教育改革是社会发展的需要	(1)
1.2 应用意识是素质教育的重要组成部分	(5)
1.3 什么是数学建模?	(9)
1.4 中学数学教改试验	(15)
1.5 开展中学数学知识应用和数学建模活动的有关 资料简介	(31)
第二章 怎样在中学开展数学建模和数学知识应用的活动	(45)
2.1 关于数学建模教与学活动设计的思考	(45)
2.2 数学建模课程示例与评述	(47)
2.3 数学应用、数学建模与正常数学教学的结合和 “切入”	(58)
2.4 课外的数学应用与数学建模活动设计	(63)
2.5 中学数学教师怎样适应数学建模教学的要求	(69)
第三章 我国的中学生数学知识应用竞赛	(72)
3.1 上海市首届“金桥杯”中学生数学知识应用竞赛 (1991~1992)	(72)
3.2 上海市第二届“金桥杯”中学生数学知识应用 竞赛 (1993)	(85)

3.3	上海市第三届“浦东金桥杯”中学生数学知识应用竞赛 (1994)	(101)
3.4	上海市第四届“浦东金桥杯”中学生数学知识应用竞赛 (1995)	(120)
3.5	上海市第五届“浦东金桥杯”中学生数学知识应用竞赛 (1996)	(131)
3.6	上海市第六届“浦东金桥杯”中学生数学知识应用竞赛 (1997)	(146)
3.7	北京市首届“方正杯”中学生数学知识应用竞赛 (1993~1994)	(151)
3.8	第一届北京市高中数学知识应用竞赛 (1997)	(180)

第四章 可供参考的中学数学建模材料..... (209)

4.1	图论的一些简单的应用	(209)
4.2	几何概率在高中数学中的应用	(221)
4.3	电梯问题	(250)

第一章

数学建模与中学数学教育改革

1.1 中学数学教育改革是社会发展的需要

21 世纪即将来到,展现在我们面前的是一个无限美好的未来,同时未来也充满了各种各样的挑战和竞争.对于我们中华民族来讲,21 世纪更是我们难得一遇的发展机会,是使我们能真正发展成为屹立于世界民族之林的强国的时代.人类已经进入了以计算机、网络、数码、光纤、多媒体为主要标志的信息时代,进入了一个技术以惊人速度发展的时代.在这样的时代里,人们普遍认识到:经济竞争的关键是科学技术的竞争,科学技术竞争的关键是人才培养的竞争,而人才培养的竞争的竞争是教育的竞争.传统教育的内容与形式在许多方面已经不能完全适应科学和技术的迅速发展,教育的改革迫在眉睫.近二十多年来,世界各国,特别是发达国家开展了大量的有关教育改革的研究,探索教育改革应采取的对策措施,从而培养出真正有竞争能力的人才.

1996 年 7~8 月号《未来学家》(双月刊)发表了由 Donna

Uchida, Marvin J. Cetron 和 Floretta Mckenzie 执笔编写的特别报告“学生必须掌握哪些知识和技能才能在 21 世纪立于不败之地”(“What Students Must Know to Succeed in the 21st Century”, 共 8 页)(“参考消息”1996. 8. 10~18 社会·文教版曾连载何光海的摘译, 题为“21 世纪你必须掌握什么技能”). 该报告是根据美国学校管理人员协会(AASA)组织的一个课题的研究成果报告“为 21 世纪的学生作好准备”(“Preparing Students for the 21st Century”, 1996 年, 共 74 页)改写而成的. 该课题要求一个由来自教育、商业、政府、心理学、社会学、人类学和人口统计学等领域的 55 位专家组成的小组就有关问题作出回答, 并在此基础上写成研究报告. 这些问题是: (1)当前美国的教育工作者和学生家长为儿童迎接 21 世纪作准备应当采取哪些行动? (2)儿童应掌握哪些知识? (3)哪些行为和技能是至关重要的? (4)教育工作者、学生家长、公民、商界和政府怎样才能为儿童的成功尽一份力?

《未来学家》上发表的特别报告共分两大部分. 第一部分:学生必须掌握哪些知识和技能, 共 23 条(其中学术技能 11 条;关于个人和人际关系技能 7 条;作为公民的技能 5 条), 其中第 3 条为:“运用数学、逻辑和推理的技能;熟练的读写能力以及了解统计学. 正如人们一直特别强调的, 数学是一种语言, 是一种交流和认识世界的方法. 数学是在学生中产生思考和推理技能的一种方法. 应建立用以指导学校制订和评价数学课程的内容、教学以及评估的标准. 掌握数学的概念、计算和问题解决的能力对一个真正有文化的人来说是至关重要的”. 第 7 条为“开展研究以及解释和运用数据的能力”. 第二部分:为学生迎接 21 世纪作准备, 学校和家长能做哪些工作, 共 15 条(其中学校的行动, 7 条;家长的行动, 8 条). 其中第 5 条谈到, “为学生和教师提供更

多的时间做‘实际’课题……学校可以使教学内容更加切合实际,方法是鼓励教师在问题解决中运用来自生活的实例,要求学生……把科学原理应用于生态问题,以及讲授诸如支票簿的收支平衡或百分比的计算等数学的实际应用”。

克林顿当选连任总统后于1997年2月4日向国会发表的国情咨文中说:“我作为今后四年的美国总统要优先考虑的问题中的第一个,就是要保证美国人有世界上最好的教育”。为了达到这一目标,他建议1998年要花510亿美元作为“达到这一目标的前所未有的许诺”,然后他基于十项原则“号召为美国的教育采取行动”。最后,他还建议在2000年以前每个教室都要与互联网联通。⁽¹⁾

无独有偶,法国总理若斯潘也于近日宣布,他已经决定拨款五亿法郎,以加快信息和通信新技术在教学中的应用(“参考消息”,1998. 1. 31,科学技术版)。英国首相布莱尔也与英国电信公司和各家有线电视公司制定了一项耗资1.7亿美元的计划:把英国每一所学校都与因特网连接起来(“参考消息”,1998. 2. 7, (7版))。

1989年经合组织(OECD)在其会员国中发起了一场关于科学、数学和技术教育正在发生怎样的变化的大规模的调查。调查从1991~1995年进行,历时四年之久。1996年4月8日在美国华盛顿召开的一个会议上公布了由美国斯坦福大学的J. M. Atkin教授和英国帝国学院的P. J. Black教授执笔编写的题为“改变课程:科学、数学和技术教育中的创新”的长达230页的调研报告。⁽²⁾下面简单介绍其主要内容。

经合组织的研究发现世界范围的变革要求,普遍的革新努力。面临共有的挑战,各国都以类似的方式进行革新。⁽³⁾

由于几乎是普遍意义下的不满意的刺激以及重大的、甚至

是根本性的变革的发展要求激起的一场教育革命正在全球范围内进行。

对科学、数学和技术教育领域中的压力比任何其他领域都要强烈。由于正在出现的对国家的劳动力的更高水平的技术要求以及愈来愈认识到，为适应一系列挑战所需的高度发展的能力必然是跨越人口各阶层的，曾一度被视为是以大学为基地的学者们的领地的这些教育领域正在变得更为“平民化”。

全世界工业国家的决策者们愈来愈把这些领域看作是经济增长的关键。许多国家现在正努力使自己在一个日益扩大的全球经济中更富有竞争力，正在为改善他们的学生和未来的工人 在一个技术渗透的社会中的就业前景而工作着，也正在为他们的青年与复杂的环境威胁作斗争的重要工作作准备。作为响应，为形成在迅速变化中的科学、数学和技术课程领域中的持久的努力增强了。

由于计算机和信息技术的迅速发展以及对教育产生的日益增大的影响，有的专家指出：“我们正处在孩子们的学习和思考方法根本变革的早期阶段。”“知识将日益通过经验而不是被动地消化事实来获得。例如，物理学和数学软件包以及虚拟的实际环境将允许学生提出假设并直接验证假设”。⁽⁴³⁾

所有这些调研都把教育，特别是数学教育（以及和科学、技术教育的结合）放在特别重要的地位，强调了信息技术对教育的重要性。而数学界和数学教育界则更进一步对数学的作用、数学教育的作用进行了再思考，取得了新的认识。

数学科学（简称数学）是研究现实世界中的空间形式和数量关系的一门科学，它也是关于模式和秩序的科学。数学是一门集严密性、逻辑性、精确性和创造性与想象力于一体的学问。数学提供了科学的语言、概念和方法。数学的思考方式具有根

本的重要性，因为“数学为组织和构造知识提供方法，以致当用于技术时就能使科学家和工程师生产出系统的、能复制的并且是可以传播的知识”^{〔5〕}，从而有可能转化成生产力创造巨大的经济和社会效益。因此，数学始终是科学、技术、工程、经济、管理和决策科学的基础。半个世纪来，科学技术特别是计算机及相应软件技术、信息技术的发展，促进了数学科学的突飞猛进、充满生机的发展。五十年前，数学虽然也直接为工程提供一些工具，但基本方式是间接的：先促进其他科学的发展，再由这些科学提供工程原理和设计基础。现在不同了，数学和工程、技术、经济、管理之间，在更广阔的范围内和更深刻的程度上，直接地相互作用着。数学科学进一步渗透到一切领域，特别是“数学建模和与之相伴的计算正在成为工程设计中的关键工具”^{〔6〕}，这些领域中的科技进步与数学的结合和融合，产生了大量的专业应用软件，形成了一种强有力的数学技术，在这样的意义下确实可以说，“高技术本质上是一种数学技术”^{〔7〕}。而且，数学对于一切即使不在科技部门工作的人们都是极端重要的，因为“数学除了锻炼敏锐的理解力、发现真理以外，它还有一个训练全面考虑科学系统的头脑的开发功能”。^{〔8〕}

但是迄今为止的数学教育（包括中学数学教育在内）在通过数学教学向学生提供组织构造知识的方法发现真理，培养全面考虑科学系统的能力方面相当的不成功，亟待改革。

1.2 应用意识是素质教育的重要组成部分

近几年来，国家教委针对教育现状多次提出了学校教育要

从应试教育向素质教育转变。为此，我们应对什么是应试教育，它有何种利和弊；什么是素质教育，素质教育是否意味着不要培养“应试”能力，素质教育的具体内容是什么等一系列问题进行认真的思索和讨论，并在实践中真正实现这种转变。

粗略地讲，应试教育就是为升入高级学校的入学考试服务的教育，即为应付升学考试的教育。就数学来讲，这是指从大量应试的经验分析出发，从押题的成功率出发的题型（题目往往偏而难）教学为主的教学。应试教育并非一无是处，有的时候还相当成功。这是因为我国中学数学的教学大纲和教材体系都强调掌握基础知识，都强调推理、证明、计算的基本功，而高考的命题也能在这方面把住关。因此，这样做大体上能达到上述目的。通过大量地做题，不少同学得到了勤奋刻苦学习的磨炼，也有少数同学真正入了门，甚至对数学着了迷。这也是为什么我国中学生平均数学水平较高的主要原因。此外，高考对普通老百姓来说是很少有的一条公平竞争的路，父母望子成才的强烈愿望，使很多家长只把上大学作为子女成才的唯一道路，一旦进入大学等于进了保险箱，而很少考虑他们的子女是否学到了真正过硬本领。另外，新闻媒介过多宣传高考状元、数学奥林匹克金牌的获得者，以及出国留学人员的考试成绩多么优秀，在某种程度上也渲染了应试教育中应克服的弊端。人们无法了解大多数中学生通过这样的应试教育究竟获得了什么，而又失掉了什么，更不会去考虑这样的教育对整个国家人才的基本素质有什么影响的问题。这也许就是目前明知素质教育的意图十分正确，而应试教育还能继续维持的原因。

随着社会的发展，市场的竞争必然加剧，应试教育培养下的只会依照固定题型才会解题的学生的毕业出路愈来愈成问题，应试教育的弊端日益暴露。计算机及相应数学软件、因特

网等信息技术的迅速发展也向数学学习与研究的模式以及数学教学模式提出了质疑。应试教育的效果尽管绝非一无是处，但这种教育的方法不能激起绝大多数学生的强烈求知欲和激情，反而导致学生学习上的消极应付，终日为考试而学习。同时一切有利于提高学生能力的资源（如计算机等）不能得到充分的利用。学生的想象力、创造力不仅不能发挥，反而常常受到压抑。高分低能的现象相当普遍。应试教育的种种弊端导致社会上不少人对数学的误解，甚至认为数学无用的论调也公开表露，如“大多数学生不过是给少数人当了9年或12年的陪读生。”“我们现在的中小学生比美国中小学生多学的数学知识到社会上工作后，究竟在多大范围内有多少应用价值？”“倘若我们把数学课的深度降下两个年级，用这些课时学学英语，考不上托福，也不会像现在考职称英语那么费劲，即使这些课时用来跑步、跳绳还有一个全民健身的作用。”⁽⁹⁾“学生毕业后从事数学的不超过1%，需要用到数学的不超过29%”“……今天花那么多时间学了那么深的知识是否有必要……”⁽¹⁰⁾就现今的应试教育的种种弊病来说，这类批评意见有其合理的成分，但就数学学科的重要性来说，特别是数学教育对于培养高科技人才的重要作用来说这类意见又是十分错误、有害的。当然，这种意见的出现也从另一方面说明现在的中学数学教学改革必要性。

那么，什么是素质教育呢？顾名思义，素质教育的主要目的是全面提高学生的综合素质。当然，素质包含很多方面，就数学来说，一个很突出的方面是应用意识的培养。

数学的发展很大程度上是由数学的应用所推动的，实际生产与生活中所涌现的各种数学问题，要求从数学理论上寻找合理的解决方法。如果旧有的理论已经无法解决，必然预示着一个新的研究领域的产生，必然预示着一一种新的数学理论的诞生。

学以致用本来就是教育的最重要原则之一，不管是为以后有用或是有一部分在学的时候马上就能用上都是学习的目的。但是过去的传统教育中虽也强调学以致用，也培养应用意识，但并没有放在充分强调的位置，而且有愈来愈削弱的趋势。现在，诞生近半个世纪的计算机和信息技术的迅速发展，也正在深刻地影响孩子们的学习过程，在学习中有许多技术手段可应用，节省了许多时间，更重要的是通过亲自“动手”来验证自己的“想象”是否正确，从而主动地进行学习。要做到这一点学生必须要有强烈的应用意识，我们可以设想一个具有强烈应用意识的学生，他（她）无论走到哪儿无论碰到什么问题，他（她）都会看一看、问一问、想一想，这里有没有与数学有关的问题，如果有，我是否了解这是一个什么样的数学问题，我能否用已学过的数学知识、方法去解决它，动手做一做，若不能用已有的知识和方法去解决它，那么我能否自己去找参考书寻求恰当的解决方法，或者应该去问老师或请教专家。不断总结，经过总结的优秀品质不断得到培养，强烈的求知欲就油然而生，而且由于是实际问题的驱动，必须有一种实事求是的学风，夸夸其谈是不行的。这样的学生具有很强的应变能力，从而也一定具有很强的应试能力（甚至远远超过应付升学考试的那种应试能力）。更重要的是，这样培养出来的学生，尽管他（她）们中的大部分将来并不从事专业的数学研究，但对数学的作用却有正确的认识和理解，他（她）们决不会无端地排斥数学理论甚至纯理论研究的重要性，因为他们深切知道应用中提出的许多关键问题往往取决于数学理论研究的成果。具有这样素质的学生，一旦当了领导后他们不会把自己从事的专业与数学对立起来，而会正确适度地强调数学的作用，甚至会主动地发挥数学家的作用。